

RATKAISUT: Kertaustehtävät

Luku 1

1. Aallonpituus alue on $250 \text{ nm} < \lambda < 450 \text{ nm}$. Irrotustyö cesiumissa on $1,8 \text{ eV}$.

Fotonien energiat ovat väliltä

Lasketaan suurin liike-energia

$$\begin{aligned} E_{\text{kmax}} &= E_{\text{fmax}} - W_{\text{min}} \\ &= 4,9597 \text{ eV} - 1,8 \text{ eV} \\ &= 3,1597 \text{ eV} \approx 3,2 \text{ eV}. \end{aligned}$$

Vastaus: Elektronien liike-energiat ovat välillä $3,2 \text{ eV} \dots 0 \text{ eV}$.

2. Sähkömagneettisen säteilyn energia on $1,3 \text{ keV}$.

a) Fotonien energia on

$E = hf$, josta saadaan taajuus

$$\begin{aligned} f &= \frac{E}{h} = \frac{1,3 \cdot 10^3 \text{ eV}}{4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eVs}} \\ &= 3,1431 \cdot 10^{17} \text{ Hz} \approx 3,1 \cdot 10^{17} \text{ Hz}. \end{aligned}$$

b) Aaltoliikkeen perusyhtälön mukaan

$$f = \frac{c}{\lambda}.$$

Fotonin energia on siten

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda}, \text{ josta ratkaistaan aallonpituus}$$

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{hc}{E} \\ &= \frac{4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,9979 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,3 \cdot 10^3 \text{ eV}} \\ &= 9,5379 \cdot 10^{-10} \text{ m} \approx 0,95 \text{ nm}. \end{aligned}$$

Vastaus:

a) Fotonin taajuus on $3,1 \cdot 10^{17} \text{ Hz}$.

b) Fotonin aallonpituus on $0,95 \text{ nm}$.

3. Tähtien pintalämpötila on 6500 K .

a) Tähtien säteily noudattaa mustan kappaleen lähettämää säteilyä, joten sen pintalämpötila voidaan laskea Wienin siirtymälain $T\lambda_{\text{max}} = b$ avulla.

b) Aaltoliikkeen perusyhtälön mukaan

$$f = \frac{c}{\lambda}$$

Fotonin energia on siten

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda}$$

$$= \frac{4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,9979 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{4,4581 \cdot 10^{-7} \text{ m}}$$

$$= 2,7813 \text{ eV} \approx 2,8 \text{ eV}.$$

Vastaus:

a) Tähti on sininen.

b) Fotonin energia on 2,8 eV.

4. Planckin vakio voidaan määrittää valosähköilmiön avulla.

Laitteistolla on kaksi elektrodia, katodi ja anodi on asetettu lasiputkeen, josta on poistettu ilma. Katodia valaistaan valolla, jonka aallonpituutta voidaan muuttaa. Kun katodia valaistaan, havaitaan, että tyhjiöputkessa on sähkövirta.

Fotoelektroneja irtoaa vain, kun valon taajuus on suurempi kuin **rajataajuus** f_{\min} .

Rajataajuuden f_{\min} arvo riippuu siitä, mitä metallia katodi on.

Jos fotonin energia on suurempi kuin irrotustyö W_{\min} , niin jäljelle jäänyt energia ilmenee elektronin liike-energianä. Koska elektroneilla on erisuuria sidosenergioita, niiden irrottamiseen tarvitaan erisuuri työ W . Tästä syystä elektroneilla on erilaisia liike-energioita $E_k = hf - W$.

Fotoelektronit saavat suurimman liike-energian $E_{k\max}$,

kun niiden irrottamiseen tarvittava energia on pienin eli irrotustyön W_{\min} suuruinen.

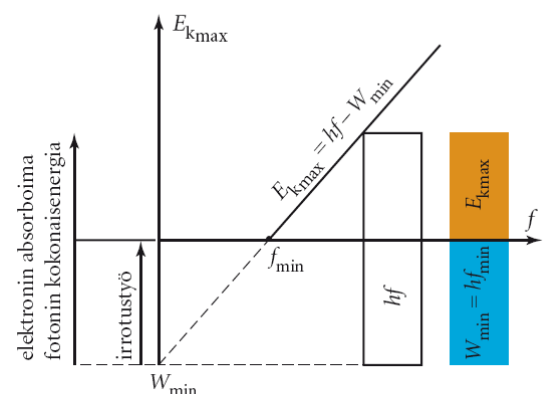
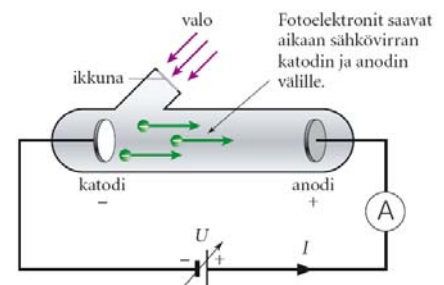
$$E_{k\max} = hf - W_{\min} \text{ eli}$$

$$E_{k\max} = hf - hf_{\min}.$$

Kokeellisesti määritetystä suoran $E_{k\max} = hf - W_{\min}$ kuvaajasta saadaan määritettyä Planckin vakio h .

$$E_{k\max} = hf - W_{\min} \text{ yhtälössä } h \text{ on suoran fysikaalinen}$$

kulmakerroin.



Luku 2

5. Kiihdytysjännite on 1,75 kV.

Lasketaan elektronien nopeus. Työperiaatteen $W = \Delta E_k$ mukaan

$$Q_e U = \frac{1}{2} m v^2, \text{ josta saadaan}$$

$$v = \sqrt{\frac{2Q_e U}{m_e}}.$$

Elektronin liikemäärä voidaan lausua kahdella tavalla

$$p = \frac{h}{\lambda} \text{ ja}$$

$$p = m_e v,$$

jossa m_e on elektronin massa, v on sen nopeus ja λ on aallonpituus. Tästä saadaan

$$m_e v = \frac{h}{\lambda} \text{ ja tästä aallonpituus}$$

$$\lambda = \frac{h}{m_e v}.$$

$$\lambda = \frac{h}{m_e \sqrt{\frac{2Q_e U}{m_e}}} = \frac{h}{\sqrt{2Q_e U m_e}}.$$

Sijoitetaan tunnetut arvot

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{\sqrt{2 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1,75 \cdot 10^3 \text{ V} \cdot 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} \\ &= 2,9319 \cdot 10^{-11} \text{ m} \approx 2,9 \cdot 10^{-11} \text{ m}. \end{aligned}$$

Vastaus: Elektronien de Broglien aallonpituus on 29 pm.

6. Aallonpituuden alaraja on 65 pm.

Kun elektroni luovuttaa koko liike-energiansa säteilykvanttina, saadaan säteilykvantin suurin mahdollinen arvo

$$hf_0 = E_k, \text{ josta}$$

$$\frac{hc}{\lambda_0} = E_k.$$

Sähkökentän tekemä työ kasvattaa elektronin liike-energiaa, joten työperiaatteen mukaan (elektroni lähtee levosta)

$$E_k = Q_e U.$$

Yhtälöt yhdistämällä saadaan

$$\frac{hc}{\lambda_0} = Q_e U, \text{ josta ratkaistaan}$$

$$U = \frac{hc}{Q_e \lambda_0}$$

$$= \frac{4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1 \text{ e} \cdot 65 \cdot 10^{-12} \text{ m}}$$

$$= 1,9077 \cdot 10^4 \text{ V} \approx 1,9 \text{ kV}.$$

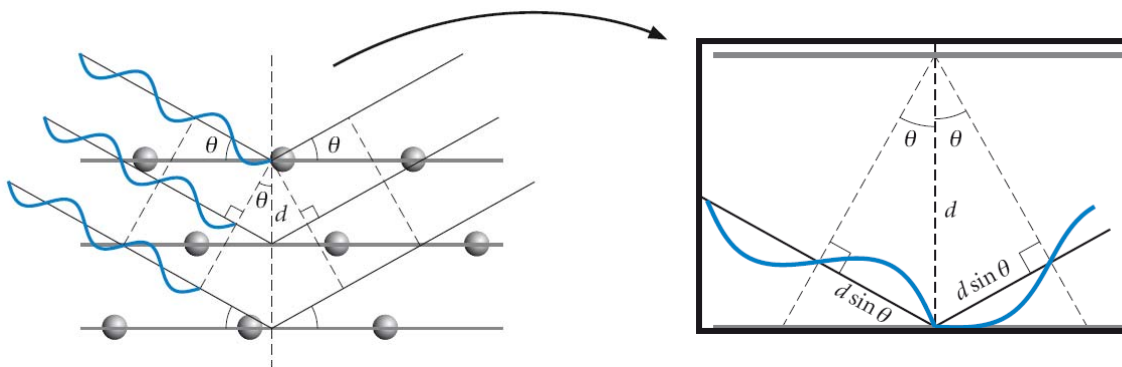
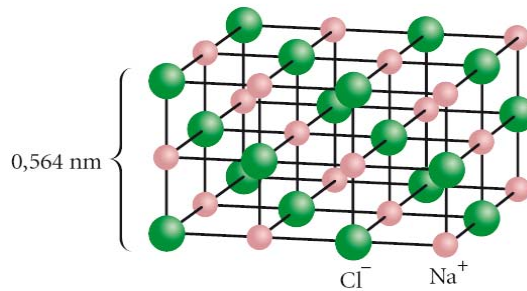
Vastaus: Kiihdytysjännite on 1,9 kV.

7. Suolakiteen rakenne on kiderakenne, jossa aineen atomit tai molekyylit ovat järjestyneet säännöllisiksi atomitasoiksi.

Röntgensäteilyn aallonpituus on samaa suuruusluokkaa kuin atomien välimatkat kiteissä. Kiteessä aineen atomit tai molekyylit

ovat järjestyneet säännölliseksi rakennelmaksi, jota sanotaan **hilaksi**. Kiteen atomitasot toimivat heijastavina **hilatasoina** röntgensäteilylle. Röntgensäteilylle saadaan **vahvistava interferenssi**, kun säteily heijastuu kiteen kahdesta eri atomitasosta siten, että matkaero on säteilyn aallonpituuden monikerta

$$2d \sin \theta = n\lambda .$$



8. Röntgenputken kiihdytysjännite on 35 kV.

Lasketaan raja-aallonpituus λ_0 . Kun elektroni luovuttaa koko liike-energiansa säteilykvanttina, saadaan säteilykvantin suurin mahdollinen arvo

$$hf_0 = E_k, \text{ josta}$$

$$\frac{hc}{\lambda_0} = E_k.$$

Sähkökentän tekemä työ kasvattaa elektronin liike-energiaa, joten työperiaatteen mukaan

$$E_k = Q_e U.$$

Yhtälöt yhdistämällä saadaan

$$\frac{hc}{\lambda_0} = Q_e U, \text{ josta ratkaistaan}$$

$$\lambda_0 = \frac{hc}{Q_e U}$$

$$= \frac{4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1 \text{ e} \cdot 35 \cdot 10^3 \text{ V}}$$

$$= 3,5428 \cdot 10^{-11} \text{ m} \approx 35 \text{ pm}.$$

Vastaus: Säteilyssä on aallonpituutta 35 pm pidempiä aallonpituuksia.

Luku 3

9. a) Emissiospektri syntyy, kun elektroni putoaa atomissa ylemmältä viritystilalta alemmalle.

Absorptiospektri syntyy, kun atomi absorboi säteilyä tietyt aallonpituudet ja siirtyy perustilasta viritystilalle

Atomin emissiospektrin kirkkaat viivat ja

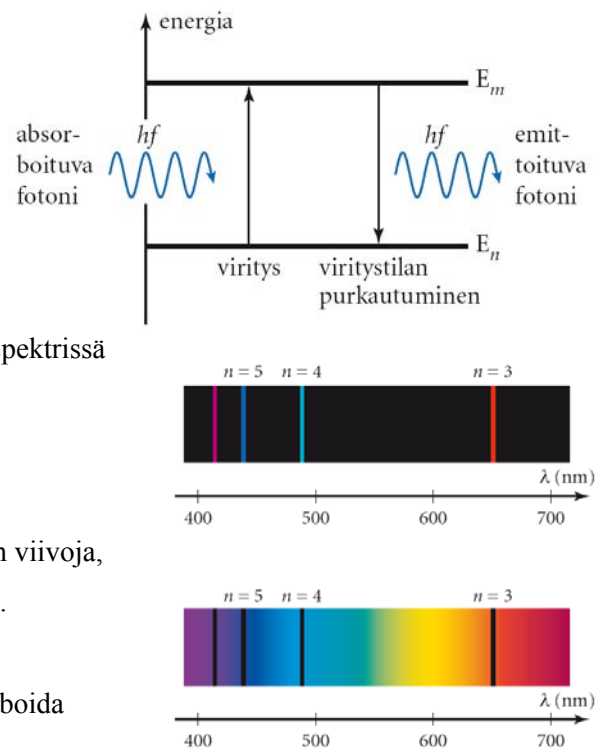
mahdolliset absorptiospektrin mustat viivat ovat spektrissä kohdakkain,

koska ne syntyvät elektronin siirtyessä samojen energiatilojen välillä.

Absorptiospektrissä ei ole kaikkia emissiospektrin viivoja, koska atomi absorboi fotonin yleensä perustilassa.

Viritystilojen elinaika on lyhyt, ja on erittäin

epätodennäköistä, että virittynyt atomi ehtii absorboida fotonin.



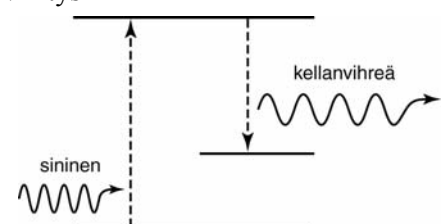
b) Sinisen valon fotonit saavat aikaiseksi virittymisen sinkkisulfidissa. Viritys

purkautuu viipeellä välivaiheiden kautta, jolloin

sinkkisulfidilevystä emittoituu kellanvihreää valoa. Punaisen valon aallonpituus on pitempi kuin sinisen, joten sen fotonien energia on

pienempi. Punaisen valon fotonit eivät pysty virittämään

sinkkisulfidi atomeja. Tästä kohtaa levy on musta.



10. Katsotaan taulukosta punaisen, vihreän ja sinisen valon aallonpituudet

punainen	630 nm – 700 nm
vihreä	490 nm – 560 nm
sininen	450 nm – 490 nm.

Lasketaan näitä aallonpituuksia vastaavien fotonien energiat, esimerkiksi punaisen alaraja

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda}$$

$$= \frac{4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{630 \cdot 10^{-9} \text{ m}}$$

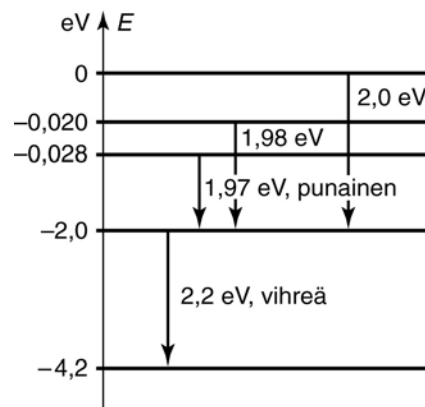
$$= 1,9682 \text{ eV} \approx 1,97 \text{ eV}.$$

Ohessa aallonpituuksia vastaavat energiat

punainen	630 nm – 700 nm	1,97 eV – 1,77 eV
vihreä	490 nm – 560 nm	2,53 eV – 2,21 eV
sininen	450 nm – 490 nm	2,76 eV – 2,53 eV

Mahdolliset siirtymät on merkitty kuvaan.

Vastaus: Hapesta peräisin ovat punainen ja vihreä valo.



11. a) Kaavion perusteella elektronien energian on oltava vähintään 5,14 eV.

b) Natriumatomeja säteilytetään fotoneilla, joiden maksimienergia on 3,3 eV, jolloin perustilassa oleva natriumatomin voi virittyä tilaan, jonka energia on alle 3,3 eV + (-5,14 eV) = -1,84 eV.

Fotonien maksimienergia riittää virittämään natriumatomin korkeintaan tilalle, jonka energia on -1,95 eV.

Tällöin voi tapahtua kolme emissiosiiirtymää, joiden energiat ovat

$$\Delta E_1 = -1,95 \text{ eV} - (-5,14 \text{ eV}) = 3,19 \text{ eV}$$

$$\Delta E_2 = -1,95 \text{ eV} - (-3,04 \text{ eV}) = 1,09 \text{ eV}$$

$$\Delta E_3 = -3,04 \text{ eV} - (-5,14 \text{ eV}) = 2,10 \text{ eV}$$

c) Keltaisen valon fotonin energia

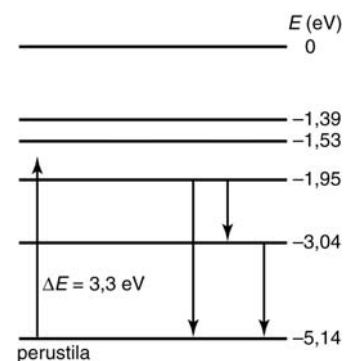
$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{4,1357 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{589 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 2,1051 \text{ eV} \approx 2,10 \text{ eV}.$$

Vastaus:

a) Elektronien energian on oltava vähintään 5,14 eV.

b) Putkesta tulevassa säteilyssä voi esiintyä 3,19 eV:n, 1,09 eV:n ja 2,10 eV:n fotoneja.

c) Keltainen valo tulee 1. viritystilan ja perustilan välisestä siirtymästä.



12. Elektronit joutuvat voimakkaasti hidastuvaan liikkeeseen, kun ne osuvat kuparianodiin.

Kiihtyvässä liikkeessä oleva varattu hiukkanen lähettää sähkömagneettista säteilyä ja tällöin syntyy röntgenspektrin jatkuva osa.

Jatkuvalla spektrillä on minimaallonpituus λ_{\min} joka saadaan, kun koko elektronin liike-energia (kiihdytystyö) muuttuu röntgenfotonin energiaksi

$$Q_e U = hf = h \frac{c}{\lambda_{\min}}$$

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{Q_e U}$$

$$= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1 \text{ e} \cdot 12\,300 \text{ V}}$$

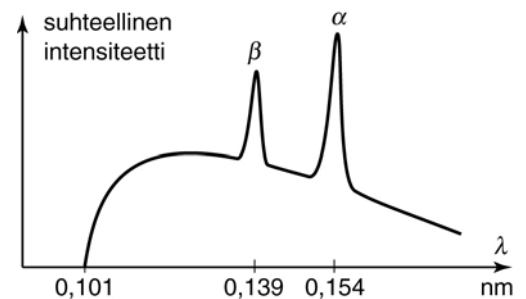
$$= 1,00803 \cdot 10^{-10} \text{ m} \approx 0,101 \text{ nm}$$

Tehtävässä on annettu kuparin ominaissäteilyn piikkien paikat.

Hahmotellaan röntgenspektri.

Suuremman aallonpituuden α -piikki on voimakkaampi kuin β -piikki.

Vastaus: Minimaallonpituus on 101 nm.



13. Vedyn energiatilat saadaan yhtälöstä $E_n = -\frac{13,6 \text{ eV}}{n^2}$.

Lasketaan, kuinka korkealle vetyatomi virittyy 13,0 eV:n säteilyllä.

Jos $n = 5$, niin energiatason energia on $E_5 = -\frac{13,6 \text{ eV}}{5^2} = -0,544 \text{ eV}$.

Ero perustilaan on $-0,54 \text{ eV} - (-13,6 \text{ eV}) = 13,06 \text{ eV}$.

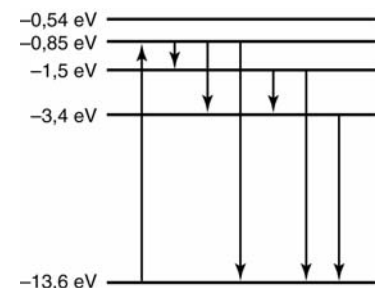
Elektronien energia ei riitä virittämään tätä tasoa.

Jos $n = 4$, niin energiatason energia on $E_4 = -\frac{13,6 \text{ eV}}{4^2} = -0,85 \text{ eV}$.

Ero perustilaan on $-0,85 \text{ eV} - (-13,6 \text{ eV}) = 12,75 \text{ eV}$.

Tasolle $n = 4$ sen virittymisiä tapahtuu.

Energiatasokuvaan on piirretty kaikki mahdolliset siirtymät, joita vastaavat aallonpituudet havaitaan emissiospektrissä.



Lasketaan havaittavat aallonpituudet

Siirtymä $4 \rightarrow 3$, $\Delta E = 0,65 \text{ eV}$

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E} = \frac{4,1357 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,65 \text{ eV}} = 1,9075 \cdot 10^{-6} \text{ m} \approx 1,91 \mu\text{m}.$$

Ei ole näkyvää valoa, on infrapunavaloa.

Siirtymä $3 \rightarrow 2$, $\Delta E = 1,9 \text{ eV}$

$$\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{4,1357 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,9 \text{ eV}} = 652,5699 \cdot 10^{-9} \text{ m} \approx 653 \text{ nm}.$$

On näkyvää valoa.

Siirtymä $4 \rightarrow 2$, $\Delta E = 2,55 \text{ eV}$

$$\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{4,1357 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2,55 \text{ eV}} = 486,2286 \cdot 10^{-9} \text{ m} \approx 486 \text{ nm}.$$

On näkyvää valoa.

Loput siirtymistä johtavat perustilaan ja ovat ultraviolettialueen säteilyä.

Vastaus: Näkyvän alueen emissioviivoja ovat 653 nm ja 486 nm.

Luku 4

14. Massavaje on $\Delta m = Zm_p + Nm_n + Zm_e - m_{\text{atomi}}$.

Typpi- 15, joten $A = 15$, $Z = 7$. $N = A - Z = 8$.

$$\begin{aligned} \Delta m &= 7 \cdot 1,0072765 \text{ u} + 8 \cdot 1,0086650 \text{ u} + 7 \cdot 5,4857990 \cdot 10^{-4} \text{ u} - 15,000108 \text{ u} \\ &= 0,1239875593 \text{ u} \end{aligned}$$

Vastaus: Massavaje on 0,1239875593 u.

16. a) Radonin järjestysluku $Z = 88$, ja neutroniluku $N = A - Z = 226 - 88 = 138$.

Taulukkokirjan mukaan radium-226 atomin massa on 226,025402 u.

Radonin sidosenergia on

$$\begin{aligned} E &= (Zm_p + Zm_e + Nm_n - m_{\text{atomi}})c^2 \\ &= (88 \cdot 1,0072765 \text{ u} + 88 \cdot 5,4857990 \cdot 10^{-4} \text{ u} + 138 \cdot 1,0086650 \text{ u} - 226,025402 \text{ u})c^2 \\ &= 1,8589750312 \text{ u} \cdot c^2 \\ &= 1,8589750312 \cdot 931,5 \text{ MeV} \\ &= 1731,6352 \text{ MeV} \approx 1732 \text{ MeV}. \end{aligned}$$

b) Sidososuus $b = \frac{E_B}{A} = \frac{1731,6352 \text{ MeV}}{226} = 7,6621 \text{ MeV} \approx 7,7 \text{ MeV}.$

Vastaus: Sidosenergia on 1732 MeV ja sidososuus 7,7 MeV.

17. Koska tyyppi, järjestysluku $Z = 7$.

Isotooppi $A = 14$

$$A = N + Z, N = A - Z = 14 - 7 = 7.$$

Isotooppi $A = 15$

$$A = N + Z, N = A - Z = 15 - 7 = 8.$$

Vastaus: 7 ja 7 sekä 7 ja 8

Luku 5

18. a) Yhtäläisyyksiä: Sekä alfa- että beetasäteily ovat atomiytimen lähettämää ionisoivaa hiukkassäteilyä.

Eroja: alfahiukkaset ovat heliumytimiä ja beetahiukkaset joko elektroneja tai positroneja. Beetahiukkasilla pitempi kantama ja alfahiukkaset ovat voimakkaampia ionisoimaan.

b) Yhtäläisyyksiä ja eroja:

Hekkulampun valo on ionisoimatonta ja peräisin atomin elektroniverhosta.

Hekkulampun valo sisältää suuren joukon eri aallonpituuksia.

Gammasäteily ovat ionisoivaa, läpitemkevää sähkömagneettista säteilyä. Gammasäteily on peräisin ytimen energiatilojen muutoksista.

19. Puoliintumisaika $T_{1/2} = 87,2$ d, aktiivisuus alussa A_0 ja aktiivisuus lopussa $A = 0,1A_0$.

Hajoamisvakio saadaan puoliintumisajasta

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{87,2 \text{ d}} = 0,0079489 \frac{1}{\text{d}} \approx 7,95 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{d}}.$$

Näytteen aktiivisuus on suoraan verrannollinen radioaktiivisten ytimien lukumäärään.

$$A = A_0 e^{-\lambda t}$$

$$\frac{A}{A_0} = e^{-\lambda t}$$

$$\frac{0,1A_0}{A_0} = e^{-\lambda t}$$

$$\ln \frac{A_0}{0,1A_0} = \lambda t$$

$$t = \frac{\ln \frac{A_0}{0,1A_0}}{\lambda} = \frac{\ln \frac{A_0}{0,1A_0}}{\frac{\ln 2}{T_{1/2}}} = \frac{87,2 \text{ d}}{\ln 2} \cdot \ln \frac{1}{0,1} = 289,672 \text{ d} \approx 289,7 \text{ d}$$

Vastaus: Hajoamisvakio on $7,95 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{d}}$ ja aktiivisuus on pienentynyt

kymmenesosaan 289,7 päivässä.

- 20.** Luonnossa uraani-isotooppien ^{238}U ja ^{235}U suhteelliset runsaudet ovat 99,3 % ja 0,7 % ja puoliintumisajat $T_{238} = 4,468 \cdot 10^9$ a ja $T_{235} = 7,038 \cdot 10^8$ a .

$$\text{Hajoamislaki } N = N_0 \cdot e^{-\lambda t} .$$

Jos uraani-isotooppien runsaudet lasketaan yhteen, saadaan noin 100 %.

Siis muita uraani-isotooppeja on luonnossa erittäin vähän.

Jos uraaniydinten kokonaismäärää tällä hetkellä on N_{yht} , niin kummankin isotoopin ytimien lukumäärä saadaan suhteellisen runsauden perusteella

$$N_{238} = 0,993 N_{\text{yht}}$$

$$N_{235} = 0,007 N_{\text{yht}} .$$

Molempia isotooppeja oli alun perin yhtä paljon $N_{\text{yht},0}$ kappaletta eli puolet isotooppia 238 ja puolet isotooppia 235.

$$N_{238,0} = \frac{1}{2} N_{\text{yht},0}$$

$$N_{235,0} = \frac{1}{2} N_{\text{yht},0}$$

Molemmat ovat hajonneet hajoamislain mukaisesti, joten

$$N_{238} = \frac{1}{2} N_{\text{yht},0} \cdot e^{-\lambda_{238} t}$$

$$N_{235} = \frac{1}{2} N_{\text{yht},0} \cdot e^{-\lambda_{235} t} .$$

Suhteelle $\frac{N_{238}}{N_{235}}$ saadaan nyt kaksi lauseketta

$$\frac{N_{238}}{N_{235}} = \frac{0,993 N_{\text{yht}}}{0,007 N_{\text{yht}}} = \frac{\frac{1}{2} N_{\text{yht},0} \cdot e^{-\lambda_{238} t}}{\frac{1}{2} N_{\text{yht},0} \cdot e^{-\lambda_{235} t}}$$

Niistä N_{yht} ja $N_{\text{yht},0}$ supistuvat pois, jolloin saadaan

$$\frac{0,993}{0,007} = \frac{e^{-\lambda_{238} t}}{e^{-\lambda_{235} t}} .$$

Tästä voidaan ratkaista kysytty aika

$$\begin{aligned} t &= \frac{\ln\left(\frac{0,993}{0,007}\right)}{\frac{\ln 2}{T_{235}} - \frac{\ln 2}{T_{238}}} \\ &= \frac{\ln\left(\frac{0,993}{0,007}\right)}{\frac{\ln 2}{7,038 \cdot 10^8 \text{ a}} - \frac{\ln 2}{4,468 \cdot 10^9 \text{ a}}} \\ &= 5,97162 \cdot 10^9 \text{ a} \approx 5,97 \cdot 10^9 \text{ a} \end{aligned}$$

Tulos on varsin järkevä.

Vastaus: Supernovaräjähdyksestä on kulunut laskun mukaan $5,97 \cdot 10^9$ a .

21. a) $^{226}_{88}\text{Ra}$:n hajoamisreaktio on $^{226}_{88}\text{Ra} \rightarrow ^{222}_{86}\text{Rn} + ^4_2\text{He}$

Reaktiossa syntynyt radonkaasu on α -aktiivista. Radonkaasu leviää helposti huoneilmaan ja on vaarallista hengitettynä.

b) Lasketaan ensin reaktiossa vapautuva energia

$$\begin{aligned} Q &= \Delta mc^2 \\ &= (m_{\text{Ra-ydin}} - m_{\text{Rn-ydin}} - m_{\text{He-ydin}})c^2 \\ &= (226,025402 \text{ u} - 222,017570 \text{ u} - 4,0026033 \text{ u})c^2 \\ &= (0,0052287 \text{ u})c^2 \\ &= 0,0052287 \text{ u} \cdot c^2 \cdot 931,5 \frac{\text{MeV}}{c^2} \\ &= 4,870534 \text{ MeV} \approx 4,8705 \text{ MeV} \end{aligned}$$

Reaktiossa vapautuva energia muuttuu α -hiukkasen ja radiumytimen liike-energiaksi, koska gammasäteilyä ei vapaudu

$$Q = \frac{1}{2} m_{\text{Rn}} v_{\text{Rn}}^2 + \frac{1}{2} m_{\alpha} v_{\alpha}^2.$$

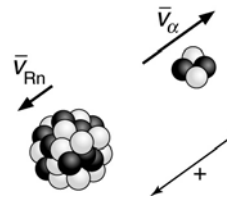
Koska liikemäärä säilyy, hiukkaset lähtevät vastakkaisiin suuntiin

$$m_{\text{Rn}} \bar{v}_{\text{Rn}} + m_{\alpha} \bar{v}_{\alpha} = \vec{0}$$

$$m_{\text{Rn}} v_{\text{Rn}} - m_{\alpha} v_{\alpha} = 0$$

Ratkaistaan radiumytimen nopeus

$$v_{\text{Rn}} = \frac{m_{\alpha} v_{\alpha}}{m_{\text{Rn}}}$$



Ja sijoitetaan energian lausekkeeseen

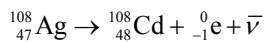
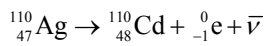
$$\begin{aligned} Q &= \frac{1}{2} m_{\text{Rn}} \left(\frac{m_{\alpha} v_{\alpha}}{m_{\text{Rn}}} \right)^2 + \frac{1}{2} m_{\alpha} v_{\alpha}^2 \\ &= \frac{1}{2} m_{\alpha} v_{\alpha}^2 \frac{m_{\alpha}}{m_{\text{Rn}}} + \frac{1}{2} m_{\alpha} v_{\alpha}^2 \\ &= \frac{1}{2} m_{\alpha} v_{\alpha}^2 \left(\frac{m_{\alpha}}{m_{\text{Rn}}} + 1 \right) \end{aligned}$$

josta α -hiukkasen nopeus

$$\begin{aligned} v_{\alpha} &= \sqrt{\frac{2Qm_{\text{Rn}}}{m_{\alpha}(m_{\alpha} + m_{\text{Rn}})}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4,870534 \cdot 10^6 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J} \cdot 222,017570 \text{ u}}{4,001507 \text{ u} \cdot 1,660566 \cdot 10^{-27} \frac{\text{kg}}{\text{u}} \cdot (4,001507 \text{ u} + 222,017570 \text{ u})}} \\ &= 15,188532 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 15,2 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

Vastaus: b) α -hiukkasen nopeus on $15,2 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

22. a) Hopeaisotooppien hajoamisreaktiot ovat



Tytärytimenä molemmissa hajoamisissa syntyy kadmiumisotoppi ${}^{108}_{48}\text{Cd}$.

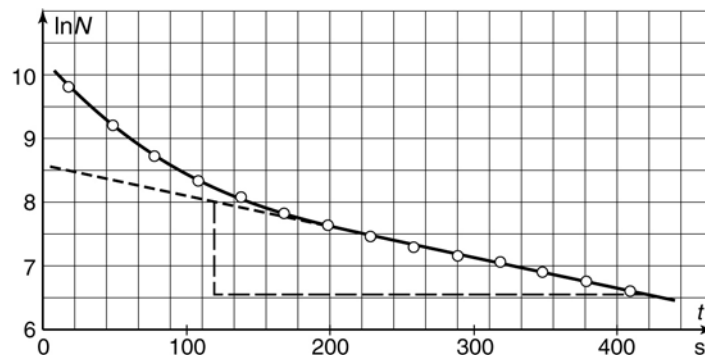
b) Hajoamislaki $N = N_0 e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}}t}$, josta saadaan ottamalla logaritmi $\ln \frac{N}{N_0} = -\lambda t$ ja

$$\ln N - \ln N_0 = -\lambda t$$

$$\ln N = -\lambda t + \ln N_0$$

Piirretään $t, \ln N$ -kuvaaja. Kuvaajan kulmakerroin on hajoamisvakio.

t / s	ln N
20	9,8
50	9,2
80	8,71
110	8,32
140	8,06
170	7,82
200	7,63
230	7,45
260	7,28
290	7,15
320	7,03
350	6,87
380	6,74
410	6,58



Havaitaan, että vasta loppuosan pisteet asettuvat samalle suoralle. Ajanhetkestä 200 s lähtien on jäljellä vain pitkäikäisimpiä hopeaisotoppeja. Lasketaan tämän osan fysikaalinen kulmakerroin.

Suoran kulmakertoimen vastaluku on hajoamisvakio

$$\lambda = \frac{\Delta(\ln N)}{\Delta t} = \frac{8,0 - 6,53}{300 \text{ s}} = 4,90 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{s}}$$

Ja hopea-108:n puoliintumisaika

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{4,90 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{s}}} = 141,4586 \text{ s} = 2,3576 \text{ min} \approx 2,4 \text{ min}$$

Vastaus: ${}^{108}\text{Ag}$:n puoliintumisaika on 2,4 min.

Luku 6

24. Reaktioenergia on

$$\begin{aligned} Q &= (235,043925 \text{ u} - 89,91929 \text{ u} - 141,91646 \text{ u} - 3 \cdot 1,0086650 \text{ u})c^2 \\ &= 0,18218 \cdot 931,5 \text{ MeV} \\ &= 169,70067 \text{ MeV} \approx 169,7 \text{ MeV}. \end{aligned}$$

Vastaus: 169,7 MeV.

26. Vuorokaudessa vapautuva lämpöenergia on

$$W = Pt = 2500 \cdot 10^6 \text{ W} \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s} = 216 \cdot 10^{12} \text{ J}.$$

Koska yhdessä fissioreaktiossa vapautuva energia on $Q = 200 \text{ MeV}$, fissioiden lukumäärä vuorokaudessa on

$$N = \frac{W}{Q} = \frac{216 \cdot 10^{12} \text{ J}}{200 \cdot 10^6 \text{ eV} \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} \frac{\text{J}}{\text{eV}}} = 6,75 \cdot 10^{24}.$$

Halkeavin ydinten yhteismassa on

$$m = N \cdot m_{\text{U}} = 6,75 \cdot 10^{24} \cdot 235 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 2,6332 \text{ kg} \approx 2,6 \text{ kg}.$$

Vastaus: 2,6 kg.

Luku 7

27. a) Perushiukkasia on kaksitoista:

Kvarkit: Ylös (u), alas (d), lumo (c), outo (s), huippu (t) ja pohja (b)

Leptonit: elektroni (e), elektronin neutriino (e_{ν}), myoni (μ), myonin neutriino (ν_{μ}), tau (τ), taun neutriino (ν_{τ}).

b) Perushiukkaset luokitellaan sekä kvarkkeihin ja leptoneihin että kolmeen perheeseen (elektronin, myonin ja taun perhe).

28. a) Elektronin kokee sähkömagneettisen ja gravitaatiovuorovaikutuksen.

b) Protoni kokee vahvan, sähkömagneettisen ja gravitaatiovuorovaikutuksen.

c) Neutriino kokee heikon vuorovaikutuksen - ja mahdollisesti gravitaatiovuorovaikutuksen.

29. Yksi nykyfysiikan keskeisistä tutkimusalueista on hiukkasfysiikka. Uutta tietoa hiukkasista hankitaan aiheuttamalla hiukkasreaktioita niin, että hiukkassuihkujen annetaan törmätä toisiinsa. Reaktioiden aikaansaamiseksi tarvitaan usein hyvin suuria energioita, joka saadaan hiukkasten liike-energiasta törmäyksessä. Hiukkasille saadaan suuri liike-energia kiihdyttämällä ne hiukkaskiihdyttimillä suuriin nopeuksiin.

- 30.** Maan ja Kuun välinen keskietäisyys on $l_0 = 384\,400$ km ja liikkuvasta avaruusaluksesta mitattu etäisyys on $l = 190\,000$ km.

Suppean suhteellisuusteorian mukaan liikkuvasta aluksesta mitattu etäisyys on

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

josta voidaan ratkaista aluksen nopeus

$$\frac{l}{l_0} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$\frac{l^2}{l_0^2} = 1 - \frac{v^2}{c^2}$$

$$\frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{l^2}{l_0^2}$$

$$v^2 = \left(1 - \frac{l^2}{l_0^2}\right) c^2$$

$$v = \sqrt{1 - \frac{l^2}{l_0^2}} c$$

Sijoittamalla annetut lukuarvot saadaan

$$v = \sqrt{1 - \frac{(190\,000 \text{ km})^2}{(384\,400 \text{ km})^2}} c = 0,869305 c \approx 0,87 c$$

Vastaus: Avaruusaluksen nopeuden on oltava on $0,87 c$.

- 31.** Sähkövarauksettomia neutroneita ei voi kiihdyttää hiukkaskiihdyttimellä, koska hiukkaskiihdyttimessä kiihdyttämiseen käytetään sähkökenttää, jossa kiihdyttävä voima kohdistuu vain varauksellisiin hiukkasiin.

Jos kyseessä olisivat protonit, kysytyssä ajassa kierrettyjen kierrosten lukumäärä saataisiin seuraavasti:

Yhden kierroksen pituus kiihdyttimen koordinaatistossa on $s_{10} = \pi d$, jossa $d =$

21 000 m, ja neutronien keskimääräinen elinaika on $\tau = 896$ s.

Suppean suhteellisuusteorian mukaan yhden kierroksen pituus protonien koordinaatistossa olisi

$$\begin{aligned} s_1 &= s_{10} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \pi d \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \\ &= \pi \cdot 21\,000 \text{ m} \sqrt{1 - \frac{(0,92 c)^2}{c^2}} = 25\,856 \text{ m} \end{aligned}$$

Neutronien puoliintumisaika on

$$T_{\frac{1}{2}} = \ln 2 \cdot \tau = \ln 2 \cdot 896 \text{ s} = 621,06 \text{ s}.$$

Hiukkasten koordinaatistossa tässä ajassa niiden kulkema matka olisi

$$s = vt = 0,920 \cdot 299\,792\,458 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 621,06 \text{ s} = 1,7129 \cdot 10^{11} \text{ m}.$$

Hiukkasten tekemien kierrosten lukumäärä olisi siten

$$N = \frac{s}{s} = \frac{1,7129 \cdot 10^{11} \text{ m}}{25\,856 \text{ m}} = 6\,624\,867 \approx 6,6 \cdot 10^6$$

Vastaus: Varaukselliset hiukkaset kiertäisivät hiukkaskiihdyttimessä 6,6 miljoonaa kierrosta.