

Harjoitellaan voimakuvion piirtämistä

Milloin ja miksi voimakuvio piirretään?

Voimakuvio on keskeinen osa mekaniikan tehtävän ratkaisua, sillä sen avulla hahmotetaan tilanne, esitetään kappaleeseen kohdistuvat voimat ja perustellaan voimien suunnat. Voimakuvion perusteella laaditaan liikeyhtälö, josta voidaan ratkaista esim. kappaleen kiihtyvyys.

Ohjeita voimakuvion laadintaan

Yleensä voimakuvioon piirretään vain yhteen kappaleeseen kohdistuvat voimat. Näin voima ja sen vastavoima eivät sekoitu toisiinsa ja näyttäisi kohdistuvan samaan kappaleeseen. Jos vuorovaikutuksen osapuolet ovat selkeästi erillään, ei sekaannuksen vaaraa ole.

Pohdi huolellisesti mitä vuorovaikutuksia kappaleella on ympäristön kanssa!

Etävuorovaikutukset:

- Paino
- Sähköinen voima
- Magneettinen voima

Kosketusvuorovaikutukset

- Tukivoima
- Langan jännitysvoima
- Kitkavoima
- Noste
- Jousivoima
- Ilmanvastus / väliaineen vastus

Mieti piirtämäsi voiman vaikutuspistettä:

- Voimavektori alkaa tai päättyy vaikutuspisteeseen
- Paino kappaleen keskipisteeseen
- Kitka pintojen välille
- Noste upoksissa olevan osan puoleen väliin

Ole tarkkana voimavektorin suunnan kanssa

- Paino on aina kohti maapallon keskipistettä.
- Tukivoima on aina 90° -kulmassa pintaan nähden.

$F_{\mu 0}$ = kitkavoima (lepo)
 N = tukivoima
 G = paino

Tehtävä:
 Kuinka suuri on lepokitkeroin, kun kappale pysyy juuri ja juuri levossa kaltevalla tasolla, jonka kallistuskulma on 25°?

Ratkaisu:
 Muodostetaan viereisen voimakuvion mukainen liikeyhtälö, kun kappale on levossa:
 NII: $\Sigma F = ma$, missä $a=0$
 $x: N = G_x$
 $y: F_{\mu 0} = G_y$
 Jaetaan paino komponentteihin:
 $G_x = G \cdot \cos(\alpha)$
 $G_y = G \cdot \sin(\alpha)$
 Kitkavoiman laki:
 $F_{\mu 0} = \mu_0 \cdot N$
 Yhdistetään edellä olevat lausekkeet ja ratkaistaan kitkakerron:
 $G_y = \mu_0 \cdot G_x$
 $\mu_0 = \frac{G_y}{G_x} = \frac{G \cdot \sin(\alpha)}{G \cdot \cos(\alpha)} = \tan(\alpha) = \tan(25^\circ) \approx 0.47$

Etävuorovaikutusten aiheuttamia voimia

G_1 (Maa)
 G_2 (Kuu)

F_s
 E

F_m
 B
 v

F_m = Magneettinen voima
 F_s = Sähköinen voima
 G_1 = Paino (= painovoima)

Kosketusvuorovaikutuksia

Vene etenee vakionopeudella

F_v
 F_p
 N
 G

Heiluri

T
 G

Laatikkoa vedetään alustan suuntaisesti

T
 N
 G
 F_μ

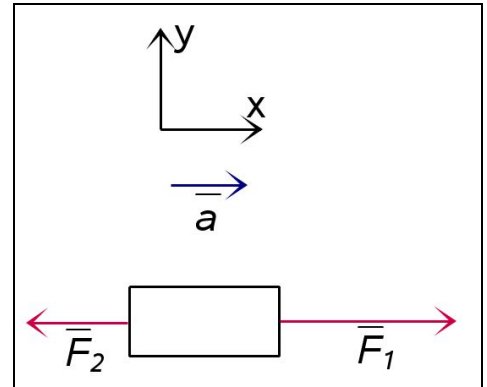
T = Langan jännitysvoima
 F_p = potkurin työntövoima
 F_v = Väliaineen vastus
 N = Noste
 T = Langan jännitysvoima
 F_μ = Kitkavoima
 N = tukivoima

Voimien pituuksien on oltava oikeassa suhteessa toisiinsa nähden

- Jos kappale on levossa tai liikkuu vakionopeudella, on kokonaisvoima, eli voimien summa, nolla.
- Jos kappale on kiihtyvässä liikkeessä, on voimien summa kiihtyvyyden suuntaan.

Positiivisen suunnan merkitseminen

- Positiivinen suunta voidaan merkitä lisäämällä kuvaan xy-koordinaatisto (Voima & Liike-valikko)

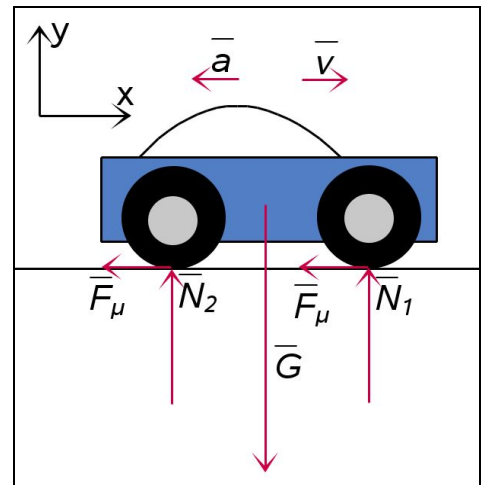


Kiihtyvyyden ja nopeuden suunta merkitään voimakuvion ulkopuolelle, jotta niitä ei vahingossa sotketa voimavektoreihin.

Voimat tulee nimetä kirjaintunnuksin ja kirjoittamalla voimien nimet. Kun voimavektori on aktiivisena, näppäile kirjaintunnus, esim. N ja sen jälkeen kirjoitettava numero menee automaattisesti alaindeksiin. Paina = -merkkiä ja kirjoita voimalle nimi. Tämä nimi ilmestyy vasempaan alakulmaan.

Erikoismerkit löytyvät omasta valikosta, mutta joillekin niistä on pikatoiminto, esim. kreikkalainen pieni myy saadaan kirjoittamalla my tai mu.

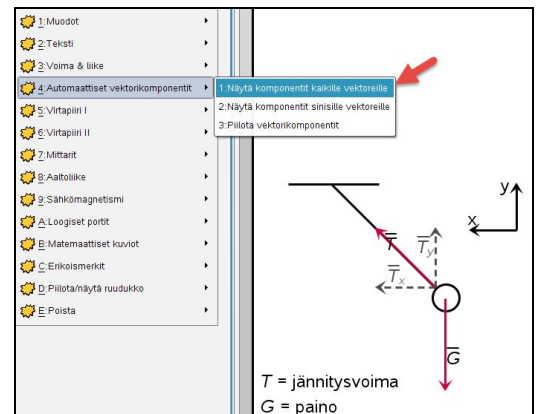
- F_μ = kitkavoima
- N_1 = tukivoima
- N_2 = tukivoima
- G = paino
- F_μ = kitkavoima



Voimat voidaan jakaa komponentteihin valikosta löytyvän toiminnon avulla. Voimien jakaminen komponentteihin voi auttaa tehtävän ratkaisemisessa. Komponentit ovat eri värillä, jotta niitä ei sekoiteta varsinaisiin voimiin.

Lataa Fysiikan piirto -Widget: <http://nspire.fi/widget/>

Ohjeita: <http://nspire.fi/fysiikanpiirto/>



Voimakuvioiden piirtämistä nopeuttavia vinkkejä:

- Pikanäppäin F piirtää voimavektorin
- Tab -näppäin peilaa valitun voimavektorin
- Enter -näppäin monistaa valitun voimavektorin
- = -merkin jälkeen syötetään voiman nimi
- Nuoli oikealla/vasemmalle muuttaa nuolen tyyliä/väriä

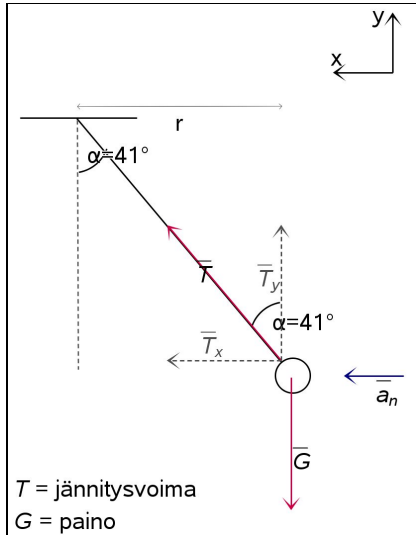
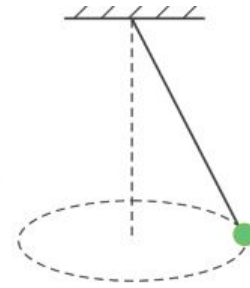
Harjoituksia

1. Piirrä kappaleiden voimakuviot seuraavissa tilanteissa ja lisää kuviin nopeus ja kiihtyvyys, jos kappale ei ole levossa. Muista nimetä voimat.
 - a. Pöydällä levossa oleva laatikko
 - b. Jousessa levossa roikkuva punnus
 - c. Vinosti ilmaan heitetty pallo lentoradan korkeimmassa kohdassa
 - d. Vesilasissa kelluva jääpala
 - e. Lattialla liukuva laatikko
 - f. Kallistetulla pöydällä levossa pysyvä kirja
 - g. Vakionopeudella putoava vesipisara
 - h. Maapalloa kiertävä satelliitti
 - i. Homogeenisessä sähkökentässä kiihdytettävä elektroni
 - j. Homogeeniseen sähkökenttään kohtisuoraan tuleva positiivinen varaus
 - k. Nopeudenvälitsimen läpi suoraan lentävä negatiivinen varaus

Voimatehtäviä YO-kirjoituksista:

K13:

6. Metallipallo on ripustettu kuvan mukaisesti kartioheiluriksi 1,25 m:n pituiseen lankaan. Pallon massa on 87 g, ja langan massa on hyvin pieni. Pallo kiertää ympyrärataa vaakasuorassa tasossa, ja lanka on 41°:n kulmassa pystysuoraan suuntaan nähden.
- Piirrä kuva, josta ilmenevät palloon kohdistuvat voimat ja pallon kiihtyvyys.
 - Laske kiertoliikkeen jaksonaika.
 - Laske lankaa jännittävä voima.



K13 t. 6. Langan pituus: $l=1.25$ m Pallon massa: $m=87$ g

Kulma pystysuoraan nähden: $\alpha=41^\circ$

b) Kiertoliikkeen jaksonaika saadaan nopeuden ja matkan avulla:

$$T = \frac{s}{v}$$

matka on pallon kiertämän ympyrän piiri ja nopeus on pallon ratanopeus, joka saadaan pallon liikeyhtälöstä (NII):

$$\Sigma F = m \cdot a_n$$

tasaisessa ympyräliikkeessä pallon kiihtyvyys on normaalkiihtyvyyttä:

$$a_n = \frac{v^2}{r}$$

x-akselin suunnassa palloon vaikuttava voima on langan jännitysvoiman a-komponentti. Jännitysvoiman y-komponentti on yhtä suuri kuin paino, joten:

$$\tan(\alpha) = \frac{T_x}{T_y}$$

$$T_x = T_y \cdot \tan(\alpha) = G \cdot \tan(\alpha)$$

Yhdistämällä nämä voidaan liikeyhtälö kirjoittaa muotoon:

$$m \cdot g \cdot \tan(\alpha) = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

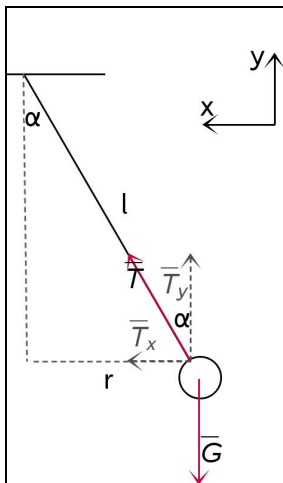
Ratkaistaan tästä nopeus:

$$v = \sqrt{r \cdot g \cdot \tan(\alpha)}, \text{ missä } r = l \cdot \sin(\alpha)$$

Sijoitetaan tämä ja ympyrän piiri jaksonajan kaavaan:

$$T = \frac{s}{v} = \frac{2 \cdot \pi \cdot l \cdot \sin(\alpha)}{\sqrt{l \cdot \sin(\alpha) \cdot g \cdot \tan(\alpha)}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 1.25 \cdot m \cdot \sin(41^\circ)}{\sqrt{1.25 \cdot \sin(41^\circ) \cdot m \cdot g \cdot \tan(41^\circ)}} \rightarrow 1.94879 \text{ s}$$

Vastaus: Jaksonaika on 1.9 s



c) Kuvan perusteella

$$\cos(\alpha) = \frac{T_y}{T}$$

$$T = \frac{T_y}{\cos(\alpha)} = \frac{m \cdot g}{\cos(\alpha)} = \frac{87 \cdot gm \cdot g}{\cos(41^\circ)} \rightarrow 1.13047 \text{ N}$$

Vastaus: Langan jännitysvoima on 1.1 N.

K14:

5. Näsinneulan näköalatornin hississä on kuvan esittämä nopeusmittari. Hissin lähtiessä ylöspäin nopeus kasvaa mittarin mukaan tasaisesti 11 sekunnissa nolasta huippunopeuteen 6,0 m/s. Fysiikan opiskelija haluaa tarkistaa, näyttääkö hissien nopeusmittari oikein. Hissin ollessa paikoillaan opiskelija ripustaa reppunsa tarkan vaa'an koukkuun, jolloin vaaka näyttää lukemaa 5,03 kg. Kun hissi lähtee ylöspäin, vaa'an lukema on 5,31 kg.



- Piirrä voimakuvio, josta ilmenevät reppuun vaikuttavat voimat heti hissien liikkeelle lähdön jälkeen. Kiinnitä huomiota voimien keskinäisiin suhteisiin. (1 p.)
- Kuinka suuri on hissien huippunopeus opiskelijan mittauksen perusteella? (3 p.)
- Mitä vaaka näyttää hissien liikuessa tasaisella nopeudella ylöspäin? Perustele. (2 p.)

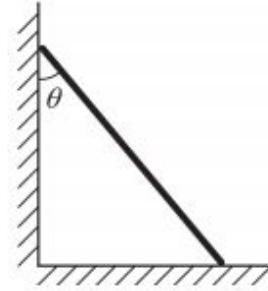
S14:

5. Omakotitalon peltikatolla, jonka kaltevuuskulma on 25° , on jäinen lumipaakku.
- Kuinka suuri on vähintään katon ja paakun välinen kitkakerroin, kun paakku pysyy paikallaan katolla?
 - Sään lauhtuessa paakku lähtee liukumaan. Katon ja paakun välinen liikekitkakerroin on silloin 0,08. Kuinka suuri on paakun nopeus, kun se on liukunut 4,0 m kattoa pitkin?

Momenttien tarkastelu voimakuviossa

K11:

6. Tasapaksu lankku asetetaan nojaamaan liukasta seinää vasten. Lankun ja lattian välinen kitkakerroin on 0,42. Kuinka suureen kulmaan lankku voidaan korkeintaan asettaa seinään nähden, jotta lankku ei lähde liukumaan?



Harjoitellaan voimalaskun laskemista

S12:

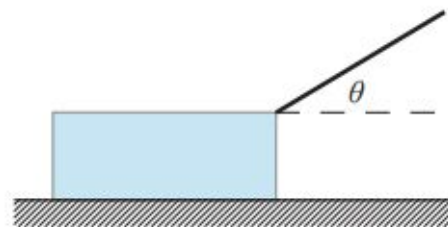
5. Puinen vihanneslaatikko, jonka massa on 2,5 kg, sysätään liukumaan ylös puista lastaussillaa alkunopeudella 3,4 m/s. Lastaussillan kaltevuuskulma vaakatasoon nähden on 21° . Liukukitkakerroin laatikon ja sillan välillä on 0,32 ja lepokitkakerroin 0,50.
- Kuinka pitkälle laatikko liukuu sillaa pitkin ylöspäin ennen kuin se pysähtyy? (2 p.)
 - Laatikko jää paikalleen pysähdyttyään. Kuinka suuri kitkavoima vaikuttaa tällöin laatikkoon? (4 p.)

K13:

5. Koneen osia sisältävä laatikko, jonka massa on 425 kg, on kaltevalla lastaussillalla. Lastaussillan kaltevuuskulma vaakatasoon nähden on 35° , ja laatikon ja sillan välinen lepokitkakerroin on 0,52. Laatikko pidetään paikallaan lastaussillan suuntaisella voimalla. Kuinka suuri on voiman pienin ja suurin mahdollinen arvo?

K14:

10. Kappale on levossa tasaisella ja vaakasuoralla pinnalla. Kappaletta vedetään langasta voimalla F . Lanka muodostaa kuvan mukaisesti kulman θ vaakatasoon suhteen.
- Kuinka suuri kulma θ on, kun kappale lähtee liukumaan pitkin pintaa pienimmällä mahdollisella voimalla F ? Pintojen välinen lepokitkakerroin on 0,47. Määritä kulma θ yhden asteen tarkkuudella. (4 p.)



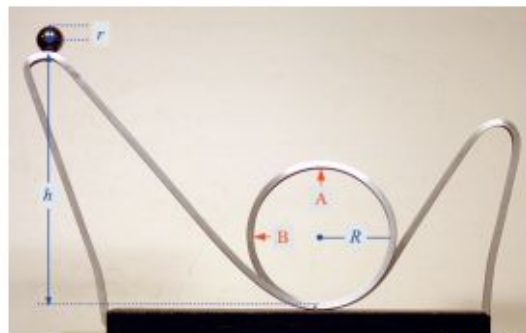
- Johda kulman θ riippuvuus lepokitkakerroimesta μ_0 , kun pintaa pitkin liikkeelle lähtöön tarvittava voima F on pienin mahdollinen. (2 p.)

S14:

10. Kiveä siirretään sähkövinssin avulla ylöspäin pitkin puista alustaa, jonka kaltevuuskulma vaakatasoon nähden on $5,0^\circ$. Puun ja kiven välinen lepokitkakerroin on $0,70$ ja liikekitkakerroin $0,30$. Kiven massa on 450 kg .
- Vinssiin voidaan valita vaijeri, jossa on punottuna joko 7 , 23 , 49 tai 133 teräslankaa. Yksi teräslanka kestää katkeamatta enintään 78 N :n jännityksen. Mitkä vaijereista kestävät kiven siirron?
 - Kiveä siirretään vakionopeudella $4,6 \text{ m/min}$. Kuinka suurella teholla vinssi tekee työtä?

K15:

10. Teräskuula, jonka säde on r ja massa m , lähtee levosta vierimään alaspäin pitkin oheisen kuvan mukaista rataa. Alamäen (korkeus h) jälkeen kuula ohjautuu ympyränmuotoisen (säde R) silmukan sisäpinnalle. Kuula kiertää ”surmansilmukan” irtoamatta radan pinnasta. Kuula vierii liukumatta. Vierintä- ja ilmanvastusta ei huomioida.



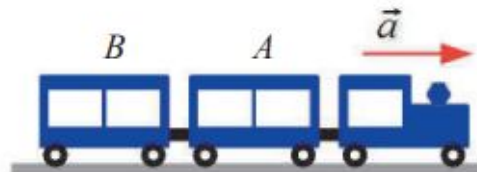
Kuva: YTL

- Piirrä voimakuviot kuulaan vaikuttavista voimista kohdissa A ja B. (2 p.)
- Kuinka suuri korkeuseron h on vähintään oltava, että kuula kiertää silmukan irtoamatta radan pinnasta? (4 p.)

S15:

5. Huvipuistossa liikkuva minijuna koostuu veturiautosta sekä kahdesta ihmisiä kuljettavasta vaunusta. Juna lähtee liikkeelle kiihtyvyydellä $0,32 \text{ m/s}^2$ kuvassa esitettyyn suuntaan. Veturiauton massa kuljettajineen on 650 kg , ja yhden vaunun massa matkustajineen on 750 kg .

- Piirrä kolme kuviota, joista ilmenevät veturiautoon sekä molempiin vaunuihin vaikuttavat voimat liikkeelle lähdettäessä. Ilmanvastusvoimaa ja vierimis- kitkaa ei huomioida.
- Kuinka suuret vaakasuuntaiset voimat vaikuttavat vaunuun A, kun juna lähtee liikkeelle?



K16:

6. a) Valokuva esittää tilannetta, jossa testataan sähkökäyttöisen yksipyörän soveltuvuutta talviajoon. Kaavakuva esittää pitävällä alustalla kaarretta ajavaa yksipyörää ja sen kuljettajaa. Hahmottele kaavakuva vastauspaperiisi, mukaan lukien rastilla merkitty pyörän ja kuljettajan yhteinen massakeskipiste. Merkitse kuvaan kokonaisuuteen vaikuttavat voimat ja nimeä ne.



Lähde: YLE

Seuraavissa kohdissa liikevastuksia ei huomioida. Tarkastele liikettä massakeskipisteen liikkeenä.

- b) Yksipyörällä ajetaan vaakasuoralla kuivalla jäällä ympyrää huippunopeudella 15 km/h. Kuinka pientä ympyrää tällä nopeudella voi ajaa, ilman että pyörän kumirengas lähtee liukumaan? Kumin ja jään välinen lepokitkakerroin on 0,20.
- c) Kuinka suuri on b-kohdan tilanteessa pyöräilijän ja jään pinnan välinen kulma α pienintä mahdollista ympyrää ajettaessa? Tarkastele kokonaisuuteen kohdistuvia momentteja massakeskipisteen suhteen.

K17:

10. Maapalloa kiertävä kansainvälinen ISS-avaruusasema on ympyräradalla, jonka etäisyys maanpinnasta on 405 km.
- a) Kuinka suuri on avaruusaseman nopeus? Piirrä kuvio, josta ilmenevät avaruusasemaan vaikuttavat voimat sekä avaruusaseman nopeus ja kiihtyvyys. (3 p.)
- b) Kuinka kauan kestää avaruusaseman yksi kierros maapallon ympäri? Maapallon pyörimistä ei huomioida. (1 p.)
- c) Selitä, miksi avaruusasemalla oleva ihminen kokee olevansa painoton. (2 p.)

S17:

5. Painavaa puulaatikkoa yritetään siirtää vetämällä sitä köydellä pitkin puulattiaa. Köysi on kiinnitetty laatikon massakeskipisteen korkeudelle kuvan mukaisesti. Puupintojen välinen lepokitkakerroin on 0,50. Vetäjän massa on 85 kg, ja puulaatikon massa on 120 kg.
- a) Kuinka suuri kitkavoima laatikkoon suurimmillaan kohdistuu, kun kenkien ja puulattian välinen lepokitkakerroin on 0,50, eli sama kuin puupintojen välinen lepokitkakerroin? Laatikko ei lähde tässä tapauksessa liikkeelle. (4 p.)
- b) Kuinka suuri pitää kenkien ja puulattian välisen lepokitkakerroimen vähintään olla, jotta laatikko lähtisi liikkeelle? (2 p.)

