

Yo-mallivastaukset



Kevät 2021
Fysiikka

Tiesitkö tämän?

Mafylaiset veivät
vuoden 2020
haussa

81%

kaikista lääkiksen
pääsykoekiintiön paikoista.

60%

Pk-seudun lukioista
käyttää **Mafynettiä**.

Mafynetin oppimateriaalit tulossa kaikkiin LOPS 2021
moduuleihin matematiikkaan, fysiikkaan, kemiaan,
maantieteeseen ja biologiaan!

Mafynetti

Mallivastausten tekijät:

Malliratkaisujen laatimisesta ovat vastanneet MAFY:n toinen perustaja Antti Suominen sekä MAFY:n oppimateriaalitiimi, jonka päätehtävä on laatia ja kehittää MAFY:n lukioon tarkoitettuja oppimateriaaleja.

Oppimateriaalitiimistä mukana olivat Antti Suomisen lisäksi Sakke Suomalainen, Linnea Tokola ja Timo Kalinainen. Lisäksi työn tukena olivat Tuomas Hauvala ja Matti Virolainen.

Mafy oppimateriaalit

Olemme Helsingissä, Tampereella, Turussa ja Jyväskylässä toimiva, matematiikan ja luonnontieteiden opetukseen ja oppimateriaaleihin erikoistunut yritys.

Palveluitamme ovat:

- Mafynetti - sähköinen oppimateriaali
- Lääketieteellisen valmennuskurssit
- Kauppatieteellisen valmennusmateriaalit
- DI-valmennuskurssit
- Yo-kokeisiin valmentavat kurssit

Julkaisemme internet-sivuillamme kaiken palautteen, jonka asiakkaat antavat kurseistamme. Näin varmistamme, että palveluistamme kiinnostuneilla ihmisillä on mahdollisuus saada tarkka ja rehellinen kuva siitä, mitä meiltä voi odottaa.

Käyttöehdot

Tämä asiakirja on tarkoitettu yksityishenkilöille opiskelukäyttöön. Kopion tästä asiakirjasta voi ladata osoitteesta www.mafy.fi. Käyttö kaikissa kaupallisissa tarkoituksissa on kielletty. Lukion fysiikan opettajana voit käyttää tätä tehtäväpakettia oppimateriaalina lukiokursseillasi. Nämä mallivastaukset ovat MAFY Oy:n omaisuutta.

MAFY Oy:n yhteystiedot:

<https://mafy.fi/yhteydenotto>

Koetehtävät

[Klikkaa tästä nähdäksesi kokeen esikatselutilassa.](#)

Linkit malliratkaisuihin

Ratkaisu tehtävään 1	2
Ratkaisu tehtävään 2	10
Ratkaisu tehtävään 3	15
Ratkaisu tehtävään 4	17
Ratkaisu tehtävään 5	20
Ratkaisu tehtävään 6	24
Ratkaisu tehtävään 7	28
Ratkaisu tehtävään 8	30
Ratkaisu tehtävään 9	32
Ratkaisu tehtävään 10	37
Ratkaisu tehtävään 11	41

Malliratkaisut päivitetty 29. maaliskuuta 2022 klo. 10:04.

1. Monivalintatehtäviä fysiikan eri osa-alueilta (20 p.)

Valitse jokaisessa kohdassa 1.1.–1.10. oikea vaihtoehto. Oikea vastaus 2 p., väärä vastaus 0 p., ei vastausta 0 p.

1.1. Lapsi leikkii lattialla lelujunan vaunulla ja veturilla. Hän tönäisee veturin liikkeelle. Tönäisyn jälkeen veturi liikkuu vakionopeudella. Mikä seuraavista vaihtoehdoista on silloin totta? (2 p.)

- Veturiin ei kohdistu voimia.
- Veturiin kohdistuvan kokonaisvoiman suuruutta tai suuntaa ei voi määrittää annetuilla tiedoilla.
- Veturiin kohdistuu vakiovoima, joka on nopeuden suuntainen.
- Veturiin kohdistuva kokonaisvoima on nolla.

1.2. Vaunu on paikallaan. Liikkuva veturi törmää siihen. Törmäyksessä ne tarttuvat toisiinsa ja jatkavat yhdessä eteenpäin. Mikä seuraavista vaihtoehdoista on totta? (2 p.)

- Annetuilla tiedoilla ei voi sanoa mitään liikemäärän tai liike-energian säilymisestä.
- Liike-energia säilyy törmäyksessä.
- Sekä liike-energia että liikemäärä säilyvät törmäyksessä.
- Liikemäärä säilyy törmäyksessä.

1.3. Mikä seuraavista vaihtoehdoista on totta kohdassa 1.2 kuvatun törmäyksen aikana? (2 p.)

- Veturi kohdistaa vaunuun suuremman voiman kuin vaunu veturiin.
- Vaunu ja veturi eivät kohdistu voimia toisiinsa.
- Vaunu kohdistaa veturiin suuremman voiman kuin veturi vaunuun.
- Vaunu ja veturi kohdistavat toisiinsa yhtä suuret voimat.

1.4. Veturia vedetään vakiovoimalla. Vastusvoimat oletetaan pieniksi. Mikä seuraavista vaihtoehdoista on totta? (2 p.)

- Veturin kiihtyvyys on nolla.
- Veturi liikkuu kiihtyvyydellä, jonka suuruus pienenee nopeuden kasvaessa.
- Veturi liikkuu vakionopeudella.
- Veturi liikkuu vakiokiihtyvyydellä.

1.5. Aluksi levossa olevaa veturia vedetään vakiovoimalla tietty matka. Vastusvoimat oletetaan pieniksi. Mikä seuraavista vaihtoehdoista on totta? (2 p.)

- Veturin liike-energian muutos on suoraan verrannollinen veturin kulke-
man matkan neliöön.
- Veturin liike-energian muutos ei riipu veturin kulkemasta matkasta.
- Veturin liike-energian muutos on suoraan verrannollinen veturin kulke-
maan matkaan.
- Veturin liike-energian muutos on kääntäen verrannollinen veturin kulke-
maan matkaan.

1.6. Positiivisesti varattua hiukkasta pidetään paikallaan homogeenisessa sähköken-
tässä. Mitä tapahtuu, kun hiukkanen päästetään irti? (2 p.)

- Hiukkanen pysyy paikallaan.
- Hiukkanen alkaa liikkua tasaisella kiihtyvyydellä.
- Hiukkanen alkaa liikkua tasaisella nopeudella.
- Hiukkanen alkaa liikkua tasaisesti kasvavalla kiihtyvyydellä.

1.7. Positiivisesti varattua hiukkasta pidetään paikallaan homogeenisessa magneet-
tikentässä. Mitä tapahtuu, kun hiukkanen päästetään irti? (2 p.)

- Hiukkanen pysyy paikallaan.
- Hiukkanen alkaa liikkua tasaisella kiihtyvyydellä.
- Hiukkanen alkaa liikkua tasaisesti kasvavalla kiihtyvyydellä.
- Hiukkanen alkaa liikkua tasaisella nopeudella.

- 1.8. Kaksi samankokoista ilmapalloa päästetään irti samalta korkeudelta. Pallo A on täytetty heliumilla, pallo B ilmalla. Pallo A lähtee liikkumaan ylöspäin ja B alaspäin. Miksi pallot lähtevät liikkumaan eri suuntiin? (2 p.)
- Palloon A kohdistuu pienempi noste kuin palloon B.
 - Palloon A kohdistuu suurempi noste kuin palloon B.
 - Palloon A kohdistuu pienempi ilmanvastus kuin palloon B.
 - Palloon A kohdistuu pienempi paino kuin palloon B.
- 1.9. Mikä seuraavista suureista ei kuvaa termodynaamisen systeemin tilaa? (2 p.)
- Lämpötila
 - Lämpökapasiteetti
 - Tilavuus
 - Paine
- 1.10. Tietyt Maan ilmakehän kaasut toimivat ns. kasvihuonekaasuina ja aiheuttavat Maan ilmakehän kasvihuoneilmiön. Miksi kasvihuonekaasut lämmittävät ilmakehää? (2 p.)
- Kasvihuonekaasut absorboivat Maan pinnan lämpösäteilyä paremmin kuin Auringon säteilyä.
 - Kasvihuonekaasut absorboivat Auringon säteilyä paremmin kuin Maan pinnan lämpösäteilyä.
 - Kasvihuonekaasut heijastavat Maan pinnan lämpösäteilyä takaisin Maan pintaan.
 - Kasvihuonekaasut heijastavat Maan pinnasta heijastuneen Auringon säteilyn takaisin Maan pintaan.

Ratkaisu.

Pisteyteksestä: Oikea vastaus 2 p., väärä vastaus 0 p., ei vastausta 0 p.

1.1. Lapsi leikkii lattialla lelujunan vaunulla ja veturilla. Hän tönäisee veturin liikkeelle. Tönäisyn jälkeen veturi liikkuu vakionopeudella. Mikä seuraavista vaihtoehdoista on silloin totta? (2 p.)

- Veturiin ei kohdistu voimia.
- Veturiin kohdistuvan kokonaisvoiman suuruutta tai suuntaa ei voi määrittää annetuilla tiedoilla.
- Veturiin kohdistuu vakiovoima, joka on nopeuden suuntainen.
- Veturiin kohdistuva kokonaisvoima on nolla.

2p (yht. 2p)

Veturi liikkuu vakionopeudella, eli sen kiihtyvyys on nolla. Newtonin toisen lain nojalla

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

eli jos kiihtyvyys on nolla, myös veturiin kohdistuvien voimien summa on silloin nolla. Veturiin kohdistuu kuitenkin voimia, ainakin maan vetovoima alaspäin ja radan tukivoima ylöspäin.

1.2. Vaunu on paikallaan. Liikkuva veturi törmää siihen. Törmäyksessä ne tarttuvat toisiinsa ja jatkavat yhdessä eteenpäin. Mikä seuraavista vaihtoehdoista on totta? (2 p.)

- Annetuilla tiedoilla ei voi sanoa mitään liikemäärän tai liike-energian säilymisestä.
- Liike-energia säilyy törmäyksessä.
- Sekä liike-energia että liikemäärä säilyvät törmäyksessä.
- Liikemäärä säilyy törmäyksessä.

2p (yht. 2p)

Liikemäärä säilyy kaikissa törmäyksissä. Liike-energia säilyy ainoastaan kimmoisissa törmäyksissä. Koska veturi ja vaunu takertuvat toisiinsa, törmäys on täysin kimmoton, eli liike-energia ei säily.

1.3. Mikä seuraavista vaihtoehdoista on totta kohdassa 1.2 kuvatun törmäyksen aikana? (2 p.)

- Veturi kohdistaa vaunuun suuremman voiman kuin vaunu veturiin.
- Vaunu ja veturi eivät kohdistu voimia toisiinsa.
- Vaunu kohdistaa veturiin suuremman voiman kuin veturi vaunuun.
- Vaunu ja veturi kohdistavat toisiinsa yhtä suuret voimat.

2p (yht. 2p)

Törmäyksen aikana veturiin ja vaunuun kohdistuu voimat, jotka muuttavat niiden liiketilaa. Vaunun veturiin kohdistama voima ja veturin vaunuun kohdistama voima ovat toistensa vastavoimia. Newtonin kolmannen lain mukaan nämä ovat yhtäsuuret.

1.4. Veturia vedetään vakiovoimalla. Vastusvoimat oletetaan pieniksi. Mikä seuraavista vaihtoehdoista on totta? (2 p.)

- Veturin kiihtyvyys on nolla.
- Veturi liikkuu kiihtyvyydellä, jonka suuruus pienenee nopeuden kasvaessa.
- Veturi liikkuu vakionopeudella.
- Veturi liikkuu vakiokiihtyvyydellä.

2p (yht. 2p)

Newtonin toisen lain mukaan

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

Nyt veturia vedetään vakiovoimalla, joten myös sen kiihtyvyys on vakio.

1.5. Aluksi levossa olevaa veturia vedetään vakiovoimalla tietty matka. Vastusvoimat oletetaan pieniksi. Mikä seuraavista vaihtoehdoista on totta? (2 p.)

- Veturin liike-energian muutos on suoraan verrannollinen veturin kulke-
man matkan neliöön.
- Veturin liike-energian muutos ei riipu veturin kulkemasta matkasta.
- Veturin liike-energian muutos on suoraan verrannollinen veturin kulke-
maan matkaan.
- Veturin liike-energian muutos on kääntäen verrannollinen veturin kulke-
maan matkaan.

2p (yht. 2p)

Veturin liike-energian muutos on yhtä suuri kuin siihen tehty työ, eli $\Delta E = W$. Vetävä voima tekee veturiin työn, joka on $W = F \cdot \Delta s$. Liike-energian muutos on siis suoraan verrannollinen veturin kulkemaan matkaan.

1.6. Positiivisesti varattua hiukkasta pidetään paikallaan homogeenisessa sähkökentässä. Mitä tapahtuu, kun hiukkanen päästetään irti? (2 p.)

- Hiukkanen pysyy paikallaan.
- Hiukkanen alkaa liikkua tasaisella kiihtyvyydellä.
- Hiukkanen alkaa liikkua tasaisella nopeudella.
- Hiukkanen alkaa liikkua tasaisesti kasvavalla kiihtyvyydellä.

2p (yht. 2p)

Homogeeninen sähkökenttä kohdistaa varattuun hiukkaseen voiman $F_E = QE$, missä Q on hiukkasen varaus ja E on sähkökentän voimakkuus. Voima on vakio, joten myös hiukkasen kiihtyvyys on vakio.

1.7. Positiivisesti varattua hiukkasta pidetään paikallaan homogeenisessa magneetikentässä. Mitä tapahtuu, kun hiukkanen päästetään irti? (2 p.)

- Hiukkanen pysyy paikallaan.
- Hiukkanen alkaa liikkua tasaisella kiihtyvyydellä.
- Hiukkanen alkaa liikkua tasaisesti kasvavalla kiihtyvyydellä.
- Hiukkanen alkaa liikkua tasaisella nopeudella.

2p (yht. 2p)

Homogeeninen magneetikenttä kohdistaa varattuun hiukkaseen voiman $F_B = QvB$, missä Q on hiukkasen varaus, v on hiukkasen nopeus ja B on magneettivuon tiheys. Koska hiukkanen on aluksi levossa, sen nopeus on nolla joten myös magneettinen voima on nolla.

Jos koe suoritetaan maan päällä, hiukkaseen vaikuttaa toki myös painovoima, joka aiheuttaa hiukkaselle tasaisen kiihtyvyyden. Asia yhteydestä voidaan kuitenkin päätellä, että tässä haetaan nimenomaan eroa edelliseen alakohtaan, jossa käsitellään sähkökenttää.

1.8. Kaksi samankokoista ilmapalloa päästetään irti samalta korkeudelta. Pallo A on täytetty heliumilla, pallo B ilmalla. Pallo A lähtee liikkumaan ylöspäin ja B alaspäin. Miksi pallot lähtevät liikkumaan eri suuntiin? (2 p.)

- Palloon A kohdistuu pienempi noste kuin palloon B.
- Palloon A kohdistuu suurempi noste kuin palloon B.
- Palloon A kohdistuu pienempi ilmanvastus kuin palloon B.
- Palloon A kohdistuu pienempi paino kuin palloon B.

2p (yht. 2p)

Palloihin kohdistuu painovoima ja noste. Nosteen suuruus on $N = \rho V g$, missä ρ on väliaineen eli ilman tiheys ja V on pallon tilavuus. Koska pallot ovat samankokoisia, niihin kohdistuu yhtä suuret nosteet. Pallojen paino on $G = mg$, mikä on heliumpallolle pienempi, sillä sen massa on pienempi kuin ilmalla täytetty pallon. Ilmanvastus on verrannollinen pallojen nopeuksien neliöön ja vaikuttaa vasta, kun pallot ovat liikkeessä. Se ei vaikuta siihen, mihin suuntiin pallot lähtevät liikkeelle.

1.9. Mikä seuraavista suureista ei kuvaa termodynaamisen systeemin tilaa? (2 p.)

- Lämpötila
- Lämpökapasiteetti
- Tilavuus
- Paine

2p (yht. 2p)

Lämpötila, paine ja tilavuus ovat termodynaamisen systeemin tilamuuttujia. Tilamuuttujaksi ei lueta sellaista suuretta, joka pysyy muuttumattomana. Systeemin lämpökapasiteetti riippuu systeemin lämpötilasta niin vähän, että sitä ei pidetä tilamuuttujana.

1.10. Tietyt Maan ilmakehän kaasut toimivat ns. kasviuonekaasuina ja aiheuttavat Maan ilmakehän kasviuoneilmiön. Miksi kasviuonekaasut lämmittävät ilmakehää? (2 p.)

- Kasviuonekaasut absorboivat Maan pinnan lämpösäteilyä paremmin kuin Auringon säteilyä.
- Kasviuonekaasut absorboivat Auringon säteilyä paremmin kuin Maan pinnan lämpösäteilyä.
- Kasviuonekaasut heijastavat Maan pinnan lämpösäteilyä takaisin Maan pintaan.

- Kasvihuonekaasut heijastavat Maan pinnasta heijastuneen Auringon säteilyn takaisin Maan pintaan.

2p (yht. 2p)

Lämpösäteilyn aallonpituus riippuu lähettävän kappaleen pinta-lämpötilasta. Auringon säteilemä lämpösäteily on siksi lyhyempiaaltoista kuin maanpinnan lähettämä lämpösäteily. Tärkeimmät kasvihuonekaasut, vesihöyry, hiilidioksidi ja metaani absorboivat tehokkaasti juuri sellaista lämpösäteilyä, jota maan pinta säteilee.

Huom! Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa!

2. Pikajuoksu (15 p.)

Aineistossa ([aineisto 2.A](#)) on annettu väliajat Carl Lewisin 100 metrin maailmanennätysjuoksusta Tokiossa vuonna 1991.

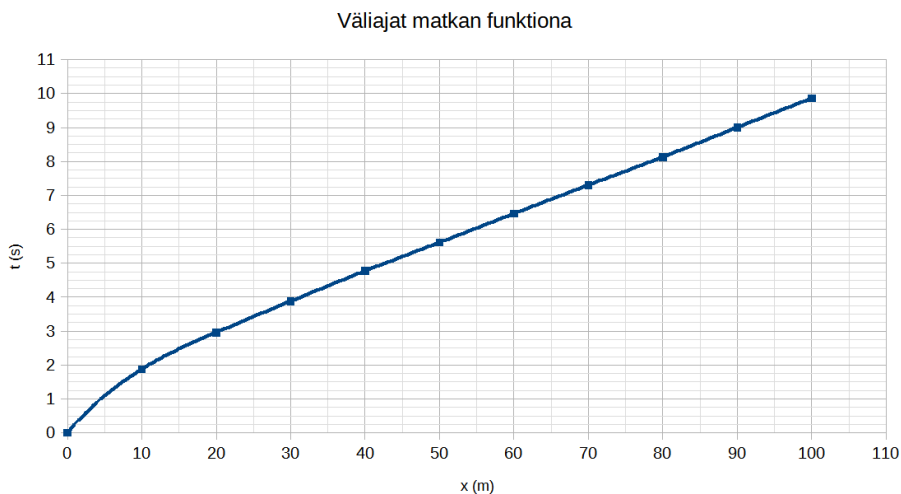
Aineisto:

2.A [Taulukko: Väliajat](#)

- 2.1. Esitä kuvaaja Lewisin väliajoista hänen juoksemansa matkan funktiona. (5 p.)
- 2.2. Mikä oli Lewisin väliaika 75 metrin kohdalla? (4 p.)
- 2.3. Oletetaan, että Lewis olisi pystynyt 100 metrin jälkeen jatkamaan juoksuaan vauhtiaan muuttamatta. Mikä hänen loppuaikansa olisi tällöin ollut 200 metrin juoksussa? (6 p.)

Ratkaisu.

- 2.1. Piirretään mittaustulokset koordinaatistoon.



5p (yht. 5p)

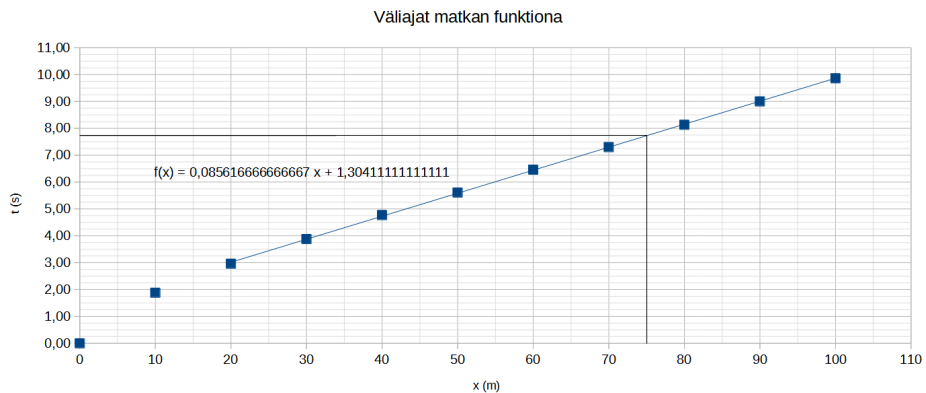
Pisteytyksestä:

- Suure tai yksikkö puuttuu askelilta = -1 p,
- Mitta-asteikko puuttuu akselilta = -1 p,
- Pieni virhe mittauspisteissä = -1 p,
- Mittauspisteet eivät ole näkyvissä = -2 p,
- Otsikko puuttuu = -0 p,
- Ei sovitetta tai viivaa pisteiden kautta = -0 p.

2.2.

Ratkaisuvaihtoehto 1:

Sovitetaan suora välille 20 m – 100 m, sillä tällä välillä pisteet osuvat samalle suoralle hyvin. Luetaan kuvaajalta väliaika, kun juoksija on juossut 75 m.



2p (yht. 2p)

Kuvaajaan merkitystä kohdasta nähdään, että väliaika on noin 7,8 s.

2p (yht. 4p)

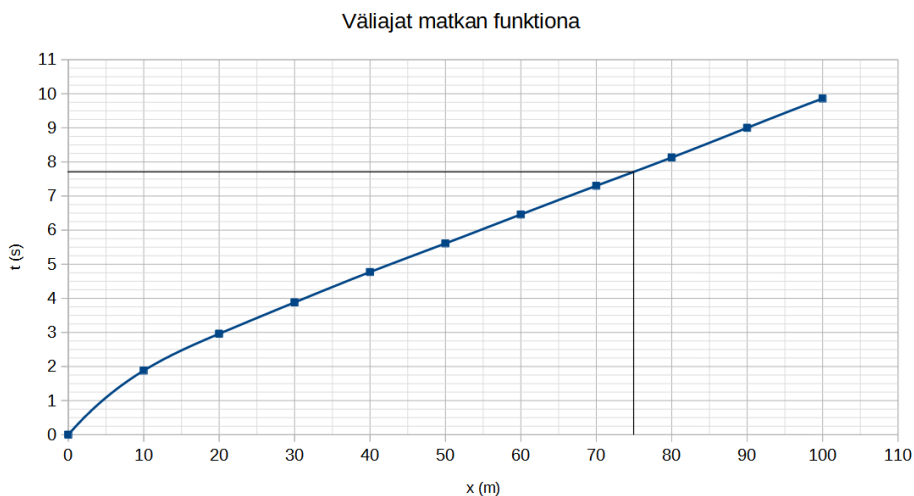
Vastaus: Väliaika on 7,8 s.

Pisteytyksestä:

- Näytetty, miten väliaika on saatu kuvaajasta = 2p,
- Oikea vastaus = 2p,
- Vastaukseksi todennäköisesti hyväksytään aika väliltä 7,7 s – 7,8 s.

Ratkaisuvaihtoehto 2:

Luetaan kohdassa 2.1. piirretyltä kuvaajalta väliaika, kun juoksija on juossut 75 m.



2p (yht. 2p)

Täysien pisteiden varmistamiseksi on hyvä varmistaa, että ratkaisusta näkee, miten arvo on luettu kuvaajasta. Tämän voi tehdä monella eri tavalla, kuten esimerkiksi piirtämällä yllä olevan kuvan mukaiset apuviivat näkyviin tai ottamalla kuvakaappauksen, missä näkyy ohjelman näyttämä arvo tutkittavassa kohdassa. Täydet pisteet saattaa kuitenkin hyvin saada, vaikka ilmoittaisi vain kuvaajasta luetun arvon ilman, että ratkaisussa näyttää, miten se on luettu.

Kuvaajaan merkitystä kohdasta nähdään, että väliaika on noin 7,8 s. 2p (yht. 4p)

Vastaus: Väliaika on 7,8 s.

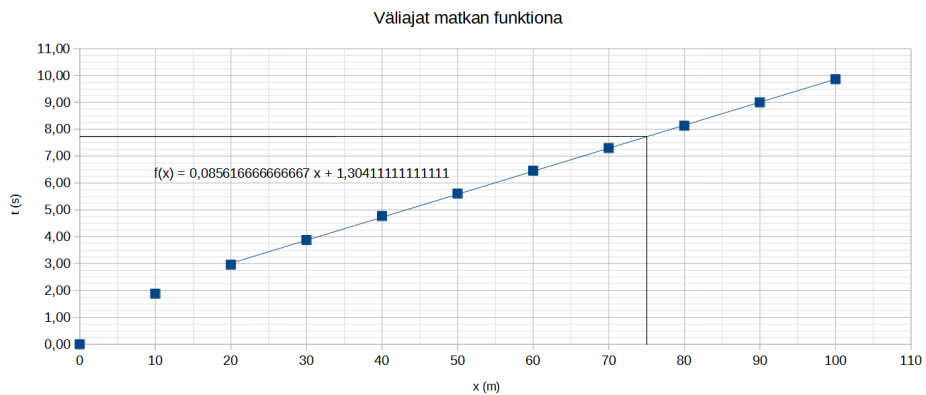
Pisteytyksestä:

- Näytetty, miten väliaika on saatu kuvaajasta = 2p,
- Oikea vastaus = 2p,
- Vastaukseksi todennäköisesti hyväksytään aika väliltä 7,7 s – 7,8 s.

2.3.

Ratkaisuvaihtoehto 1

Välillä 20 m – 100 m pisteet osuvat hyvin suoralle, joten juoksijan liike on likimain tasaista.



Suoran yhtälö on sovitetten perusteella

$$t = 0,0856166 \frac{\text{S}}{\text{m}} \cdot x + 1,304111 \text{ s} \quad \text{4p (yht. 4p)}$$

Sijoitetaan yhtälöön $x = 200 \text{ m}$ ja ratkaistaan aika.

$$t = 0,0856166 \frac{\text{S}}{\text{m}} \cdot 200 \text{ m} + 1,304111 \text{ s}$$

$$t = 18,42744... \text{ s} \approx 18,4 \text{ s} \quad \text{2p (yht. 6p)}$$

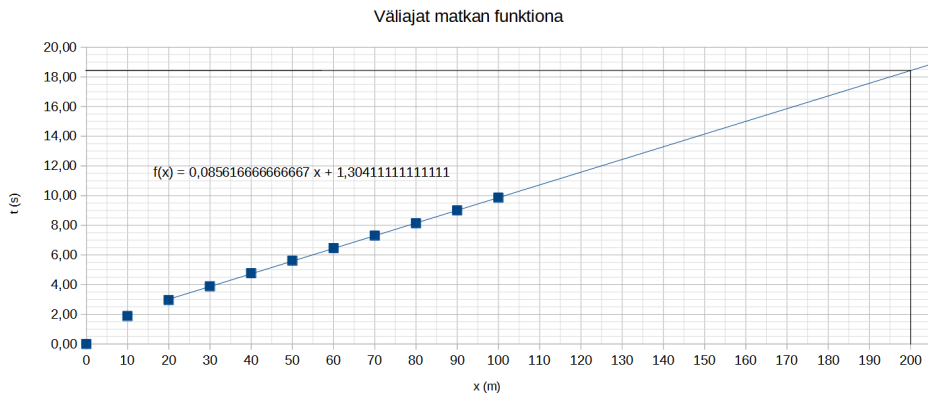
Vastaus: Juoksijalta kuluisi 200 metrin juoksuun 18,4 s.

Pisteytyksestä:

- Perustelu ja näytetty, miten saatu suoran yhtälö = 4p,
- Oikea vastaus = 2p,
- Hyväksytään myös, jos on sovittanut suoran $x = 30$ m lähtien. Tällöin vastaukseksi tulee $18,352 \dots s \approx 18,4$ s.

Ratkaisuvaihtoehto 2

Välillä 20 m – 100 m pisteet osuvat hyvin suoralle, joten juoksijan liike on likimain tasaista. Ekstrapoloidaan kuvaajaa 200 m asti ja luetaan aika kuvaajalta.



4p (yht. 4p)

Kuvaajalta luettuna saadaan $t = 18,5$ s. 2p (yht. 6p)

Vastaus: Juoksijalta kuluisi 200 metrin juoksuun $18,5$ s.

Pisteytyksestä:

- Perustelu ja kuvaaja, josta näkee, miten luettu vastaus = 4p,
- Oikea vastaus = 2p,
- Hyväksytään vastaukset väliltä $18,3$ s . . . $18,6$ s.

Huom! Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa!

3. Kaasupullo (15 p.)

Kaasupullo on täytetty argonkaasulla. Pullon tilavuus on 38 litraa ja kaasun paine pullossa 280 bar. Kaasun lämpötila on 22 °C. Kuinka suuri on täytetyn kaasupullon massa, kun tyhjän pullon massa on 26 kg?

Ratkaisu.

Ratkaisuvaihtoehto 1:

$$V = 38 \ell = 0,038 \text{ m}^3$$

$$p = 280 \text{ bar} = 280 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$T = 22 \text{ °C} = (273,15 + 22) \text{ K} = 295,15 \text{ K}$$

$$R = 8,31451 \frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

$$M = 39,95 \text{ g/mol}$$

$$m_{\text{pullo}} = 26 \text{ kg}$$

Argonin voidaan olettaa käyttäytyvän hyvällä tarkkuudella ideaalikaasun tavoin. Ratkaistaan argonin massa ideaalikaasun tilanyhtälöstä.

2p (yht. 2p)

$$pV = nRT \quad 2\text{p (yht. 4p)}$$

Sijoitetaan $n = \frac{m}{M}$. 2p (yht. 6p)

$$pV = \frac{m}{M} \cdot RT \quad 2\text{p (yht. 8p)}$$

$$m = \frac{pVM}{RT} \quad 4\text{p (yht. 12p)}$$

$$m = 17,3212 \dots \text{ kg} \quad 1\text{p (yht. 13p)}$$

Täytetyn pullon massa on siis

$$m_{\text{kok}} = m + m_{\text{pullo}} = 43,32 \dots \text{ kg} \approx 43 \text{ kg} \quad 2\text{p (yht. 15p)}$$

Vastaus: Täytetyn pullon massa on 43 kg.

Ratkaisuvaihtoehto 2:

$$V = 38 \text{ l} = 0,038 \text{ m}^3$$

$$p = 280 \text{ bar} = 280 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$T = 22 \text{ }^\circ\text{C} = (273,15 + 22) \text{ K} = 295,15 \text{ K}$$

$$R = 8,31451 \frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

$$M = 39,95 \text{ g/mol}$$

$$m_{\text{pullo}} = 26 \text{ kg}$$

Argonin voidaan olettaa käyttäytyvän hyvällä tarkkuudella ideaalikaasun tavoin. Ratkaistaan argonin ainemäärä ideaalikaasun tilanyhtälöstä.

2p (yht. 2p)

$$pV = nRT \quad 2\text{p (yht. 4p)}$$

$$n = \frac{pV}{RT} \quad 2\text{p (yht. 6p)}$$

$$n = 433,5729 \dots \text{ mol} \quad 2\text{p (yht. 8p)}$$

Lasketaan ainemäärän perusteella argonin massa.

$$n = \frac{m}{M} \quad 2\text{p (yht. 10p)}$$

$$m = nM \quad 2\text{p (yht. 12p)} = 17,3212 \dots \text{ kg} \quad 1\text{p (yht. 13p)}$$

Argonin ja pullon yhteenlaskettu massa:

$$m_{\text{kok}} = m + m_{\text{pullo}} = 43,32 \dots \text{ kg} \approx 43 \text{ kg} \quad 2\text{p (yht. 15p)}$$

Vastaus: Täytetyn pullon massa on 43 kg.

Huom! Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa!

4. Siltakytkentä (15 p.)

Aineisto:

4.A [Kuva: KytKentäkaavio](#)

Aineiston [4.A](#) kaaviokuva esittää ns. siltakytkentää, jota voidaan käyttää tuntemattoman resistanssin R_x määrittämiseen. Pisteiden a ja c välille kytketään jännite, jolloin piiriin syntyy sähkövirta. Säästövastuksen resistanssi R_3 on säädetty niin, että pisteiden b ja d välillä ei ole sähkövirtaa.

- 4.1. Mikä on sähkövirran suunta jännitelähteen ja pisteen a välillä ja jännitelähteen ja pisteen c välillä? Kumpi sähkövirroista on suurempi, vai ovatko ne yhtä suuret? (4 p.)
- 4.2. Kuinka suuri jännite on pisteiden b ja d välillä? (3 p.)
- 4.3. Johda resistanssille R_x lauseke, joka riippuu vain resistansseista R_1 , R_2 ja R_3 . (8 p.)

Ratkaisu.

- 4.1 Koska kytkennässä on vain yksi jännitelähde, virta kulkee lähtien sen positiivisesta navasta ja päätyen muun piirin kautta negatiiviseen napaan. Kuljettaessa pisteestä c pisteeseen a jännitelähteen kautta, ei kyseisellä matkalla ole piirissä yhtään virran haarautumiskohtaa. Koska virran haarautumiskohtia ei ole, virta on Kirchhoffin 1. lain mukaisesti joka kohdassa sama tällä välillä.

Vastaus: Virta kulkee pisteestä c myötäpäivään kohti jännitelähdettä sekä jännitelähteestä myötäpäivään kohti pistettä a . Nämä virrat ovat yhtä suuret. 4p (yht. 4p)

Suunnat = 2p, suuruudet = 2p.

- 4.2 Ohmin lain mukaisesti jännitehäviö on $U = RI$, jossa R on virtamittarin aiheuttama (pieni) resistanssi. Tehtävän tilanteessa pisteiden b ja d välillä ei ole sähkövirtaa, joten myös jännitehäviö kyseisellä välillä on 0 V . Jos virtamittari oletetaan ideaaliseksi, sen resistanssi on 0Ω , joten jännitettä ei olisi, vaikka kyseisellä välillä kulkisikin virta.

Vastaus: Jännite pisteiden b ja d välillä on 0 V . 3p (yht. 3p)

4.3

Ratkaisuvaihtoehto 1

Pisteessä a jännitelähteestä tuleva virta jakautuu virroiksi I_1 ja I_2 . Koska pisteiden d ja b välillä ei kulje sähkövirtaa, virta I_1 kulkee vastusten R_1 ja R_3 läpi pisteeseen c , vastaavasti virta I_2 kulkee vastusten R_2 ja R_x läpi pisteeseen c .

Kohdan 4.2. nojalla pisteet d ja b ovat samassa potentiaalissa. Näin ollen pisteiden a ja d välillä vastuksessa R_1 tapahtuva jännitehäviö on yhtä suuri kuin pisteiden a ja b välillä vastuksessa R_2 tapahtuva jännitehäviö. 2p (yht. 2p)

Ohmin lain nojalla on siis

$$R_1 I_1 = R_2 I_2 \quad \text{2p (yht. 4p)} \quad (1)$$

Vastaavasti jännitehäviöt vastuksissa R_3 ja R_x ovat yhtä suuret, eli

$$R_3 I_1 = R_x I_2 \quad \text{2p (yht. 6p)} \quad (2)$$

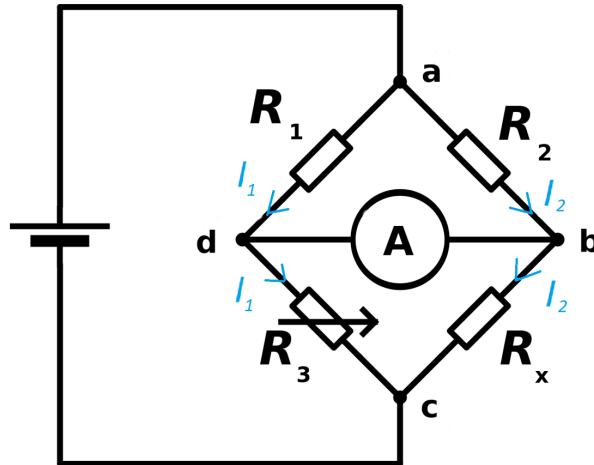
Jaetaan yhtälöt (1) ja (2) puolittain keskenään, jolloin saadaan

$$\begin{aligned} \frac{R_1 I_1}{R_3 I_1} &= \frac{R_2 I_2}{R_x I_2} \\ \frac{R_1}{R_3} &= \frac{R_2}{R_x} \\ R_x &= \frac{R_2 R_3}{R_1} \quad \text{2p (yht. 8p)} \end{aligned}$$

Vastaus: Resistanssin R_x lauseke on $\frac{R_2 R_3}{R_1}$.

Ratkaisuvaihtoehto 2

Koska virtamittarin läpi ei kulje virtaa, tiedämme että pisteestä a pisteeseen d tuleva virta ei haaraudu, vaan kulkee yhtä suurena myös välillä $d - c$. Merkitään tätä virtaa I_1 . Vastaavasti virta välillä $a - b - c$ on kaikkialla sama ja merkitään kyseistä virtaa I_2 .



Kuva ei ole välttämätön ratkaisussa – se on tässä helpottamassa lukemista.

Kirchhoffin 2. lain mukaisesti potentiaalimuutosten summa silmukassa $a-d-b$ on nolla, 2p (yht. 2p) joten kiertämällä vastapäivään saadaan yhtälö

$$-R_1 I_1 + 0 \text{ V} + R_2 I_2 = 0 \text{ V}. \quad \text{2p (yht. 4p)} \quad (3)$$

Vastaavasti Kirchhoffin 2. lain mukaan silmukassa $d-c-b$ vastapäivään

$$-R_3 I_1 + R_x I_2 + 0 \text{ V} = 0 \text{ V}. \quad \text{2p (yht. 6p)} \quad (4)$$

Ratkaistaan laskinohjelmalla I_1 ja R_x yhtälöparista (3) ja (4).

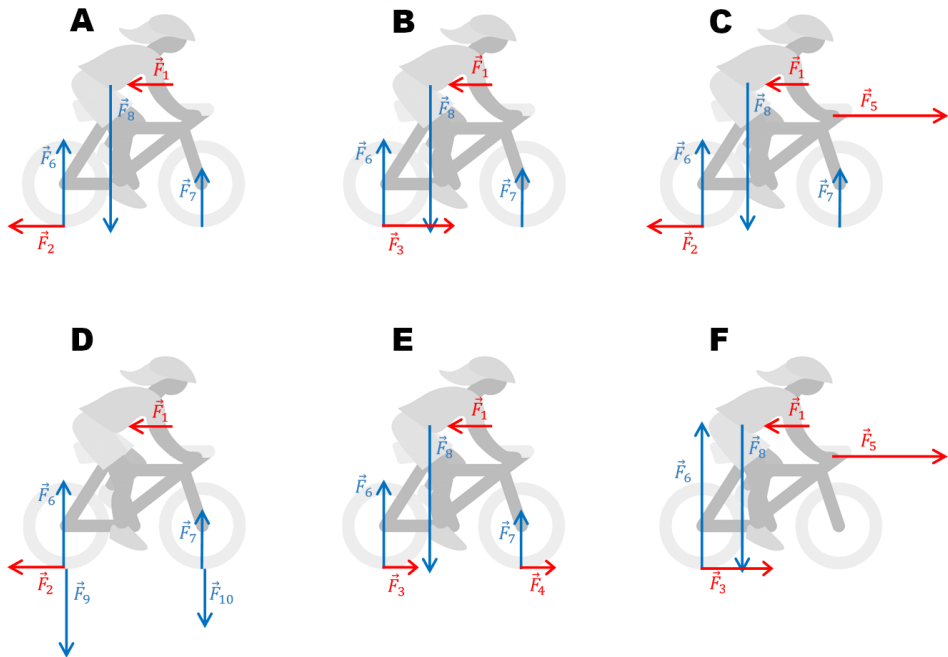
$$I_1 = \frac{R_2}{R_1} I_2 \quad \text{ja} \quad R_x = \frac{R_2 R_3}{R_1} \quad \text{2p (yht. 8p)}$$

Vastaus: Resistanssin R_x lauseke on $\frac{R_2 R_3}{R_1}$.

Huom! Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa!

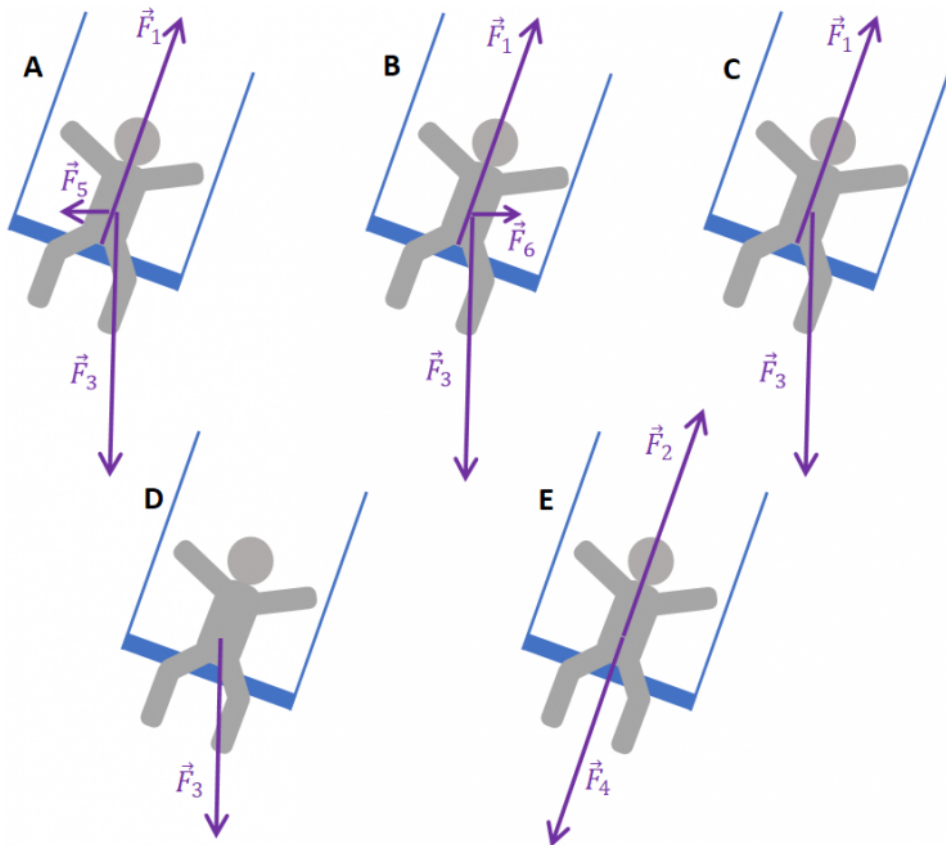
5. Voimat (15 p.)

5.1. Pyöräilijä (9 p.)



Pyöräilijä kasvattaa nopeuttaan vaakasuoralla tiellä. Valitse annetuista voimakuvioista A–F se, joka parhaiten kuvaa pyörään ja pyöräilijään vaikuttavia ulkoisia voimia. Kirjoita vastauskenttään valitsemasi voimakuvion kirjain ja nimeä tähän voimakuvioon piirretyt voimat. Kuvassa vaakasuorat ja pystysuorat voimanolet sekä niihin liittyvät tunnukset on merkitty selkeyden vuoksi eri väreillä.

5.2. Keinuja (6 p.)



Lapsi istuu keinukarusellissa, jonka pyörimisnopeus pysyy muuttumattomana. Valitse annetuista voimakuvioista A–E se, joka parhaiten kuvaa lapsen vaikuttavia voimia. Kirjoita vastauskenttään valitsemasi voimakuvion kirjain ja nimeä tähän voimakuvioon piirretyt voimat. Kaikkien kuvioissa esitettyjen voimien oletetaan yksinkertaisuuden vuoksi olevan kuvan tasossa, eli niillä ei oleteta olevan liikkeen suuntaista tai sen vastaista komponenttia.

Ratkaisu.

5.1. Voimakuvio **B** 4p (yht. 4p) kuvaa parhaiten pyörään ja pyöräilijään vaikuttavia ulkoisia voimia. Voimakuviossa olevat voimat:

\vec{F}_1	Ilmanvastus
\vec{F}_3	Tien ja takarenkaan välinen kitka
\vec{F}_6	Tien takarenkaaseen kohdistama tukivoima
\vec{F}_7	Tien eturenkaaseen kohdistama tukivoima
\vec{F}_8	Pyöräilijän ja pyörän painovoima

5p (yht. 9p)

Pisteytyksestä:

- Oikea voimakuvio = 4p,
- Oikein nimetty voima = 1p / voima,
- Oikein nimetystä voimasta saa pisteen, vaikka olisi valinnut väärän voimakuvion, kunhan kyseinen voima on myös oikeassa voimakuviossa B.

Perustelut: Pyöräilijä kasvattaa nopeuttaan vaakasuoralla tiellä, joten oikealle osoittavien vaakasuorien voimien täytyy olla suurempia kuin vasemmalle osoittavien. Pyöräilijää kiihdyttää tienpinnan ja takarenkaan välinen kitkavoima. Kitkavoima on lepokitkaa, sillä renkaan kosketuspinta on levossa tietä vasten eikä liu'u tietä pitkin. Pyöräilijän polkiessa takarengas kohdistaa tiehen taaksepäin (kuvassa vasemmalle) osoittavan lepokitkan, jonka vastavoima on eteenpäin (kuvassa oikealle) osoittava, tien renkaaseen kohdistama lepokitka \vec{F}_3 . Pyöräilijä kasvattaa nopeuttaan, joten ilmanvastus \vec{F}_1 on pienempi kuin kiihdyttävä voima \vec{F}_3 .

Pystysuunnassa pyöräilijä ei liiku, joten pystysuuntaisten voimien summan on oltava nolla. Alaspäin pyöräilijää vetää painovoima \vec{F}_8 , ylöspäin työntää tienpinnan tukivoimat \vec{F}_6 ja \vec{F}_7 . Pyöräilijän massasta suurempi osa on takapyörän yläpuolella, joten takapyörään kohdistuva tukivoima on suurempi kuin etupyörään kohdistuva.

Kuvioissa **A**, **C** ja **D** takarenkaaseen kohdistuva kitkavoima osoittaa kuvassa vasemmalle, joten nämä voimat vain hidastaisivat pyöräilijää, joka tehtävänannon perusteella kasvattaa nopeuttaan. Kuviossa **E** myös etupyörä vetää pyöräilijää eteenpäin, mutta polkupyörässä polkimet ovat yhteydessä vain takapyörään. Kuviossa **F** (ja kuviossa **C**) esiintyy oikealle vetävä voima \vec{F}_5 , jolle ei ole mitään perustetta tehtävänannossa. Kuvio **C** voisi kuvata esimerkiksi tilannetta, missä pyörää vedetään köydellä ohjaustangosta ja pyöräilijä jarruttaa takajarrulla.

- 5.2. Voimakuvio **C** 4p (yht. 4p) kuvaa parhaiten lapsen vaikuttavia ulkoisia voimia. Voimakuviossa olevat voimat:

\vec{F}_1	Keinun lapsen kohdistama tukivoima	2p (yht. 6p)
\vec{F}_3	Lapsen painovoima	

Pisteytyksestä:

- Oikea voimakuvio = 4p,
- Oikein nimetty voima = 1p / voima,
- Oikein nimetystä voimasta saa pisteen, vaikka olisi valinnut väärän voimakuvion, kunhan kyseinen voima on myös oikeassa voimakuviossa C.

Perustelut: Pystysuunnassa lapsi ei liiku, joten pystysuuntaisten voimien summan on oltava nolla. Alaspäin lasta vetää painovoima \vec{F}_3 , ylöspäin lasta vetää keinun tukivoiman \vec{F}_1 y -suuntainen komponentti. Vaakasunnassa lapsi on ympyräradalla keinukarusellin keskipisteen ympärillä. Lapsella on siis keskeiskiihtyvyyttä keinukarusellin keskipistettä kohti. Tämän kiihtyvyyden aiheuttaa tukivoiman \vec{F}_1 x -suuntainen komponentti, joko osoittaa kuvassa oikealle.

Kuviossa **D** lapsen kohdistuu vain painovoima, joten lapsen pitäisi olla putoamisliikkeessä. Kuviossa **E** lapsen painovoima osoittaa alaviistoon. Painovoiman suunta ei riipu kappaleen liikkeestä vaan se osoittaa aina suoraan alaspäin.

Kuvioissa **A** ja **B** lapsen kohdistuu yllä mainittujen voimien lisäksi vaakasuntainen voima \vec{F}_5 tai \vec{F}_6 , jolle ei ole fysikaalista perustelua. Muista, että voima aiheuttaa kiihtyvyyden, kiihtyvyys (esim. ympyräradalla pysymiseen tarvittava keskeiskiihtyvyys) ei koskaan aiheuta voimaa! Jos kyse olisi lapsen ja keinun istuimen välisestä kitkasta, se osottaisi istuimen pinnan suuntaisesti ylä- tai alaviistoon. Keinukarusellin idea on lisäksi siinä, että istuimet asettuvat sellaiseen kulmaan karuselliin nähden, ettei kitkaa tarvita istuimessa pysymiseen.

Huom! Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa!

6. Maanjäristysaallot (15 p.)

Maanjäristysaallot eli seismiset aallot jaetaan primääri- eli P-aaltoihin, sekundääri- eli S-aaltoihin sekä pinta-aaltoihin. P-aallot etenevät kiviaineksen vuorottaisina laajenemisina ja supistumisina. S-aalloissa kiviaines puolestaan liikkuu kohtisuorassa aallon kulkusuuntaa vastaan. P-aallot etenevät keskimäärin nopeudella $8,0 \text{ km/s}$ ja S-aallot keskimäärin nopeudella $4,8 \text{ km/s}$. Pinta-aallot ovat näitä hitaampia. Myös aaltojen taajuudet poikkeavat toisistaan.

Eräessä maanjäristyksessä ensimmäinen järjestysaalto havaittiin 30 sekuntia ennen toista aaltoa. Ensimmäisen järjestysaallon taajuus oli 2 Hz ja toisen 10 Hz .

- 6.1. Kuinka kaukana havaintopaikasta maanjäristyksen keskus sijaitsi? Kuinka suuria olivat havaittujen P- ja S-aaltojen aallonpituudet? (8 p.)
- 6.2. Millaisilla aaltoliikkeillä P- ja S-aaltoja voidaan kuvata? Selitä lyhyesti, miksi maanjäristysaalloja tutkimalla voidaan saada tietoa maapallon rakenteesta. Miten maapallon ytimen nestemäinen osa vaikuttaa S- ja P-aaltojen esiintymisiin? (7 p.)

Ratkaisu.

6.1.

Ratkaisuvaihtoehto 1

$$v_p = 8000 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_s = 4800 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta t = 30 \text{ s}$$

Primääriaaltojen ja sekundääriaaltojen kulkemat matkat ovat yhtä suuret. Taisaisella nopeudella kuljettu matka on

$$s = v \cdot t \quad \text{1p (yht. 1p)}$$

Merkitään P-aaltojen matka-aikaa t :llä, jolloin S-aaltojen matka-aika on $t + \Delta t$. Aaltojen kulkemista matkoista saadaan yhtälöryhmä

$$\begin{cases} s = v_p \cdot t \\ s = v_s \cdot (t + \Delta t) \end{cases}$$

1p (yht. 2p)

Yhtälöryhmästä saadaan CAS-ohjelmalla

$$\begin{aligned} s &= v_p \cdot \frac{v_s \cdot \Delta t}{v_p - v_s} && \text{2p (yht. 4p)} \\ &= 360\,000 \text{ m} \\ &= 360 \text{ km} && \text{1p (yht. 5p)} \end{aligned}$$

Aallonpituudet voidaan ratkaista aaltoliikkeen perusyhtälöstä

$$v = f\lambda \quad \text{1p (yht. 6p)}$$

P-aaltojen aallonpituus on:

$$\begin{aligned} \lambda_p &= \frac{v_p}{f_p} \\ &= 4\,000 \text{ m} && \text{1p (yht. 7p)} \end{aligned}$$

S-aaltojen aallonpituus on:

$$\begin{aligned} \lambda_s &= \frac{v_s}{f_s} \\ &= 480 \text{ m} && \text{1p (yht. 8p)} \end{aligned}$$

Vastaus: Maanjärityksen keskus sijaitsi 360 km päässä havaintopaikasta. Primaariaallon pituus on 4 000 metriä ja sekundaariaallon pituus 480 metriä.

Ratkaisuvaihtoehto 2

$$v_p = 8000 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_s = 4800 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta t = 30 \text{ s}$$

Tasaisella nopeudella kuljettu matka on

$$s = v \cdot t \quad \text{1p (yht. 1p)}$$

Sekä P - että S -aallot etenevät maanjäristyksen keskuksesta havaintopaikkaan yhtä pitkän matkan s . Merkitään P -aaltojen matka-aikaa t_p :llä ja S -aaltojen matka-aikaa t_s :llä. Sekundääriaaltojen saapumiseen kuluu 30 s pidempi aika, eli $t_s = t_p + \Delta t$. Koska aaltojen kulkemat matkat ovat yhtä suuret,

$$v_p \cdot t_p = v_s \cdot t_s \quad \text{1p (yht. 2p)}$$

$$v_p \cdot t_p = v_s \cdot (t_p + \Delta t)$$

$$v_p \cdot t_p = v_s \cdot t_p + v_s \cdot \Delta t$$

$$v_p \cdot t_p - v_s \cdot t_p = v_s \cdot \Delta t$$

$$t_p = \frac{v_s \cdot \Delta t}{v_p - v_s} \quad \text{1p (yht. 3p)}$$

$$= 45 \text{ s}$$

Matka on siis

$$s = v_p \cdot t_p \quad \text{1p (yht. 4p)}$$

$$= 360\,000 \text{ m}$$

$$= 360 \text{ km} \quad \text{1p (yht. 5p)}$$

Matkan voi ratkaista myös sekundääriaallon nopeuden ja matka-ajan perusteella.

Aallonpituudet voidaan ratkaista aaltoliikkeen perusyhtälöstä

$$v = f\lambda \quad (1 \text{ p (yht. 6p)})$$

P-aaltojen aallonpituus on:

$$\begin{aligned}\lambda_p &= \frac{v_p}{f_p} \\ &= 4\,000 \text{ m} \quad (1 \text{ p (yht. 7p)})\end{aligned}$$

S-aaltojen aallonpituus on:

$$\begin{aligned}\lambda_s &= \frac{v_s}{f_s} \\ &= 480 \text{ m} \quad (1 \text{ p (yht. 8p)})\end{aligned}$$

Vastaus: Maanjäristyksen keskus sijaitsi 360 km päässä havaintopaikasta. Päämääriaallon pituus on 4 000 metriä ja sekundääriaallon pituus 480 metriä.

- 6.2. P-aaltoja voidaan kuvata pitkittäisellä aaltoliikkeellä ja S-aaltoja poikittaisella aaltoliikkeellä. (3p (yht. 3p)) **Esimerkiksi ääni on pitkittäistä aaltoliikettä ja narussa heilahduksen jälkeen etenevä aaltoliike on sivuttaista aaltoliikettä.**

Maanjäristysaaltojen nopeus riippuu kiviaineksen ominaisuuksista. Edetessään maapallon sisällä aallot taittuvat ja heijastuvat eri aineiden ja kerrosten rajapinnoista. Yhdistämällä eri havaintopisteissä tehdyt havainnot maanjäristysaaltoista voidaan muodostaa kuva maapallon sisäisestä rakenteesta. (2p (yht. 5p))

Maapallon ytimen ulko-osa on nestemäinen. Nesteessä poikittainen aaltoliike ei pääse etenemään, joten S-aallot eivät voi edetä ulko-ytimen läpi. Tämä aiheuttaa maanjäristyksestä katsoen maapallon toiselle puolelle katvealueen, minne S-aallot eivät pääse etenemään. P-aallot sen sijaan voivat edetä sekä nesteessä että kiinteässä aineessa ja niitä havaitaan myös katvealueella. (2p (yht. 7p))

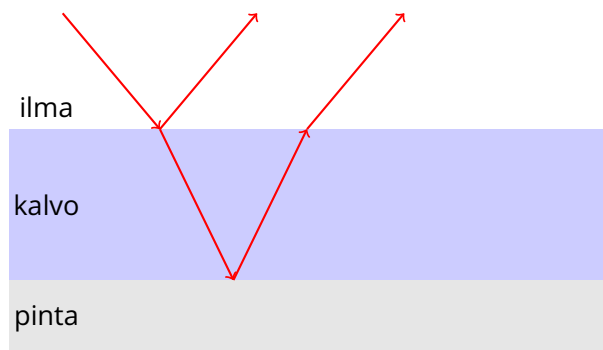
Huom! Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa!

7. Heijastuminen ohuesta kalvosta (15 p.)

- 7.1. Selitä lyhyesti, miksi pintoja peittävät ohuet valoa läpäisevät kalvot, esimerkiksi veden pinnalla oleva öljykalvo, vaikuttavat valon heijastumiseen pinnasta. (6 p.)
- 7.2. Lasin pinnalla on ohut tasapaksu asetonikerros. Kun pintaa valaistaan kohtisuorasta suunnasta, havaitaan sen heijastavan parhaiten valoa, jonka aallonpituus on 630 nm. Kuinka paksu asetonikerros on? Asetonin taitekerroin on 1,25, lasin 1,50 ja ilman 1,00. (9 p.)

Ratkaisu.

- 7.1. Kun valo osuu kahden aineen rajapintaan, osa valosta taittuu ja osa heijastuu. Näin ollen osa kalvon pinnalle saapuvasta valosta heijastuu heti kalvon pinnasta takaisin ja osa taittuu kalvon läpi. Kalvon läpi taittunut valo heijastuu kalvon ja veden rajapinnasta. Kun aallot jälleen kohtaavat toisen aallon taituttua takaisin ilmaan, ne interferoivat. 2p (yht. 2p)



Kuvaa ei vaadittu vastauksessa.

Mikäli aallot ovat samassa vaiheessa, tapahtuu vahvistava interferenssi. Jos taas vaiheet ovat vastakkaiset, tapahtuu heikentävä interferenssi. Aallot siis vaihe-erosta riippuen joko vahvistavat toisiaan tai heikentävät toisiaan. 2p (yht. 4p)

Vaihe-eron suuruus riippuu kalvon paksuudesta, valon aallonpituudesta sekä kulmasta, jossa valo saapuu kalvolle. Lisäksi vaihe-eron suuruuteen vaikuttaa, tapahtuuko rajapinnoissa puolen aallonpituuden suuruinen vaihesiirto. 2p (yht. 6p)

7.2.

$$n_{\text{ilma}} = 1,00$$

$$n_{\text{asetoni}} = 1,25$$

$$\lambda_{\text{ilma}} = 630 \text{ nm}$$

Voimistuminen havaitaan, kun aallot interferoivat vahvistavasti. Asetonin taitekerroin on suurempi kuin ilman, ja toisaalta lasin taitekerroin on suurempi kuin asetonin. Siten molemmissa rajapinnoissa aallolle tapahtuu puolen aallonpituuden suuruinen vaihesiirto. 2p (yht. 2p) Jotta aallot voivat taas kohdatessaan uudelleen ilmassa interferoida vahvistavasti, asetonissa kuljetun matkan tulee olla aallonpituuden monikerta. 1p (yht. 3p) Aalto kulkee kalvon paksuuden mittaisen matkan edestakaisin. Merkitään kalvon paksuutta d :llä, jolloin sille pätee

$$2d = k\lambda_{\text{asetoni}} \quad \text{2p (yht. 5p)}$$

Ratkaistaan taittumislaista asetonin aallonpituudelle lauseke:

$$\frac{\lambda_{\text{asetoni}}}{\lambda_{\text{ilma}}} = \frac{n_{\text{ilma}}}{n_{\text{asetoni}}}$$

$$\lambda_{\text{asetoni}} = \frac{n_{\text{ilma}}}{n_{\text{asetoni}}} \lambda_{\text{ilma}} \quad \text{2p (yht. 7p)}$$

Sijoitetaan tämä kalvon paksuuden lausekkeeseen:

$$d = k \cdot \frac{n_{\text{ilma}}}{2n_{\text{asetoni}}} \cdot \lambda_{\text{ilma}}$$

$$d = k \cdot 252 \text{ nm} \approx k \cdot 250 \text{ nm}$$

Vastaus: Kalvon paksuus on $k \cdot 250 \text{ nm}$, missä $k = 1, 2, 3, \dots$ 2p (yht. 9p)

Täysiin pisteisiin luultavasti riittää laskea pelkästään tilanne $k = 1$, eli jossa kalvon paksuus on suoraan puolet aallonpituudesta asetonissa.

Huom! Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa!

8. Radon (15 p.)

Radon on radioaktiivinen jalokaasu, jota syntyy maankuoressa uraanin ja toriumin hajoamistuotteena. Suomessa radonpitoisuudet ovat keskimäärin korkeammat kuin useimmissa muissa maissa ja radonista on merkittävää haittaa kansanterveydelle. Käytännössä kaikki huoneilman tai juomaveden radon on isotooppia Rn-222, jonka puoliintumisaika on 3,82 päivää.

- 8.1. Miksi huoneilmassa oleva radonkaasu on haitallista terveydelle? (4 p.)
- 8.2. Radioaktiivista radonin isotooppia Rn-222 syntyy, kun uraanin isotooppi U-238 hajoaa seuraavan hajoamisketjun mukaisesti: $U \rightarrow Th \rightarrow Pa \rightarrow U \rightarrow Th \rightarrow Ra \rightarrow Rn$. Kuinka monta alfahiukkasta ja kuinka monta beetahiukkasta tässä hajoamisketjussa syntyy? Perustele vastauksesi. (5 p.)
- 8.3. Radon liukenee hyvin veteen, ja siksi se on Suomessa suurin juomaveden radioaktiivisuuden aiheuttaja. Porakaivoveden radonpitoisuus on keskimäärin 460 Bq/l. Kuinka monta radon-atomia on yhdessä litrassa tällaista kaivovettä? (6 p.)

Ratkaisu.

- 8.1. Radonin isotooppi ^{222}Rn ja sen hajoamistuotteet ovat alfa-aktiivisia. Jos radon-atomi tai sen radioaktiivinen hajoamistuote joutuu kehon sisään hengitysilman mukana, hajoamisessa syntyvä alfahiukkanen voi osua elävään soluun keuhkokuudoksessa ja aiheuttaa soluvaurioon johtavia ionisaatioita. Jos solun DNA vaurioituu, seurauksena voi olla keuhkosityöpä. 4p (yht. 4p)
- 8.2. Alfahajoamisessa järjestysluku pienenee kahdella ja β^- -hajoamisessa kasvaa yhdellä. Uraanin (U) järjestysluku on 92 ja toriumin (Th) 90. Ensimmäinen hajoaminen on siis alfahajoaminen. Protaktiniumin (Pa) järjestysluku on 91, joten toinen hajoaminen on β^- -hajoaminen. Uraanin järjestysluku on 92, joten kolmas hajoaminen on myös β^- -hajoaminen. **(Tämän uraanin massaluku on 234, sillä alkuperäisessä alfahajoamisessa uraani-238:n massaluku pieneni neljällä. Beetahajoamisissa massaluku ei muutu.)** Neljäs hajoaminen on taas alfahajoaminen. Radiumin (Ra) järjestysluku on 88, joten viides hajoaminen on alfahajoaminen. Radonin (Rn) järjestysluku on 86, joten kuudes hajoaminen on alfahajoaminen. 3p (yht. 3p)

Hajoamisketjussa syntyy siis yhteensä neljä alfahiukkasta 1p (yht. 4p) ja kaksi beetahiukkasta. 1p (yht. 5p)

8.3.

$$A = 460 \frac{\text{Bq}}{\ell}$$

$$T_{\frac{1}{2}} = 3,82 \text{ d}$$

Aktiivisuus on

$$A = \lambda N, \quad \text{1p (yht. 1p)}$$

missä N on radonatomien hiukasmäärä. Hajoamisvakio $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{\frac{1}{2}}}$. 1p (yht. 2p)

Ratkaistaan tästä hiukasmäärä litraa kohti:

$$A = \frac{\ln 2}{T_{\frac{1}{2}}} N \quad \parallel \cdot \frac{T_{\frac{1}{2}}}{\ln 2}$$

$$N = \frac{T_{\frac{1}{2}}}{\ln 2} A \quad \text{2p (yht. 4p)}$$

$$= 219\,032\,961,9 \frac{\text{kpl}}{\ell}$$

$$\approx 220 \cdot 10^6 \frac{\text{kpl}}{\ell} \quad \text{2p (yht. 6p)}$$

Vastaus: Kaivovedessä on $220 \cdot 10^6$ radon-atomia litrassa.

Huom! Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa!

9. Sauvan tasapaino (20 p.)

Tasa-aineinen ja tasapaksu sauva tuetaan kevyen köyden avulla seinää vasten vaakasuoraan asentoon aineiston [9.A](#) kuvan mukaisesti. Silloin kun kitka estää sauvan seinää koskettavan pään liukumisen, sauva pysyy tässä asennossa. Sauvan massa on 7,9 kg ja pituus 1,9 m. Seinän ja sauvan välinen lepokitkakerroin on 0,76.

Aineisto:

9.A [Kuva: Sauva tasapainossa](#)

9.1. Millä sauvan ja köyden välisen kulman α arvoilla sauva pysyy paikallaan? (14 p.)

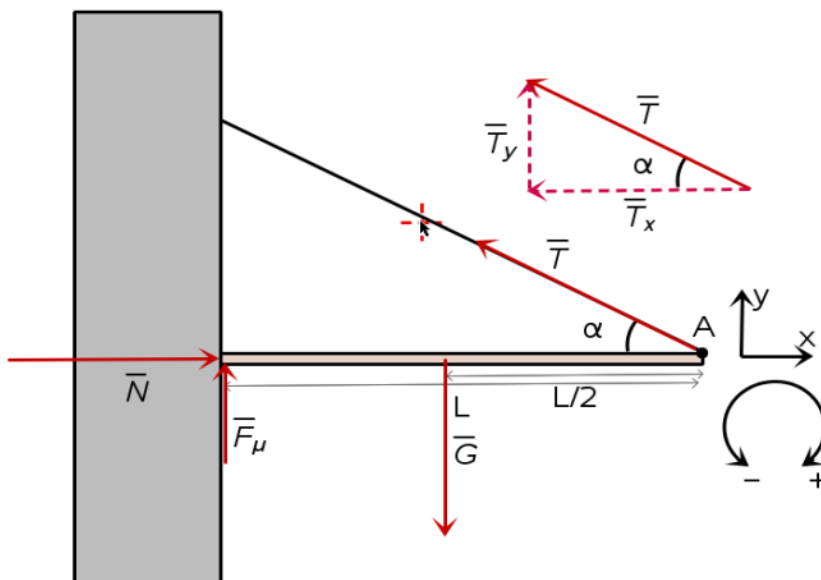
9.2. Määritä sauvaan kohdistuvat voimat, kun $\alpha = 25^\circ$. (6 p.)

Ratkaisu.

9.1.

$$\mu = 0,76$$

Piirretään sauvan voimakuvio.



\overline{G} on sauvan painovoima,
 \overline{N} on seinän tukivoima,
 \overline{F}_μ on seinän lepokitkavoima,
 \overline{T} on köyden jännitysvoima.

4p (yht. 4p)

Jaetaan köyden jännitysvoima komponentteihin.

$$T_x = \cos(\alpha) \cdot T \quad (1)$$

$$T_y = \sin(\alpha) \cdot T \quad (2)$$

Rajatapauksessa sauvan ja seinän välinen lepokitka on täysin kehittynyt, eli

$$F_\mu = \mu N \quad (3)$$

Newtonin 2. lain nojalla saadaan tasapainoehdoksi x -suunnassa

$$\sum \overline{F}_x = \overline{0}$$

$$\overline{N} + \overline{T}_x = \overline{0}$$

$$N - T_x = 0$$

$$T_x = N$$

Sijoitetaan $T_x = \cos(\alpha) \cdot T$ yhtälöstä (1).

$$\cos(\alpha) \cdot T = N \quad (4) \quad \text{2p (yht. 6p)}$$

Vastaavasti y -suunnassa:

$$\sum \overline{F}_y = \overline{0}$$

$$\overline{T}_y + \overline{F}_\mu + \overline{G} = \overline{0}$$

$$T_y + F_\mu - G = 0$$

$$T_y = G - F_\mu$$

Sijoitetaan $T_y = \sin(\alpha) \cdot T$ yhtälöstä (2).

$$T \sin(\alpha) = G - F_\mu \quad (5)$$

Sijoitetaan $F_\mu = \mu N$ yhtälöstä (3).

$$T \sin(\alpha) = G - \mu N \quad (2p \text{ (yht. 8p)}) \quad (6)$$

Sauva pysyy paikoillaan, joten pisteen A suhteen momenttien summa on nolla:

$$\begin{aligned} \sum M_A &= 0 \\ F_\mu \cdot L - G \cdot \frac{L}{2} &= 0 \quad (2p \text{ (yht. 10p)}) \end{aligned} \quad (7)$$

Sijoitetaan $F_\mu = \mu N$ yhtälöstä (3).

$$\begin{aligned} \mu N L - G \cdot \frac{L}{2} &= 0 \\ N &= \frac{G}{2\mu} \end{aligned} \quad (8)$$

Yhtälöistä (4), (5) ja (8) saadaan

$$\tan(\alpha) = \mu \quad (2p \text{ (yht. 12p)})$$

$$\tan(\alpha) = 0,76$$

$$\alpha = 37,2348 \dots^\circ$$

$$\alpha \approx 37^\circ.$$

Vastaus: Sauva pysyy paikallaan, kun $\alpha < 37^\circ$. (2p (yht. 14p))

Yhtälön $\tan(\alpha) = \mu$ saa ratkaistua yhtälöistä (4), (5) ja (8) seuraavasti. Sijoitetaan (8) yhtälöihin (4) ja (5).

$$\cos(\alpha) \cdot T = \frac{G}{2\mu}$$

$$\sin(\alpha) \cdot T = G - \mu \cdot \frac{G}{2\mu} = G - \frac{G}{2} = \frac{G}{2}$$

Jaetaan nämä yhtälöt puolittain:

$$\frac{\sin(\alpha) \cdot T}{\cos(\alpha) \cdot T} = \frac{\frac{G}{2}}{\frac{G}{2\mu}} = \mu$$

$$\tan(\alpha) = \mu$$

Nämä olivat puhtaasti matemaattisia välivaiheita, joissa ei esitetty fysiikan osaamista, joten näitä ei tarvinnut kirjoittaa ratkaisuun. Nämä saattoi siis tehdä esimerkiksi suttupaperille tai CAS-ohjelman avulla.

9.2.

$$m = 7,9 \text{ kg}$$

$$L = 1,9 \text{ m}$$

$$g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\alpha = 25^\circ$$

$$\mu = 0,76$$

Kulma $\alpha = 25^\circ < 37^\circ$, joten sauva pysyy paikoillaan kohdan 9.1 nojalla. Sauvan painovoima on

$$G = mg = 77,499 \text{ N} \approx 77 \text{ N.} \quad \text{1p (yht. 1p)}$$

Kohdassa 9.1 johdetun yhtälön (7) nojalla

$$F_\mu \cdot L - G \cdot \frac{L}{2} = 0$$

$$F_\mu = \frac{G}{2} = 38,7495 \text{ N} \approx 39 \text{ N.} \quad \text{2p (yht. 3p)}$$

Kohdan 9.1 yhtälöstä (5) saadaan

$$T \sin(\alpha) = G - F_\mu$$

$$T = \frac{G - F_\mu}{\sin(\alpha)}$$

$$T = 91,6891 \dots \text{ N}$$

$$T \approx 92 \text{ N} \quad \text{2p (yht. 5p)}$$

Kohdan 9.1 yhtälöstä (4) saadaan

$$N = \cos(\alpha) \cdot T$$

$$N = 83,0985 \dots \text{ N}$$

$$N \approx 83 \text{ N} \quad \text{1p (yht. 6p)}$$

Vastaus: Sauvan painovoima on 77 N, sauvan ja seinän välinen kitkavoima on 39 N, köyden jännitysvoima on 92 N ja sauvan ja seinän välinen tukivoima on 83 N.

Huom! Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa!

10. Energiavarasto (20 p.)

Lue artikkeli [10.A](#) Vaasaan suunnitellusta energiavarastosta ja vastaa osatehtäviin 10.1–10.4.

Aineisto:

10.A [Artikkeli: Uutinen energiavarastosta](#)

- 10.1. Oletetaan, että suurempi luolista täytetään makealla vedellä. Arvioi artikkelin tietojen perusteella, kuinka paljon veden lämpötila nousee, kun luolaan varastoidaan suunniteltu enimmäismäärä energiaa. (5 p.)
- 10.2. Oletetaan, että veden lämpötila on aluksi 1 °C. Tämän jälkeen veden lämpötila nostetaan 90 °C:een. Kuinka suuri on lämmityksen aikana paisuntakammioon siirtyvän veden tilavuus? (5 p.)
- 10.3. Miksi energiavarastojen merkitys kasvaa, kun uusiutuvien energianlähteiden käyttö lisääntyy? (4 p.)
- 10.4. Pohdi, mitä eroja artikkelissa kuvatulla energiavarastolla ja sähköakkuihin perustuvalla energiavarastolla on energian tuotannon tai kulutuksen tasaamisen kannalta. (6 p.)

Ratkaisu.

10.1. Suuremman luolan tilavuus on

$$V = 150\,000 \text{ m}^3.$$

Varastoitavan lämmön enimmäismäärä on

$$Q = 9000 \text{ MWh} = 9000 \cdot 10^6 \cdot 60^2 \text{ J}$$

Veden tiheys ja ominaislämpökapasiteetti ovat

$$\rho = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$c = 4190 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$$

Veden vastaanottama lämpömäärä on

$$Q = cm\Delta T \quad \text{1p (yht. 1p)} \quad || : (cm)$$

$$\Delta T = \frac{Q}{cm}$$

Sijoitetaan $m = \rho V$.

$$\Delta T = \frac{Q}{c\rho V} \quad \text{2p (yht. 3p)}$$

$$\Delta T = 51,5513 \dots \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\Delta T \approx 52 \text{ }^\circ\text{C} \quad \text{2p (yht. 5p)}$$

Vastaus: Kun luolaan varastoidaan suunniteltu enimmäismäärä energiaa, veden lämpötila nousee $52 \text{ }^\circ\text{C}$.

YTL:n hyvän vastauksen piirteissä (luettu 26.3.2021) oli pyöristetty vastaus arvoon $50 \text{ }^\circ\text{C}$, joten se varmastikin hyväksytään myös vastaukseksi.

10.2. Veden tilavuus alussa:

$$V_1 = 150000 \text{ m}^3$$

Veden tiheys alku- ja loppulämpötilassa:

$$\rho_1 = 999,9 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_{90} = 965,32 \text{ kg/m}^3.$$

Veden massa pysyy laajenemisessa hyvällä tarkkuudella muuttumattomana.

Saadaan siis yhtälö

$$\begin{aligned}
 m_1 &= m_{90} \\
 \rho_1 V_1 &= \rho_{90} V_{90} \quad \text{1p (yht. 1p)} \quad || : \rho_{90} \\
 V_{90} &= \frac{\rho_1}{\rho_{90}} \cdot V_1 \\
 V_{90} - V_1 &= \frac{\rho_1}{\rho_{90}} \cdot V_1 - V_1 \\
 \Delta V &= \left(\frac{\rho_1}{\rho_{90}} - 1 \right) \cdot V_1 \quad \text{2p (yht. 3p)} \\
 \Delta V &= 5373,347 \dots \text{ m}^3 \\
 \Delta V &\approx 5400 \text{ m}^3 \quad \text{2p (yht. 5p)}
 \end{aligned}$$

Vastaus: Lämmityksen aikana paisuntakammioon siirtyy 5400 m^3 vettä.

Laskelman voi myös tehdä niin, että laskee ensin V_{90} arvon ja sitten vasta tilavuuksien erotuksen.

Jos tehtävän on ratkaissut lämpölaajenemisen kaavalla (eli olettamalla lämpölaajenemisen lineaariseksi tarkasteltavalla lämpötilavälillä, suosittelemme antamaan ratkaisusta 2p: ensimmäinen piste tilanteen fysikaalisesta ymmärtämisestä ja toinen piste siitä, että on laskenut valitsemallaan mallilla oikein, vaikka malli onkin liian epätarkka tehtävän tilanteeseen. Tämän enempää pisteitä lämpölaajenemisen avulla laskemisesta tuskin saa, sillä oppikirjoissa on esitelty veden erityinen tiheyden muuttuminen lämpötilan funktiona.

- 10.3. Uusiutuvia energianlähteitä hyödyntävissä energiantuotantolaitoksissa energiaa ei usein tuoteta tasaisesti, vaan se vaihtelee merkittävästi. Esimerkiksi tuulienergia on riippuvainen sääolosuhteista ja aurinkoenergia on sääolosuhteiden lisäksi riippuvainen vuodenajasta ja vuorokaudenajasta. 2p (yht. 2p) Energiavarastojen avulla tuotettua energiaa saadaan talteen silloin, kun sitä tuotetaan enemmän kuin sitä tarvitaan, jolloin sitä voidaan hyödyntää varastosta silloin, kun sitä tuotetaan vähemmän kuin sitä tarvitaan. 2p (yht. 4p)

10.4. Sähköakkuihin perustuvasta energiavarastosta voidaan käyttää energiaa silloin, kun sähkönkulutuksessa on huippu, johon sen hetkinen tuotanto ei riitä. Artikkelissa kuvatussa energiavarastosta puolestaan voidaan käyttää energiaa silloin, kun kaukolämmön kulutuksessa on huippu, johon sen hetkinen tuotanto ei riitä. 3p (yht. 3p)

Lämpövaraston energian muuntaminen sähkövirran kuljettamaksi energiaksi ei ole tehokasta, mutta aineiston kuvailema energiavarasto on tehokas kaukolämpöä varten, sillä siihen varastoitava energiamäärä on aineiston mukaan noin tuhat kertaa suurempi kuin Pohjoismaiden suurimman rakenteilla olevan sähköakun varastointikapasiteetti. 3p (yht. 6p)

Huom! Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa!

11. Aurinkopaneeli (20 p.)

Aurinkopaneelit koostuvat useista aurinkokennoista. Aurinkokennoon osuva sähkömagneettinen säteily voi synnyttää puolijohteeseen elektroni-aukkopareja. Näitä varauksenkuljettajia voidaan kerätä ulkoiseen virtapiiriin. Elektroni-aukkoparien muodostuminen puolijohteessa tapahtuu samankaltaisesti kuin elektronien irtoaminen metallista valosähköisessä ilmiössä.

Aurinkokennojen kykyä muuntaa säteilyn energiaa sähköisesti siirrettäväksi energiaksi voidaan tarkastella ns. spektrivasteen avulla. Spektrivaste on aurinkokennon tuottaman suurimman mahdollisen sähkövirran ja kennoon kohdistuvan säteilytehon suhde. Aineiston [11.A](#) kuvassa on esitetty tavallisen piistä valmistetun aurinkokennon, piikidekennon, tyypillinen spektrivaste säteilyn aallonpituuden funktiona.

Aineisto:

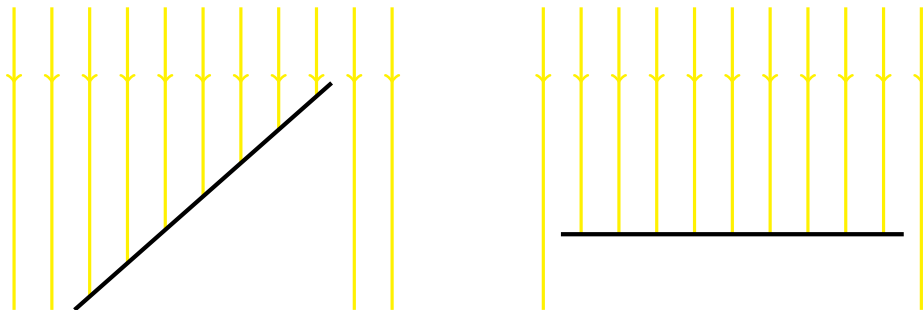
11.A [Kuva: Aurinkokennon spektrivaste](#)

- 11.1. Miksi aurinkopaneelin suuntaaminen aurinkoa kohti kasvattaa paneelista saatavaa sähkövirtaa? (3 p.)
- 11.2. Miksi piikidekennon spektrivaste laskee nopeasti nolnaan, kun säteilyn aallonpituus ylittää 1 100 nm? (3 p.)
- 11.3. Miksi piikidekennon spektrivaste pienenee melko lineaarisesti, kun säteilyn aallonpituus pienenee siitä arvosta, joka sillä on spektrivasteen huippuarvoa vastaavassa kohdassa? (5 p.)
- 11.4. Piikidekennot pystyvät muuntamaan 15–20 % kennoon osuvan auringon säteilyenergiasta sähköisesti siirrettäväksi energiaksi. Mitä muulle kennoon osuneen säteilyn energialle tapahtuu? (5 p.)
- 11.5. Kuinka suuri energia tarvitaan elektroni-aukkoparin muodostumiseen piikidekennossa? (4 p.)

Ratkaisu.

- 11.1. Auringon säteilyn intensiteetti on sama aurinkopaneelin asennosta riippumatta. Säteilyn intensiteetti tarkoittaa säteilyn tehoa pinta-alayksikköä kohden, kun pinta on kohtisuorassa säteilyn etenemissuuntaan nähden. Jos aurinkopaneeli suunnataan aurinkoa kohti, on paneelin kohtisuora pinta-ala auringosta katsottuna suurin. Jos paneelien suuntaa muutetaan, kyseinen kohtisuora pinta-ala pienenee ja siten paneeliin osuva säteilyteho on pienempi. 3p (yht. 3p)

Lisäselityskuva, jota ei vaadita ratkaisussa:



11.2. Aurinkokennoon osuvien fotonien energia on

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda},$$

missä λ on fotonien aallonpituus. Energia on siis sitä pienempi, mitä suurempi aallonpituus fotoneilla on. Aallonpituutta 1100 nm vastaava energia on pienin energia, joka riittää muodostamaan elektroni-aukkoparin aurinkokennon puolijohdemateriaalissa. Tätä suuremmilla aallonpituuksilla energia ei siis riitä elektroni-aukkoparien muodostamiseen, jolloin aurinkokenno ei tuota virtaa.

3p (yht. 3p)

11.3. Aurinkopaneeliin osuvan valon teho on aurinkopaneeliin osuvien fotonien määrä aikayksikössä $n/\Delta t$ kertaa yksittäisen fotonin energia 1p (yht. 1p) $E = \frac{hc}{\lambda}$, eli

$$P = \frac{n}{\Delta t} \cdot \frac{hc}{\lambda} = hc \cdot \frac{n/\Delta t}{\lambda}.$$

Jos teho on vakio, niin fotoneja osuu aurinkopaneeliin aikayksikössä sitä pienempi määrä, mitä suurempi on yksittäisen fotonin energia, eli mitä pienempi on valon aallonpituus. 1p (yht. 2p)

Yksi foton muodostaa aina yhden elektroni-aukkoparin, joten muodostuvien elektroni-aukkoparien määrä, ja siis sähkövirran suuruus, on sitä pienempi, mitä pienempi määrä fotoneja muodostaa elektroni-aukkoparin. 1p (yht. 3p) Spekt rivasteen huippukohdassa fotonien energia on sellainen, että se riittää muodostamaan elektroni-aukkopareja tehokkaasti. Kun aallonpituus pienenee täs-

tä arvosta, yksittäisten fotonien kyky muodostaa elektroni-aukkopareja ei muutu merkittävästi, mutta fotonien määrä pienenee suoraan verrannollisesti aallonpituuteen. Tämän takia spektrivaste pienenee melko lineaarisesti huippukohdasta, kun aallonpituus pienenee. 2p (yht. 5p)

- 11.4. Osa säteilystä heijastuu pois kennon pintakerroksista tai läpäisee kennon. 1p (yht. 1p)
 Jos säteilyn energia on liian pieni muodostamaan elektroni-aukkoparin, se vain absorboituu ja sen energia siirtyy kennoon lämpönä. 2p (yht. 3p) Jos fotonin energia on suurempi kuin elektroni-aukkoparin muodostamiseen tarvitaan, muodostamisesta ylijäävä energia siirtyy kennoon lämpönä. 2p (yht. 5p) **Lisäksi osa säteilystä muodostaa elektroni-aukkoparin, mutta ne rekombinoituvat takaisin ennen kuin ne saadaan hyödynnettyä.**
- 11.5. Pienin energia, joka riittää elektroni-aukkoparin muodostamiseen piikidekenossa, vastaa kohdan 11.2 mukaisesti fotonin energiaa, jonka aallonpituus on 1100 nm. Lasketaan tämä energia.

$$\lambda = 1100 \text{ nm}$$

$$h = 4,135667697 \cdot 10^{-15} \text{ eVs}$$

$$c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$E = \frac{hc}{\lambda} \text{ 2p (yht. 2p)} = 1,1271 \dots \text{ eV} \approx 1,1 \text{ eV.} \text{ 2p (yht. 4p)}$$

Vastaus: Elektroni-aukkoparin muodostamiseen tarvittava energia piikidekenossa on 1,1 eV.

Vastauksen voi antaa myös jouleina muodossa $1,8 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

Hyväksytään myös vastaus 1,0 eV ($1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$), jos on aallonpituuden 1100 nm käyttämisen sijaan lukenut kuvaajasta suuremman aallonpituuden (kuitenkin korkeintaan 1180 nm).

Huom! Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa!