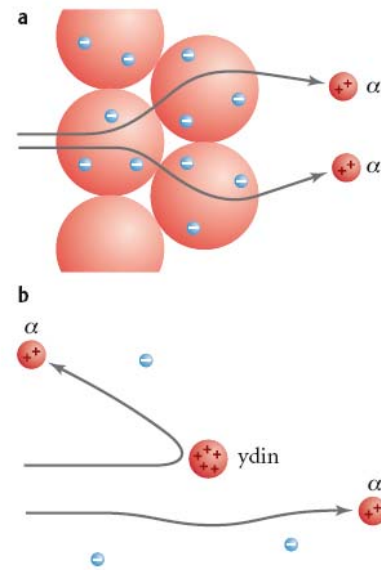


## RATKAISUT: 3. Atomin malli

1. a)– Thomsonin atomimalli ei tunne ydintä, positiivinen varaus on jakautunut tasaisesti atomissa.
- Elektronit ovat hyvin pieniä ja keveitä.
  - Todennäköisyys, että alfahiukkanen kohtaa elektronin on pieni.
  - Alfahiukkasen ja elektronin sähköisen vuorovaikutuksen seurauksena alfahiukkasen rata ei muutu paljon, koska alfahiukkasen massa on paljon suurempi kuin kevyen elektronin.
  - Varatun Thomsonin atomimallin mukaisen pallon sähkökenttä on niin heikko, että se ei pysty poikkeuttamaan raskasta alfahiukkasta.



- b) Rutherfordin atomimallissa ympyräradalla liikkuva elektroni olisi kiihtyvässä liikkeessä, jolloin se säteilisi energiaa.
- Energian vähetessä sen nopeus pienenesi ja elektroni kiertoradan säde lyhenisi.

c) Klassisen mekaniikan mukaisia ovat kolme ensimmäistä:

1. Elektroni kiertää ympyrärataa positiivisesti varatun ytimen ympärillä.
2. Elektroni pysyy radallaan Coulombin lain mukaisen vetovoiman johdosta.
3. Elektronien rata voidaan määrittää elektronin liikeyhtälöstä  $k \frac{Q_e^2}{r^2} = m_e \frac{v^2}{r}$ .

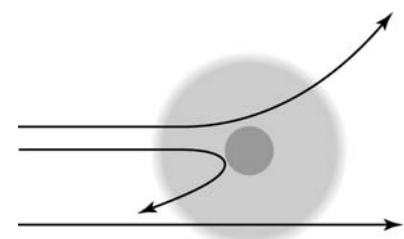
4. ja 5. oletus eivät ole klassisen mekaniikan mukaisia:

4. Tietyt elektronin radat ovat pysyviä, näissä tiloissa atomi ei säteile energiaa.

Klassinen fysiikka ei tunne tilannetta, jossa ympyräradalla kiertävä elektroni ei säteilisi energiaa.

5. Tämä oletus selitti spektriviivahavainnot kvanttiteorian avulla. Kun atomi siirtyy stationäärisestä tilasta toiseen, atomi absorboi tai emittoi fotonin. Tällöin elektroni siirtyy radalta toiselle.

2. Kokeessa pommitettiin alfahiukkasilla ohutta kultakalvoa. Suurin osa alfahiukkasista läpäisi kultakalvon, osa muutti suuntaansa vain vähän, mutta muutamat alfahiukkaset kimposivat lähes suoraan takaisin.



Havaittu sironta osoitti, että suurin osa atomin tilavuudesta on tyhjää ja atomin massa on keskittynyt pieneen raskaaseen ytimeen. Ytimen varaus on positiivinen.

Sirontakokeen perusteella voidaan päätellä:

- atomin massa on keskittynyt atomin ytimeen
- ytimen varaus on  $Ze$ , missä  $Z$  on aineen kemiallinen järjestysluku (protoniluku)
- ytimen ympärillä olevassa elektroniverhossa on  $Z$  negatiivisesti varautunutta elektronia
- ytimen halkaisija on suuruusluokkaa  $10^{-14}$
- elektroniverho määrää atomin koon.

**3. a)** – Thompsonin atomimallin perusteella tunnettiin vain elektroni

- Rutherfordin koe:
  - \* alfahiukkasilla pommitettiin ohutta metallikalvoa
  - \* suurin osa hiukkasista läpäisi kalvon
  - \* osa hiukkasista vaihtoi vähän kulkusuuntaansa, muutama kimposi takaisin lähes tulosuuntaan
- tulos tulkittiin siten, että aine koostuu atomeista, joilla on pieni, raskas ja positiivisesti varattu ydin, ja ydintä kiertävistä kevyistä elektroneista
- Bohrin mallin taustalla olivat spektrihavainnot, ja erityisesti vedyn spektriviivat ja niiden paikat selittävä Balmerin kaava
- Bohr selitti vedyn spektriviivat ja Rutherfordin esittämän ”planeettamallin” laatimansa atomimallin avulla.

**b)** Bohrin vetyatomimalli:

- elektronit kiertävät ydintä ympyräradoilla sähköisen vetovoiman vaikutuksesta
- elektroneilla on tietyt sallitut radat, joilla liikkeessaan elektroni ei säteile energiaa
- sallittuun rataan liittyy kokonaisenergia: atomilla on energiatasoja
- säteilykvantti emittoituu tai absorboituu, kun elektroni siirtyy sallitulta radalta toiselle
- kvantin energia on energiatasojen erotus.

**4.** Vetyatomien energiatilat saadaan yhtälöstä  $E_n = -\frac{13,6 \text{ eV}}{n^2}$ .

**a)** Vetyatomien ensimmäisen viritystilän energia saadaan kokonaisluvun arvolla  $n = 2$

$$E_2 = -\frac{13,6 \text{ eV}}{2^2} = -3,40 \text{ eV}.$$

b) Vetyatomin on toisessa viritystilassa, kun  $n = 3$ . Toisen viritystilan energia on

$$E_3 = -\frac{13,6 \text{ eV}}{3^2} = -1,511 \text{ eV} = -1,51 \text{ eV}.$$

c) Tilojen energioiden erotus on

$$\begin{aligned} \Delta E &= E_3 - E_2 \\ &= -1,51 \text{ eV} - (-3,40 \text{ eV}) \\ &= 1,89 \text{ eV} \approx 1,9 \text{ eV}. \end{aligned}$$

**Vastaus:**

a) Vedyn ensimmäisen viritystilan energia on  $-3,40 \text{ eV}$ .

b) Vedyn toisen viritystilan energia on  $-1,51 \text{ eV}$ .

c) Ensimmäisen ja toisen viritystilan energiaero on  $1,9 \text{ eV}$ .

5. Vetyatomin spektriviivojen aallonpituudet voidaan laskea yhtälöstä

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right).$$

a) Lymanin sarja vastaa siirtymää perustilaan.

Lymanin sarjan pienin aallonpituus saadaan, kun kokonaisluvut ovat  $n = 1$  ja  $m \rightarrow \infty$  eli

$$\frac{1}{m} \rightarrow 0. \text{ Tällöin } \frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{1^2} - 0 \right).$$

Ratkaistaan tästä aallonpituus

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{1}{R_H} \\ &= \frac{1}{1,0973731 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{m}}} \\ &= 9,112671 \cdot 10^{-8} \text{ m} \approx 91,1 \text{ nm}. \end{aligned}$$

b) Bracketin sarja vastaa siirtymää neljännelle energiatilalle.

Bracketin sarjan suurin aallonpituus saadaan, kun kokonaisluvut ovat  $n = 4$  ja  $m = 5$ .

$$\text{Tällöin } \frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{16} - \frac{1}{25} \right) = R_H \left( \frac{9}{400} \right) \text{ ja}$$

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{400}{9R_H} \\ &= \frac{400}{9 \cdot 1,0973731 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{m}}} \\ &= 4,050076 \cdot 10^{-6} \text{ m} \approx 4050 \text{ nm}. \end{aligned}$$

**Vastaus:**

a) Pienin aallonpituus on  $91,1 \text{ nm}$ .

b) Suurin aallonpituus on  $4050 \text{ nm}$ .

6. Vedyn spektriviivojen aallonpituudet lasketaan yhtälöstä  $\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$ .

Vihreä viiva on näkyvän valon Balmerin sarjan alueella, joten tiedetään, että  $n = 2$ .

Kokeilemalla saadaan, että  $m = 4$  antaa kysytyn aallonpituuden tarkan arvon

$$\lambda = \frac{1}{1,0973731 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{m}} \cdot \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2} \right)} = 486,009 \text{ nm} \approx 486 \text{ nm}$$

**Vastaus:** Viivan aallonpituus on 486 nm.

7. a) Ei ole oikein kysyä. Stationaarisella radalla ollessaan elektroni ei säteile. Kun elektroni siirtyy ylemmältä energiatilalta alemmalle energiatilalle, atomi lähettää energiatilojen eron suuruisen säteilykvantin.
- b) Säteilyä syntyy, kun ylemmältä energiatilalta elektroni siirtyy alemmalle energiatilalle. Tällöin vapautuvan säteilyn energia on energiatilojen erotuksen suuruinen.
- c) Fotonin energian yläraja on vapaan elektronin ja perustilassa olevan elektronin energioiden erotus, jonka on 13,607 eV. Tämän säteilyn aallonpituus on elektronin lähettämän säteilyn aallonpituuden alaraja

$$E_{\text{max}} = hf_{\text{max}} = h \frac{c}{\lambda_{\text{min}}}, \text{ josta}$$

$$\begin{aligned} \lambda_{\text{min}} &= h \frac{c}{E_{\text{max}}} \\ &= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{13,607 \text{ eV}} \\ &= 9,112 \cdot 10^{-8} \text{ m} \approx 91,1 \text{ nm}. \end{aligned}$$

**Vastaus:**

- c) Vetyatomin lähettämän säteilyn pienin aallonpituus on 91,1 nm.

8. a) Vetyatomin spektriviivojen aallonpituudet voidaan laskea yhtälöstä  $\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$ .

Sijoitetaan lukuarvot

$$\frac{1}{\lambda} = 1,0973731 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{m}} \cdot \left( \frac{1}{108^2} - \frac{1}{109^2} \right) = 17,18358 \frac{1}{\text{m}},$$

josta aallonpituus

$$\lambda = 0,058195 \text{ m} \approx 58,2 \text{ mm}$$

Taajuus on aaltoliikkeen perusyhtälön  $c = \lambda f$  mukaan

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,058195 \text{ m}}$$

$$= 5151635955 \frac{1}{\text{s}} \approx 5,2 \text{ GHz.}$$

b) Viritystilan 109 energia on  $E_{109} = -\frac{13,6 \text{ eV}}{109^2} = -1,14468 \cdot 10^{-3} \text{ eV}$

Viritystilan 108 energia on  $E_{108} = -\frac{13,6 \text{ eV}}{108^2} = -1,16598 \cdot 10^{-3} \text{ eV.}$

**Tapa 1.**

Tilojen energioiden erotus on

$$\Delta E = E_{109} - E_{108}$$

$$= -1,14468 \cdot 10^{-3} \text{ eV} - (-1,16598 \cdot 10^{-3} \text{ eV})$$

$$= 0,0213 \cdot 10^{-3} \text{ eV.}$$

**Tapa 2.**

Tilojen energioiden erotus emittoituvan säteilyn aallonpituuden avulla

$$E = \frac{hc}{\lambda}$$

$$= \frac{4,135669 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,058195 \text{ m}}$$

$$= 2,13055 \cdot 10^{-5} \text{ eV} \approx 0,0213 \text{ meV.}$$

c) Virittymiseen tarvittava energia

$$\Delta E = E_{109} - E_1$$

$$= -\frac{13,6 \text{ eV}}{109^2} - \frac{13,6 \text{ eV}}{1^2}$$

$$= 13,5989 \text{ eV} \approx 13,6 \text{ eV.}$$

**Vastaus:**

a) Antenni on viritettävä ottamaan vastaan signaalia 58,2 mm:n aallonpituudella, jolloin taajuus on 5,2 GHz.

b) Energiaerotus on 0,0213 meV.

c) Virittymiseen tarvittava energia on 13,6 eV.

9. a) Perustilassa  $n = 1$  ja perustilan energia on  $E_1 = -\frac{13,6 \text{ eV}}{1^2} = -13,6 \text{ eV.}$

Fotonin energian  $E_{\text{max}} = h \frac{c}{\lambda_{\text{min}}}$  pitää olla ainakin tämän suuruinen.

Siten säteilyn aallonpituuden pitää olla suurempi kuin

$$\begin{aligned}\lambda_{\min} &= h \frac{c}{E_{\max}} \\ &= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{13,6 \text{ eV}} \\ &= 9,1167 \cdot 10^8 \text{ m} \approx 91,2 \text{ nm}.\end{aligned}$$

b) Toinen viritystila on  $n = 3$  ja viritystilän energia on  $E_3 = -\frac{13,6 \text{ eV}}{3^2} = -1,5111 \text{ eV}$ .

$$\text{Tilojen energiaero } \Delta E = E_3 - E_1 = -\frac{13,6 \text{ eV}}{3^2} - \left(-\frac{13,6 \text{ eV}}{1^2}\right) = 12,0889 \text{ eV} \approx 12,1 \text{ eV}$$

Fotonin energia  $\Delta E = h \frac{c}{\lambda}$ , josta

\* säteilyn aallonpituus

$$\begin{aligned}\lambda &= h \frac{c}{\Delta E} \\ &= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{12,0889 \text{ eV}} \\ &= 1,02563 \cdot 10^{-7} \text{ m} \approx 103 \text{ nm}.\end{aligned}$$

\* säteilyn taajuus

$$\begin{aligned}f &= \frac{\Delta E}{h} \\ &= \frac{12,0889 \text{ eV}}{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs}} \\ &= 2,92308 \cdot 10^{15} \text{ m} \approx 2,9 \text{ Pm}.\end{aligned}$$

**Vastaus:**

a) Ionisoivan säteilyn aallonpituuden pitää olla suurempi kuin 91,2 nm.

b) Virittävän säteilyn aallonpituus 103 nm ja taajuus 2,9 Pm.

**10. a)** Vetyatomi voi olla perustilassa tai se voi absorboida energiaa, jolloin se virittyy. Siten vetyatomin elektroni voi olla useilla sallituilla energiatioilla. Spektriviivat syntyvät, kun elektroni siirtyy tilasta toiseen.

**b)** Ionisoitumisenergia perusteella voidaan päätellä vetyatomin säde. Bohrin

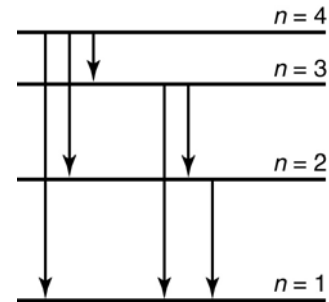
vetyatomimallin mukaan liikeyhtälöstä  $k \frac{Q_e^2}{r^2} = m_e \frac{v^2}{r}$  saadaan elektronin nopeus. Kun

tämä sijoitetaan  $r$ -säteisellä sadalla olevan elektronin kokonaisenergian yhtälöön, voidaan atomin säde ratkaista.

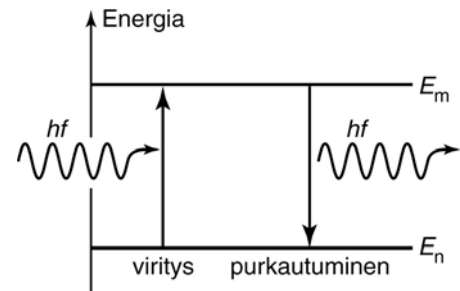
- c) Elektroni on 3. viritystilalla, joten  $n = 4$ .  
Vetyatomi voi emittoida 6 erilaista fotonia.

**Vastaus:**

- c) Vetyatomi voi emittoida 6 erilaista fotonia.



11. a) Kun elektroni siirtyy ylemmältä energiatasolta alemmalle, atomi emittoi fotonin, jonka energia on tarkalleen kyseisten energiatasojen energioiden erotus  $\Delta E = hf$ .  
b) Kun elektroni siirtyy alemmalta energiatasolta ylemmälle, atomi absorboi fotonin, jonka energia on tarkalleen kyseisten energiatasojen energioiden erotus  $\Delta E = hf$ .



- c) Vedyn emissio- ja absorptiospektrissä spektriviivat ovat kohdakkain, koska ne syntyvät elektronin siirtymässä samojen energiatilojen välillä. Atomin emissiospektrin viivat ovat kirkkaita, näkyvän valon alueella viivat nähdään erivärisinä. Absorptiospektrin viivat ovat mustia, koska näitä aallonpituuksia vastaavat fotonit ovat absorboituneet atomiin. Emissiospektrissä on yleensä enemmän viivoja kuin absorptiospektrissä, koska on melko epätodennäköistä, että fotoni absorboituisi virittyneeseen atomiin.

12. a) Fotonin aallonpituus saadaan laskettua joko vetyatomin spektriviivojen aallonpituuksien lausekkeesta tai vetyatomin energiatilojen erotuksen ja Planckin lain avulla.

**Tapa 1:**

- a) Vetyatomin virittämiseen toiselta energiatilalta viidennelle vaaditaan yhtä suuri fotoni, jonka atomi emittoisi, kun viritys purkautuu viidenneltä energiatasolta toiselle.

Yhtälöstä  $\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$  saadaan aallonpituus

$$\lambda = \frac{1}{R_H \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)} = \frac{1}{1,0973731 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{m}} \cdot \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{5^2} \right)} = 4,3394 \cdot 10^{-7} \text{ m} \approx 434 \text{ nm}$$

**Tapa 2:**

Fotonin energia

$$\begin{aligned} \Delta E &= E_5 - E_2 \\ &= -\frac{13,6 \text{ eV}}{5^2} - \left( -\frac{13,6 \text{ eV}}{2^2} \right) = 2,856 \text{ eV}. \end{aligned}$$

Planckin lain mukaan  $\Delta E = \frac{hc}{\lambda}$ , josta ratkaistaan aallonpituus

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{hc}{\Delta E} \\ &= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2,856 \text{ eV}} \\ &= 4,3413 \cdot 10^{-7} \text{ m} \approx 434 \text{ nm}.\end{aligned}$$

- b) Kun elektronin viritys purkautuu viidenneltä tilalta perustilalle, atomi emittoiman fotonin energia on

$$\begin{aligned}\Delta E &= E_5 - E_1 \\ &= -\frac{13,6 \text{ eV}}{5^2} - \left(-\frac{13,6 \text{ eV}}{1^2}\right) \\ &= 13,056 \text{ eV} \approx 13,1 \text{ eV}.\end{aligned}$$

**Vastaus**

- a) Säteilyn aallonpituus on 434 nm.  
b) Fotonin energia on 10,9 eV.

13. a) Fotonin energia  $E = hf = h \frac{c}{\lambda}$ , josta aallonpituus on

$$\begin{aligned}\lambda &= h \frac{c}{E} \\ &= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{24,6 \text{ eV}} \\ &= 5,04014 \cdot 10^{-8} \text{ m} \approx 50,4 \text{ nm}.\end{aligned}$$

- b) Lasketaan sellaisen elektronin nopeus  $v$ , jonka liike-energia on 24,6 eV.

Liike-energia  $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ . Ratkaistaan nopeus

$$\begin{aligned}v &= \sqrt{\frac{2E_k}{m}} \\ &= \sqrt{\frac{2 \cdot 24,6 \text{ eV} \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \frac{\text{J}}{\text{eV}}}{9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} \\ &= 2941403,594 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 2,94 \frac{\text{Mm}}{\text{s}}.\end{aligned}$$

**Vastaus:**

- a) Ionisoivan säteilyn aallonpituus on 50,4 nm.  
b) Elektronin nopeus on 2,94 Mm/s



14. a) Energiatasokaavio

b) Fotonien energiat saadaan energiatasojen energioiden erotuksina

$$\Delta E_1 = -4,9 \text{ eV} - (-7,7 \text{ eV}) = 2,8 \text{ eV}$$

$$\Delta E_2 = -4,9 \text{ eV} - (-6,7 \text{ eV}) = 1,8 \text{ eV}$$

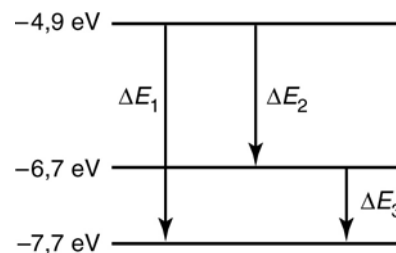
$$\Delta E_3 = -6,7 \text{ eV} - (-7,7 \text{ eV}) = 1,0 \text{ eV}$$

Aallonpituudet lasketaan Planckin säteilylain  $E = h \frac{c}{\lambda}$  perusteella.

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{hc}{\Delta E_1} \\ &= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2,8 \text{ eV}} \\ &= 4,4281 \cdot 10^{-7} \text{ m} \approx 440 \text{ nm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lambda_2 &= \frac{hc}{\Delta E_2} \\ &= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,8 \text{ eV}} \\ &= 6,888 \cdot 10^{-7} \text{ m} \approx 690 \text{ nm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lambda_3 &= \frac{hc}{\Delta E_3} \\ &= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,0 \text{ eV}} \\ &= 1,2399 \cdot 10^{-6} \text{ m} \approx 1200 \text{ nm} \end{aligned}$$



**Vastaus:**

b) Fotonien energiat ovat 2,8 eV, 1,8 eV ja 1,0 eV ja aallonpituudet 440 nm, 690 nm ja 1200 nm.

15. Planckin lain mukaan natriumatomin lähettämän kvantin energia on

$$\begin{aligned} \Delta E = hf &= \frac{hc}{\lambda} \\ &= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{589,0 \cdot 10^{-9} \text{ m}} \\ &= 2,105049 \text{ eV} \approx 2,11 \text{ eV}. \end{aligned}$$

Tämä energia on yhtä suuri kuin viritystilan ja perustilan energioiden erotus

$$\Delta E = E_{\text{viritystila}} - E_1, \text{ josta}$$

viritystilan energiaksi saadaan

$$\begin{aligned} E_{\text{viritystila}} &= E_1 + \Delta E \\ &= -5,14 \text{ eV} + 2,11 \text{ eV} = -3,03 \text{ eV}. \end{aligned}$$

**Vastaus:**

Viritystilän energia on  $-3,03$  eV.

16. a) Absorboituvan valon aallonpituus on suurin, kun elektronin siirtymän vaatima viritysendergia on pienin. Tällöin elektroni siirtyy vetyatomin perustilalta  $n = 1$  ensimmäiselle viritystilalle  $n = 2$ .

$$\text{Vetyatomin energiatasot saadaan yhtälöstä } E_n = -\frac{hcR_H}{n^2} = -\frac{13,6 \text{ eV}}{n^2}.$$

Energiatasojen erotus on

$$\begin{aligned} \Delta E &= E_2 - E_1 \\ &= -\frac{13,6 \text{ eV}}{2^2} - \left(-\frac{13,6 \text{ eV}}{1^2}\right) \\ &= -3,4 \text{ eV} - (-13,6 \text{ eV}) = 10,2 \text{ eV}. \end{aligned}$$

Siirtymää vastaava aallonpituus on

$$\begin{aligned} \lambda &= h \frac{c}{\Delta E} \\ &= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10,2 \text{ eV}} \\ &= 1,21556 \cdot 10^{-7} \text{ m} \approx 121,6 \text{ nm}. \end{aligned}$$

- b) Tilan  $n = 3$  energia on  $E_3 = -\frac{13,6 \text{ eV}}{3^2} = -1,511 \text{ eV}$ .

Perustilan ja seuraavan viritystilän  $n = 3$  energioiden erotus on

$$\Delta E = E_3 - E_1 = -1,51 \text{ eV} - (-13,6 \text{ eV}) = 12,09 \text{ eV}.$$

Siirtymää vastaava aallonpituus

$$\begin{aligned} \lambda &= h \frac{c}{\Delta E} \\ &= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{12,09 \text{ eV}} \\ &= 1,0255 \cdot 10^{-7} \text{ m} \approx 102,6 \text{ nm}. \end{aligned}$$

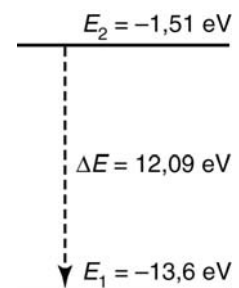
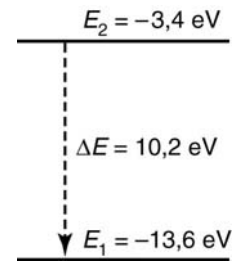
**Vastaus:**

- a) Aallonpituus on  $121,6$  nm.  
b) Aallonpituus on  $102,6$  nm.

17. a) Bohrin vetyatomin  $n$ :s energiatila saadaan yhtälöllä  $E_n = -\frac{13,6 \text{ eV}}{n^2}$ .

Siten energiatilan  $-0,212$  eV järjestysluku saadaan yhtälöstä

$$n = \sqrt{\frac{-13,6 \text{ eV}}{-0,212 \text{ eV}}} = 8,009 \approx 8.$$



Perustilan ja 8. energiatilan välissä on sallittuja tiloja 6 kappaletta.

b) Energiatilojen  $n = 2$  ja  $n = 1$  erotus on

$$\begin{aligned}\Delta E &= E_2 - E_1 \\ &= -\frac{13,6 \text{ eV}}{2^2} - \left(-\frac{13,6 \text{ eV}}{1^2}\right) \\ &= -3,4 \text{ eV} - (-13,6 \text{ eV}) = 10,2 \text{ eV}.\end{aligned}$$

Siirtymää vastaava fotonin taajuus Planckin lain  $E = hf$  mukaan on

$$\begin{aligned}f &= \frac{E}{h} \\ &= \frac{10,2 \text{ eV}}{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs}} \\ &= 2,46635 \cdot 10^{15} \frac{1}{\text{s}} \approx 2,47 \text{ PHz}.\end{aligned}$$

Energiatasojen  $n = 4$  ja  $n = 2$  erotus on

$$\begin{aligned}\Delta E &= E_4 - E_2 \\ &= -\frac{13,6 \text{ eV}}{4^2} - \left(-\frac{13,6 \text{ eV}}{2^2}\right) \\ &= -0,85 \text{ eV} - (-3,4 \text{ eV}) = 2,55 \text{ eV}.\end{aligned}$$

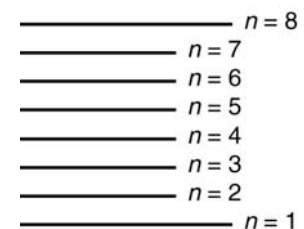
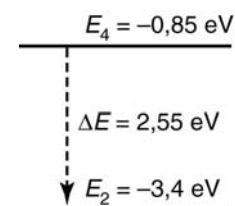
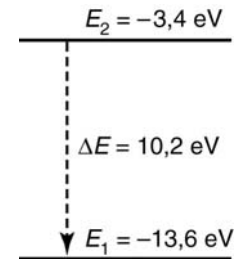
Siirtymää vastaava fotonin taajuus Planckin lain  $E = hf$  mukaan on

$$f = \frac{E}{h} = \frac{2,55 \text{ eV}}{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs}} = 6,16587 \cdot 10^{14} \frac{1}{\text{s}} \approx 0,617 \text{ PHz}.$$

**Vastaus:**

a) Perustilan ja 8. energiatilan välissä on sallittuja tiloja 6 kappaletta.

b) Taajuudet ovat 2,47 PHz ja 0,617 PHz.



18. a) Spektriviivaa vastaava viritysendergia on absorboituvien fotonien energia

$$\begin{aligned}E &= hf = h \frac{c}{\lambda} \\ &= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{102,5 \cdot 10^{-9} \text{ m}} \\ &= 12,09633 \text{ eV} \approx 12,10 \text{ eV}.\end{aligned}$$

Vetyatomin perustila on  $E_1 = \frac{-13,6 \text{ eV}}{1^2} = -13,6 \text{ eV}$ .

1. viritystilän energia on  $E_2 = \frac{E_1}{2^2} = \frac{-13,6 \text{ eV}}{4} = -3,4 \text{ eV}$ .

2. viritystilän energia on  $E_3 = \frac{E_1}{3^2} = \frac{-13,6 \text{ eV}}{9} = -1,51 \text{ eV}$ .

Perustilan ja 2. viritystilän energioiden erotus on vastaa hyvin absorptiospektrin

102,5 nm:n viivaa

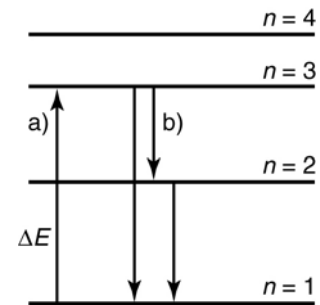
$\Delta E = -1,51 \text{ eV} - (-13,61 \text{ eV}) = 12,1 \text{ eV}$ . Viiva on syntynyt niin, että vetyatomi on absorboinut energiaa niin, että perustilassa oleva vetyatomin on virittynyt toiselle viritystilalle ( $n = 3$ ).

- b)** Aallonpituutta 102,5 nm vastaava fotoni virittää vetyatomin perustilasta tilaan  $n = 3$  (2. viritystila). Toinen viritystila voi purkautua suoraan perustilaan ( $n = 1$ ), tai välivaiheittain ensin ensimmäiselle viritystilalle ( $n = 2$ ) ja sitten ensimmäiseltä viritystilalta perustilalle:

$$\begin{aligned} \lambda_{3 \rightarrow 1} &= \frac{hc}{E_3 - E_1} \\ &= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{12,09 \text{ eV}} \\ &= 102,554 \cdot 10^{-9} \text{ m} \approx 102,6 \text{ nm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lambda_{3 \rightarrow 2} &= \frac{hc}{E_3 - E_2} \\ &= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,89 \text{ eV}} \\ &= 656,018 \cdot 10^{-9} \text{ m} \approx 656,0 \text{ nm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lambda_{2 \rightarrow 1} &= \frac{hc}{E_2 - E_1} \\ &= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10,20 \text{ eV}} \\ &= 121,556 \cdot 10^{-9} \text{ m} \approx 121,6 \text{ nm} \end{aligned}$$



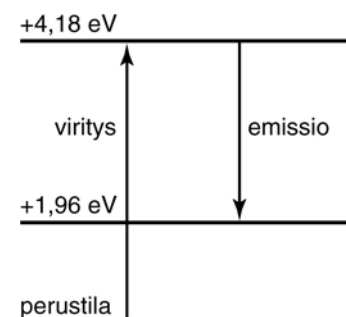
**Vastaus:**

- a)** Viritysendergia on 12,10 eV.  
**b)** Havaitaan 102,6 nm, 122,6 nm ja 656,0 nm.

- 19. a)** Lasketaan aallonpituutta 558 nm vastaavan fotonin energia

$$\begin{aligned} E &= \frac{hc}{\lambda} \\ &= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{558 \cdot 10^{-9} \text{ m}} \\ &= 2,22199 \text{ eV} \approx 2,22 \text{ eV}. \end{aligned}$$

Tämä on samalla kysytty energiatasojen välinen ero.



- b)** Protoneilla tulee olla liike-energiaa vähintään  $2,22199 \text{ eV} + 1,96 \text{ eV} = 4,181996 \text{ eV}$ , jotta happiatomin virittäminen olisi mahdollista.

Koska energia on niin pieni, protonien nopeuden voi laskea klassillisen fysiikan

kaavasta.  $E = \frac{1}{2}m_p v^2$ , joten

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{2E}{m_p}} \\ &= \sqrt{\frac{2 \cdot 4,181996 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1,67262 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}} \\ &= 28\,303,453 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 28,3 \frac{\text{km}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

**Vastaus:**

- a) Energiatilojen välinen ero on 2,22 eV.
- b) Protonien nopeus on 28,3 km/s.

- 20. a)** Sähkömagneettisen säteilyn aiheuttaman virityksen purkautuessa syntyvää säteilyä sanotaan fluoresenssisäteilyksi. Ilmiötä kutsutaan fluoresenssiksi. Fluoresenssisäteily koostuu aineen emissiospektrin viivoista. Fluoresenssisäteilyn aallonpituus on pienempi kuin virityksen aiheuttaneen sähkömagneettisen säteilyn.
- Fosforesenssi on ilmiö, jossa atomin viritystilasta ei purkaudu heti vaan jonkin ajan kuluttua. Sanotaan, että atomi on metastabiilissa viritystilassa. Viritystilasta purkautuu välivaiheiden kautta, jolloin atomi lähettää kaksi tai useampia fotoneja, joiden aallonpituus on suurempi kuin atomin virittäneen fotonin aallonpituus. Fosforesenssia voidaan sanoa viivästyneeksi fluoresenssiksi.
- b)** ”Valon vahvistaminen säteilyn stimuloidun emission avulla” on suomennos sanoista, joista nimi laser muodostuu: ”*Light amplification by stimulated emission of radiation*”. Metastabiili viritystilasta purkautuu ulkoisen ärsykkeen (fotoni) seurauksena ja tuloksena on identtinen fotoni viritystilasta laukaiseen fotonin kanssa.
- c)** Laservalo on monokromaattista (yksiväristä, sisältää vain yhtä aallonpituutta), koherenttia (samanvaiheista), yhdensuuntaista, laserin valo voidaan kohdistaa hyvin pienelle alueelle, jolloin sillä on suuri teho.

**21.** Fotonin energia on  $\Delta E = \frac{hc}{\lambda}$

Energiatasokaaviosta saadaan siirtymien energiat:

siirtymä a  $\Delta E_a = 0,37 \text{ eV}$

siirtymä b  $\Delta E_b = 1,97 \text{ eV}$

siirtymä c  $\Delta E_c = 1,1 \text{ eV}$

Siirtymiä vastaavat aallonpituudet

$$\lambda_a = \frac{hc}{\Delta E_a}$$

$$= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,37 \text{ eV}}$$

$$= 3,3510 \cdot 10^{-6} \text{ m} \approx 3400 \text{ nm}$$

Valo ei ole näkyvää.

$$\lambda_b = \frac{hc}{\Delta E_b}$$

$$= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,97 \text{ eV}}$$

$$= 6,2938 \cdot 10^{-6} \text{ m} \approx 630 \text{ nm}$$

Valo on punaista.

$$\lambda_c = \frac{hc}{\Delta E_c}$$

$$= \frac{4,1357 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,1 \text{ eV}}$$

$$= 1,1272 \cdot 10^{-6} \text{ m} \approx 1100 \text{ nm}$$

Valo ei ole näkyvää.

**Vastaus:**

Siirtymiä vastaavat aallonpituudet ovat 3400 nm, 630 nm, 1100 nm.

Siirtymissä a ja c ei synny näkyvää valoa. Siirtymää b vastaava valo on punaista.

22. Natriumatomeja säteilytetään fotoneilla, joiden maksimienergia on 3,3 eV, jolloin perustilassa oleva natriumatomin voi virittyä tilaan, jonka energia on alle 3,3 eV + (-5,14 eV) = -1,84 eV.

Fotonien maksimienergia riittää virittämään natriumatomin korkeintaan tilalle, jonka energia on -1,95 eV.

Tällöin voi tapahtua kolme emissiosiiirtymää, joiden energiat ovat

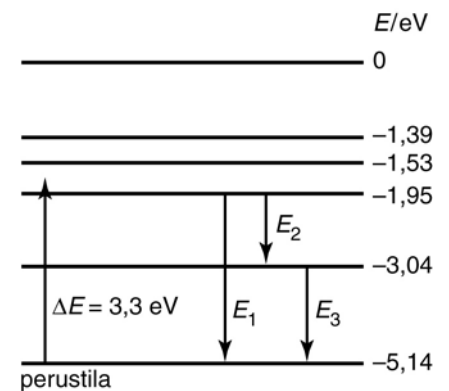
$$\Delta E_1 = -1,95 \text{ eV} - (-5,14 \text{ eV}) = 3,19 \text{ eV}$$

$$\Delta E_2 = -1,95 \text{ eV} - (-3,04 \text{ eV}) = 1,09 \text{ eV}$$

$$\Delta E_3 = -3,04 \text{ eV} - (-5,14 \text{ eV}) = 2,10 \text{ eV}.$$

Vastaavat emissiosäteilyn aallonpituudet ovat Planckin lain  $E = \frac{hc}{\lambda}$

mukaan



$$\begin{aligned}\lambda_1 &= \frac{hc}{\Delta E_1} \\ &= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3,19 \text{ eV}} \\ &= 3,8868 \cdot 10^{-7} \text{ m} \approx 389 \text{ nm}.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lambda_2 &= \frac{hc}{\Delta E_2} \\ &= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,09 \text{ eV}} \\ &= 1,1375 \cdot 10^{-6} \text{ m} \approx 1140 \text{ nm}.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lambda_3 &= \frac{hc}{\Delta E_3} \\ &= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2,10 \text{ eV}} \\ &= 5,9042 \cdot 10^{-7} \text{ m} \approx 590 \text{ nm}.\end{aligned}$$

**Vastaus:** Natriumkaasussa voi esiintyä säteilyä aallonpituuksilla 389 nm, 590 nm ja 1140 nm.

- 23. a)** Hopean ionisoitumisenergia kuvion mukaan on 25,51 keV. Elektronin poistamiseen K-kuorelta tarvitaan tämän suuruinen energia, joten hopea-atomiin törmäävien elektronien liike-energian on oltava 25,51 keV. Vastaava kiihdytysjännite on

$$U = \frac{W}{Q} = \frac{E_k}{Q_e} = 25,51 \text{ kV}.$$

- b)** Kiihdytettyjen elektronien törmätessä hopeaan syntyy röntgensäteilyä.

\* Elektronien jarruuntuessa hopeassa syntyy jarrutussäteilyä. Jarrutussäteilyn

minimiaalloonpituus saadaan maksimienergiasta  $E_{\max} = \frac{hc}{\lambda_{\min}} = 25,51 \text{ keV}$ , jolloin

$$\begin{aligned}\lambda_{\min} &= \frac{hc}{E_{\max}} \\ &= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{25,51 \cdot 10^3 \text{ eV}} \\ &= 4,8603 \cdot 10^{-11} \text{ m} \approx 48,6 \text{ pm}.\end{aligned}$$

Jarrutussäteilyn aallonpituus on siten  $\lambda \geq 48,6 \text{ pm}$ .

\* Ominaisäteilyä syntyy, kun K-kuorelle syntynyt aukko täyttyy joko L- tai M-kuorelta:

– siirros  $L \rightarrow K$ , jonka energia  $E_{K\alpha} = 21,99 \text{ keV}$  ja aallonpituus

$$\begin{aligned}\lambda_{K\alpha} &= \frac{hc}{E_{K\alpha}} \\ &= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{21,99 \cdot 10^3 \text{ eV}} \\ &= 5,6384 \cdot 10^{-11} \text{ m} \approx 56,4 \text{ pm}.\end{aligned}$$

– siirros  $M \rightarrow K$ , jonka energia  $E_{K\beta} = 24,94 \text{ keV}$

$$\begin{aligned}\lambda_{K\beta} &= \frac{hc}{E_{K\beta}} \\ &= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{24,94 \cdot 10^3 \text{ eV}} \\ &= 4,97143 \cdot 10^{-11} \text{ m} \approx 49,7 \text{ pm}.\end{aligned}$$

Jos elektroni siirtyy L-kuorelta, niin sille syntynyt aukko täyttyy myös, jolloin tapahtuu siirros  $M \rightarrow L$ , jonka energia  $E_{L\alpha} = 2,95 \text{ keV}$ .

$$\begin{aligned}\lambda_{L\alpha} &= \frac{hc}{E_{L\alpha}} \\ &= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2,95 \cdot 10^3 \text{ eV}} \\ &= 4,20296 \cdot 10^{-10} \text{ m} \approx 420,3 \text{ pm}.\end{aligned}$$

**Vastaus:**

a) Kiihdytysjännite on 25,51 kV.

b) Syntyvän säteilyn aallonpituudet ovat jatkuvassa säteilyssä  $\lambda \geq 48,6 \text{ pm}$  sekä ominaissäteilyn piikit 49,7 pm, 56,4 pm ja 420,3 pm.

**24.** Lasketaan energiatasokaaviosta mahdollisten siirtymien energiat

$$\Delta E = E_m - E_n$$

Luetaan spektristä piikkien taajuuudet ja lasketaan niitä vastaavien fotonien elektronit  $E = hf$ .

$$E_1 = hf_1 = 4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 6,3 \cdot 10^{18} \text{ Hz} = 26054,721 \text{ eV} \approx 26,1 \text{ keV}$$

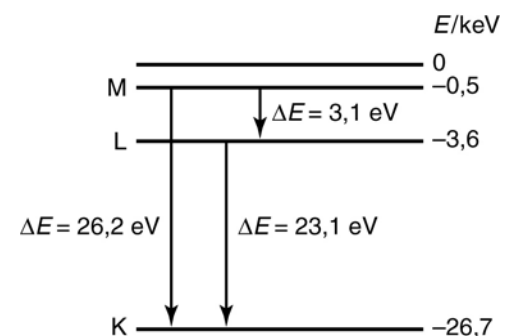
$$E_2 = hf_2 = 4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 5,6 \cdot 10^{18} \text{ Hz} = 23159,752 \text{ eV} \approx 23,2 \text{ keV}$$

$$E_3 = hf_3 = 4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 3,05 \cdot 10^{18} \text{ Hz} = 12613,7933 \text{ eV} \approx 12,6 \text{ keV}$$

$$E_4 = hf_4 = 4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,7 \cdot 10^{18} \text{ Hz} = 11166,309 \text{ eV} \approx 11,2 \text{ keV}$$

$$E_5 = hf_5 = 4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 0,75 \cdot 10^{18} \text{ Hz} = 3101,7525 \text{ eV} \approx 3,1 \text{ keV}$$

$$E_6 = hf_6 = 4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 0,50 \cdot 10^{18} \text{ Hz} = 2067,835 \text{ eV} \approx 2,1 \text{ keV}$$





Yhdistetään spektrin ja energiatasokaavion tiedot

spektrin piikki	taajuus $f / 10^{18}$ Hz	energia $E / \text{keV}$	mahdollinen siirtymä
1	6,3	26,1	M $\rightarrow$ K
2	5,6	23,2	L $\rightarrow$ K
3	3,05	12,6	
4	2,7	11,2	
5	0,75	3,1	M $\rightarrow$ L
6	0,50	2,1	

**Vastaus:** Spektri­piikit 1, 2 ja 5 ovat peräisin kadmiumista.

**25.** Luetaan spektristä piikkien taajuudet ja lasketaan piikkejä vastaavat energiat  $E = hf$ .

Kun saatuja energia-arvoja verrataan tehtävän arvoihin, saadaan selville, mitä alkuaineita näyte sisälsi.

$$E_1 = hf_1 = 4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 1,9 \cdot 10^{18} \text{ Hz} = 7857,77 \text{ eV} \approx 7,9 \text{ keV}$$

$$E_2 = hf_2 = 4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,1 \cdot 10^{18} \text{ Hz} = 8684,91 \text{ eV} \approx 8,7 \text{ keV}$$

$$E_3 = hf_3 = 4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 3,6 \cdot 10^{18} \text{ Hz} = 14888,41 \text{ eV} \approx 14,9 \text{ keV}$$

$$E_4 = hf_4 = 4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 4,0 \cdot 10^{18} \text{ Hz} = 16542,68 \text{ eV} \approx 16,5 \text{ keV}$$

$$E_5 = hf_5 = 4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 7,7 \cdot 10^{18} \text{ Hz} = 31844,66 \text{ eV} \approx 31,8 \text{ keV}$$

$$E_6 = hf_6 = 4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 8,7 \cdot 10^{18} \text{ Hz} = 35980,33 \text{ eV} \approx 36,0 \text{ keV}$$

$f / 10^{18}$ Hz	$E = hf / \text{keV}$	aine
1,9	7,9	Cu, $K_\alpha$ -piikki
2,1	8,7	Cu, $K_\beta$ -piikki
3,6	14,9	Y, $K_\alpha$ -piikki
4,0	16,5	Y, $K_\beta$ -piikki
7,7	31,8	Ba, $K_\alpha$ -piikki
8,7	36,0	Ba, $K_\beta$ -piikki

**Vastaus:** Analyysin mukaan suprajohde sisältää ainakin kuparia, yttriumia ja bariumia.

**26. a)** Röntgensäteilyn spektri koostuu tavallisesti jatkuvasta osasta ja karakteristisen säteilyn piikeistä. Jatkuva osa on seurausta jarrutus­säteilystä, kun kiihdytetyt elektronit hidastuvat anodimateriaalin atomien sähkökentässä. Karakteristiset piikit ovat anodimateriaalille ominaisia, karakteristisia. Ne aiheutuvat siitä, kun kiihdytetyt elektronit törmäävät anodimateriaalin ja irrottavat elektroneita kohtioatomin sisäkuorilta. Syntyneeseen aukkoon siirtyy elektroni ulommalta kuorelta, K- tai L-

kuorelta, jolloin tuloksena on röntgenfotoni. Fotonien energiat ovat kullekin aineelle ominaiset.

- b) Oletetaan, että elektroni hidastuessaan säteilee röntgenfotonin, jonka energia on yhtä suuri kuin elektronin kineettinen energia. Elektronin kineettinen energia voidaan lausua

$$\text{Schusterin kaavan avulla } Q_e U = \frac{1}{2} m v^2 .$$

Jos tämä energia siirtyy kvantille kokonaisuudessaan, saadaan

$$E = hf = h \frac{c}{\lambda} = Q_e U .$$

Tästä saadaan ratkaistua kiihdytysjännite

$$\begin{aligned} U &= \frac{hc}{\lambda Q_e} \\ &= \frac{6,6261 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,1 \cdot 10^{-9} \text{ m} \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}} \\ &= 12400,15 \text{ V} \approx 12,4 \text{ kV}. \end{aligned}$$

### Vastaus

- b) Kiihdytysjännitteen pitää olla 12,4 kV.

27. a)  $K_\alpha$ -säteilyn energia on energiatasojen välinen erotus

$$\begin{aligned} \Delta E &= E_K - E_L \\ &= 1,3050 \text{ keV} - 0,0514 \text{ keV} \\ &= 1,2536 \text{ keV} \end{aligned}$$

Fotonin energia Planckin säteilylain perusteella on

$$E = hf = h \frac{c}{\lambda} .$$

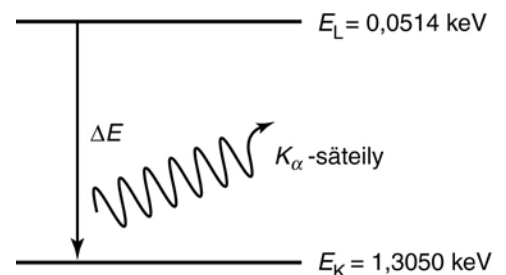
Ratkaistaan aallonpituus

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{hc}{\Delta E} \\ &= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,2536 \cdot 10^3 \text{ eV}} \\ &= 9,890506 \cdot 10^{-10} \text{ m} \approx 0,989 \text{ nm}. \end{aligned}$$

- b) Kiihdytystyö sähkökentässä lasketaan yhtälöllä  $W = Q_e U$ .

Elektronien nopeuden pitää olla niin suuri, että ne pystyvät irrottamaan elektronin K-kuorelta, siis saamaan aikaiseksi K-ionisaation  $E_{K\text{-ionis}} = Q_e U$ , josta

$$\begin{aligned} U &= \frac{E_{K\text{-ionis}}}{Q_e} \\ &= \frac{1,3050 \text{ keV}}{1 e} = 1,3050 \text{ kV}. \end{aligned}$$



c) Elektronien nopeus saadaan yhtälöstä  $Q_e U = \frac{1}{2} m_e v^2$ .

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{2Q_e U}{m_e}} \\ &= \sqrt{\frac{2 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1305,0 \text{ V}}{9,1094 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} \\ &= 0,21424 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 21\,400 \frac{\text{km}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

**Vastaus:**

- a) Röntgensäteilyn energia on 1,2536 keV ja aallonpituus on 0,989 nm.
- b) Pienin kiihdytysjännite on 1,3050 kV.
- c) Elektroninen nopeus on 21 400 km/s.