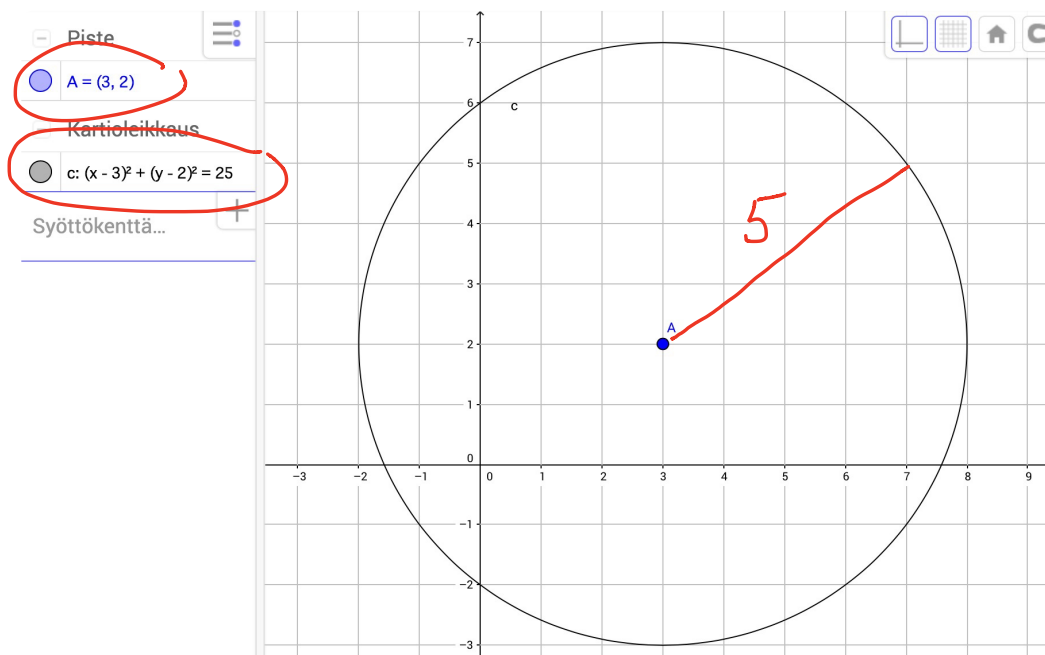


## *toisen asteen käyrät, kartioleikkaukset blaablaa*

### 7.1 Ympyrän yhtälö

Ympyrät esitetään joko keskipistemuodossa tai yleisessä muodossa.

Esim. Määritä Ympyrän yhtälö, kun sen keskipiste on  $(3,2)$  ja säde 5.



Nyt ympyrän yhtälö keskipistemuodossa:

$$\underbrace{(x-3)}_m^2 + \underbrace{(y-2)}_m^2 = \underbrace{5^2}_m$$

$$x^2 - 6x + 9 + y^2 - 4y + 4 = 25$$

$$x^2 - 6x + y^2 - 4y + 13 - 25 = 0$$

$$\underline{x^2 - 6x + y^2 - 4y - 12 = 0}$$

Tämä on yleinen muoto.

Esim. ympyrän yhtälö on  $x^2 + y^2 - 10x + 4y + 28 = 0$

Määritä ympyrän säde ja keskipiste.

Nyt yhtälö on muutettava toiseen muotoon!



Esim. Nämä eivät ole ympyrän yhtälöitä:

$$(x - 5)^2 + (y + 2)^2 = 0$$

$$(x - 5)^2 + (y + 2)^2 = -3$$

## 7.2 Ympyrä ja suora

Esim. Määritä ympyrän  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 5^2$

ja suoran  $y = 2x - 5$  yhteiset pisteet.

Tehdään yhtälöpari!

$$\begin{cases} (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 5^2 \\ y = 2x - 5 \end{cases}$$

Sijoitetaan:

$$(x-1)^2 + (2x-5-2)^2 = 5^2$$

$$x^2 - 2x + 1 + (2x-7)^2 = 25$$

$$\underline{x^2} - \underline{2x} + \underline{1} + \underline{4x^2} - \underline{28x} + \underline{49} = \underline{25}$$

$$5x^2 - 30x + 25 = 0 \quad | :5$$

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

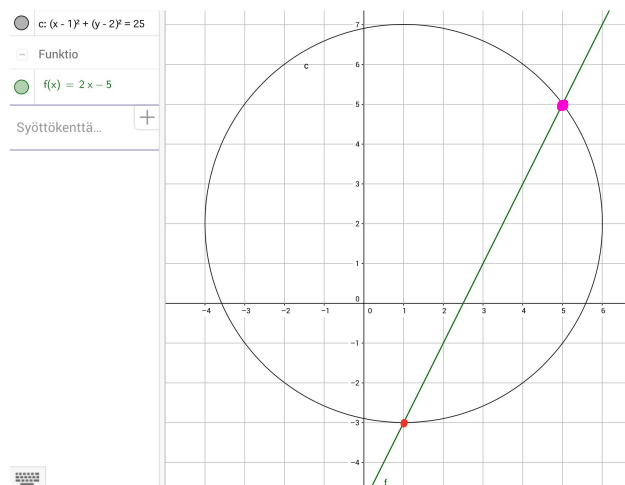
⋮

$$x = 1 \quad \text{tai} \quad x = 5$$

Ratkaistaan tästä  $y = 2x - 5$

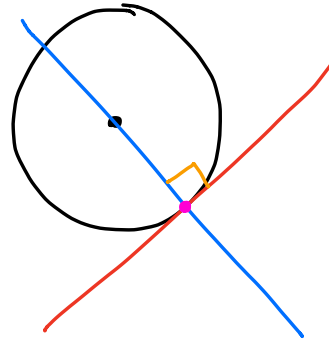
$$y = -3 \quad \text{tai} \quad y = 5$$

Eli yhteiset pisteet ovat (1, -3) ja (5, 5)



Mikäli suoralla ja ympyrällä on vain yksi yhteinen piste, on suora ympyrän *tangentti*.

Tämä suora vain sivuaa ympyrää ja se on kohtisuorassa sivuamispisteen ja ympyrän keskipisteen kautta piirretyn suoran kanssa.



Esim. Muodosta edellisen ympyrän pistettä (4,-2) sivuavan tangentin yhtälö.

Nyt keskipiste oli (1,2), joten suoran kulmakerroin  $k = (2 - (-2)) / (1 - 4) = -4/3$

Tällöin tangentin kulmakerroin  $K \cdot k = -1$   
eli  $K = 3/4 = 0,75$

Koska suora kulkee pisteen (-2,4) kautta, on sen yhtälö  $y - (-2) = 0,75(x - 4)$

$$y = 0,75x - 3 - 2$$

$$y = 0,75x - 5$$

tai  $3x - 4y - 20 = 0$

