3. Johdanto todennäköisyyteen

Esim. Kolikonheitto

4. Joukko-oppia

Joukkoja merkitään isoilla kirjaimilla. Niissä olevat *alkiot* voidaan ilmoittaa luettelona, esim.

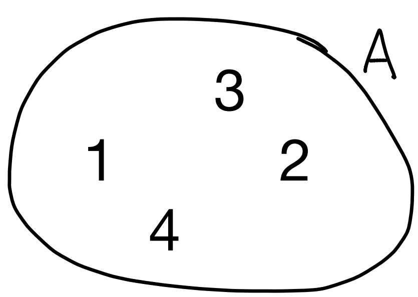
$A = \{1,2,3,4\}$ tai $B = \{4,6,8,10,12\}$

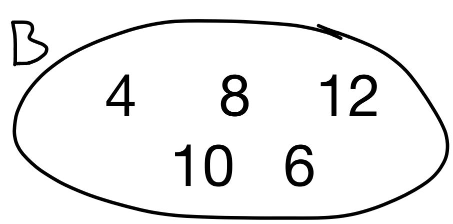
Joukossa A on 4 alkiota ja joukossa B 5 alkiota.

Joukot voidaan esittää myös säännön avulla:

$A = \{a \mid a<5, a \in \mathbb{N}\}$ $B = \{2x \mid 1<x<7, x \in \mathbb{Z}\}$

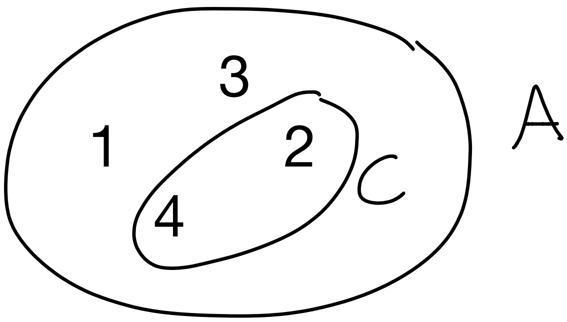
Joukot voi ilmoittaa myös *Venn-diagrammeina*:





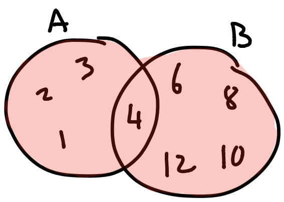
Joukot voivat olla myös toistensa sisällä,

esim. C = {2,4}on joukon A osajoukko



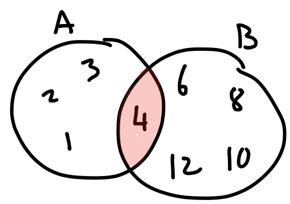
$C \subset A$

Yhdiste



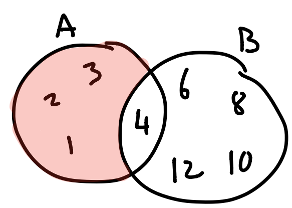
$A \cup B$

Leikkaus



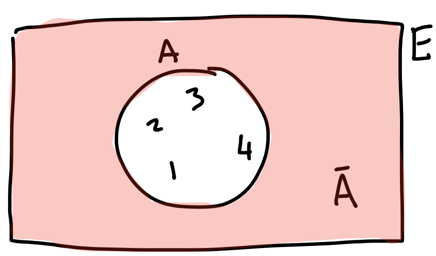
$A \cap B$

Erotus



$A \setminus B$

Komplementti $\bar{A}$



E on perusjoukko (=kaikki), esim kokonaisluvut

Tyhjän joukon merkintätapa on $\emptyset$

Perusjoukon E komplementti on tyhjä joukko.

5 Kombinatoriikkaa

5.1 Tulo- ja summaperiaate

Tuloperiaate:

Esim. Ravintolassa lounas koostuu pääruoasta, lisukkeesta
Tänään tarjolla on
pääruoaksi: Lihapullia tai Kalapihvit
lisukkeena: Ranskalaiset, Muussi tai Salaatti

Montako lounasvaihtoehtoa on yhteensä?

Vaihtoehtoja on LR, LM, LS, KR, KM ja KS,
eli 6kpl

pääruokia 2 kpl ja lisukkeita 3 kpl

yhteensä vaihtoehtoja on $2 \cdot 3 = 6$ kpl

Esim. Montako viidellä jaollista nelinumeroista lukua on?

Viimeinen luku oltava 0 tai 5, eli 2 vaihtoehtoa.
Eka luku voidaan valita 9:stä vaihtoehdosta
Loput 2 voidaan valita 10:stä vaihtoehdosta.

Yhteensä vaihtoehtoja on $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 2 = 1800$ kpl

Summaperiaate:

Eri vaihtoehdot voidaan myös summata yhteen, esim. viidellä jaollisia nelinumeroisia lukuja,

jotka alkavat luvulla 1 on $1 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 2 = 200$

+

jotka alkavat luvulla 2 on $1 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 2 = 200$

+

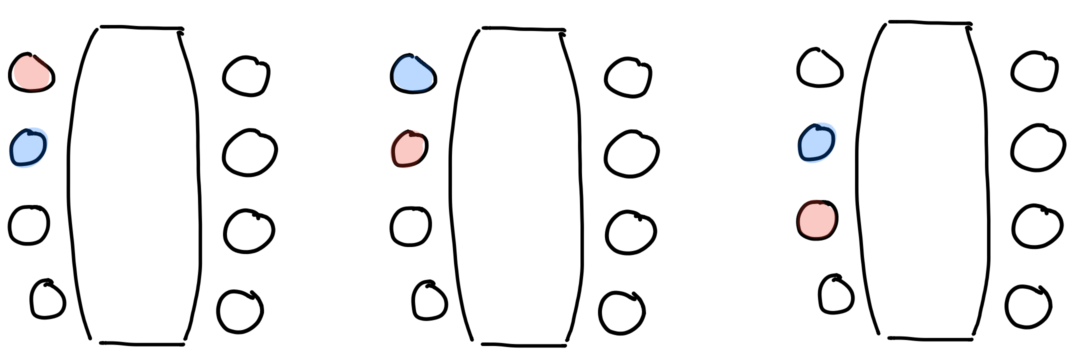
...

+

jotka alkavat luvulla 9 on $1 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 2 = 200$

=1800

Esim. Satu ja Kari haluavat istua opettajan pöydässä vierekkäin. Pöydässä on 4 paikkaa molemmin puolin pöytää, ja pöytään istuu lisäksi Antti. Monellako tapaa he voivat istua?



Yllä on esitetty kolme eri vaihtoehtoa Karille ja Satulle istua, yhteensä "paikkoja" on 3 per puoli, ja 2 tapaa per paikka (Kari ylempi tai Satu ylempi), eli yhteensä $3 \cdot 2 \cdot 2$ tapaa.

Lisäksi Antti voi istua jäljellä oleviin kuuteen eri tuoliin, eli 6 vaihtoehtoa lisää.

Yhteensä vaihtoehtoja on siis $3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 6 = 72$

5.2 Permutaatio, variaatio ja kombinaatio