

Vastaukset:

1.

taskulaskimen funktionäppäimet, pankkiautomaatti, postimerkkiautomaatti, ...

2.

a) 0

b) 10

c) $-2(a-3)$

3.

0 \rightarrow 2

1 \rightarrow 5

2 \rightarrow 8

3 \rightarrow 11

4 \rightarrow 14

4.

a) 7

b) -17

c) $2\frac{1}{2}$

d) 5

5.

-2 \rightarrow 8

-1 \rightarrow 7

0 \rightarrow 6

1 \rightarrow 5

2 \rightarrow 4

6.

a) Tbsjub

b) Eino

c) -

7.

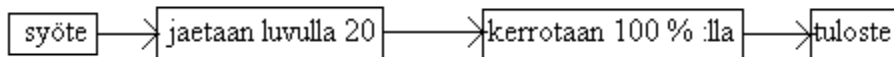
a) 2

b) 5

c) $\frac{1}{2}$

d) $\sqrt{\frac{a+3}{2}}$

8.



9.

{5, 3, 1, -1}

10.

syöte	1	3	5	8	30	96
tuloste	5	7	9	12	34	100

11.

{12, 6, 2, 0, 0, 2, 6}

12.

kyllä

13.

- a) 19.00
- b) 2.00
- c) 12.00
- d) 19.00

14.

5.00

15.

$x \rightarrow x + 7$

16.

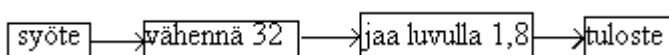
$x \rightarrow x - 8$

17.

- a) $32^{\circ} F$
- b) $73,4^{\circ} F$
- c) $5^{\circ} F$

18.

- a) $-17,8^{\circ} C$
- b) $37,8^{\circ} C$
- c) $-27,8^{\circ} C$



19.

$-89,2^{\circ} C$

20.

syöte	2	-5	$\frac{1}{4}$	10	$\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{9}$	$\frac{5}{4}$
tuloste	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{5}$	4	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{3}$	-9	$\frac{4}{5}$

21.

$$x \rightarrow \frac{x}{10}$$

22.

$$A = 1, B = 6, C = 5, D = -5$$

23.

a) $x \rightarrow x$

b) $x \rightarrow -x$

c) $x \rightarrow x+1$

24.

a) $x \rightarrow 2x$

b) $x \rightarrow \frac{x}{2}$

c) $x \rightarrow x-5$

25.

$$\{-1, 2, 3, 8\}$$

26.

ei

27.

a) X

b) E

c) a ja b

d) y

28.

a) -3

b) 4

c) -11

29.

muuttujan arvo	funktion arvo	merkintä
3	101	$f(3) = 101$
8	45	$f(8) = 45$
7	29	$f(7) = 29$
-2	34	$f(-2) = 34$
11	-63	$f(11) = -63$
-9	78	$f(-9) = 78$
13	-25	$f(13) = -25$

30.

- a) $f(3) = 12$
- b) $g(0) = -3$

31.

- a) 2
- b) 2
- c) 2

32.

- a) Funktio lisää lukuun kolme.
- b) Funktio ilmoittaa luvussa olevien numeroiden määrän.

33.

- a) 16
- b) 4
- c) 0
- d) 4
- e) 16

34.

- a) -1
- b) 3
- c) -7
- d) 6

35.

kyllä

36.

-

37.

- a) -10
- b) $3a - 4$
- c) $3b + 5$
- d) 18

38.

$$f(x) = 1,80x$$

39.

- a) 2
- b) 1
- c) ei voi laskea

40.

$\{-16, -11, -6, -1\}$

41.

- a) 3
- b) $\sqrt{8}$
- c) ei voi laskea

42.

- a) 85 €
- b) 183 €

43.

- a) 99 mm²
- b) 38 cm²
- c) 13 m²

44.

$$f(x) = x^2$$

45.

{2, 4, 6}

46.

- a) 4
- b) 5
- c) 32
- d) $\frac{1}{32}$

47.

$$-1 \leq f(x) \leq 1$$

48.

- a) kaikki reaalityöt
- b) oltava $x \geq 0$
- c) oltava $x \neq 0$

49.

- a) $f(x) = x + 1$
- b) $g(x) = 3x$

50.

- a) $x \geq -1$
- b) $x \neq 0$
- c) $x \neq -2$

51.

$$x \neq 4$$

52.

- a) {2, 5, 8}
- b) {-7, -4, -1}

53.

$$f(2) + f(3) = \frac{5}{6} \neq \frac{1}{5}$$

54.

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 3x + 2)(x - 4) - (x^2 - 5x + 4)(x - 2) \\ &= (x^3 - 4x^2 - 3x^2 + 12x + 2x - 8) - (x^3 - 2x^2 - 5x^2 + 10x + 4x - 8) \\ &= (x^3 - 7x^2 + 14x - 8) - (x^3 - 7x^2 + 14x - 8) \\ &= x^3 - 7x^2 + 14x - 8 - x^3 + 7x^2 - 14x + 8 \\ &= 0 \end{aligned}$$

Funktio on vakiofunktio 0, joten sen kaikki arvot ovat nollia.

Vastaus: $f(x) = 0$ ja arvot kohdissa 0,2 ja 4 ovat nollia.

55.

$$f(x) = \left(\frac{x}{\sqrt{2}} \right)^2$$

56.

- a) 2
- b) 1
- c) 5
- d) 4
- e) 0

57.

- a) 9
- b) 1
- c) 3

58.

- a) 0
- b) -2
- c) 0
- d) -3
- e) -2

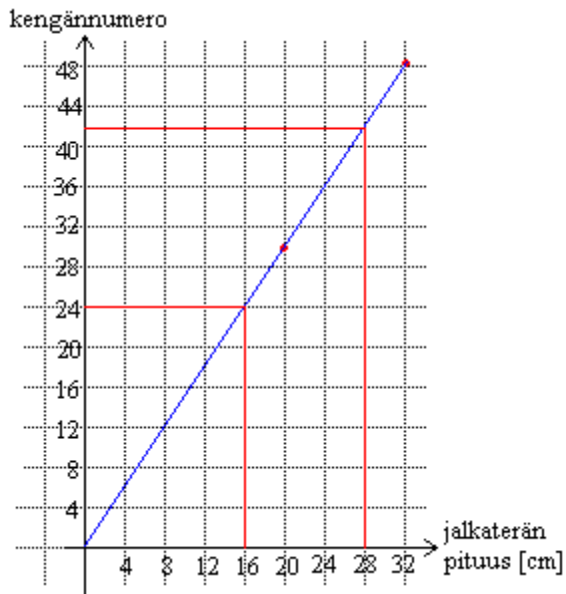
59.

B

60.

- a) 2 m/s
- b) 5 s kuluttua lähdöstä
- c) noin 6 m/s

61.



- a) 42
b) 16 cm

62.

c) koska siinä jokaista x :n arvoa vastaa täsmälleen yksi y :n arvo

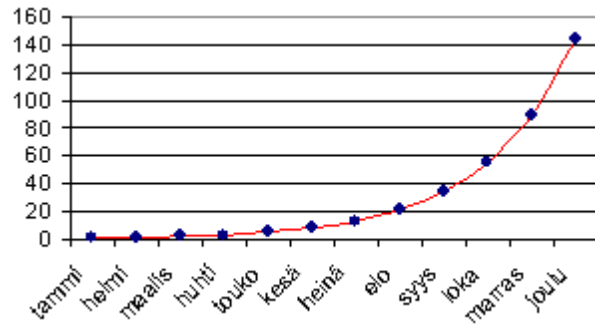
63.

- a) 2
3 3

64.

A ja E, B ja F, C ja D

65.



66.

$$A(r) = 4\pi r^2 \text{ ja } V(r) = \frac{4}{3}\pi r^3$$

67.

$$f(x) = \frac{750000}{x} \text{ ja } f(150) = 5000 \text{ €}$$

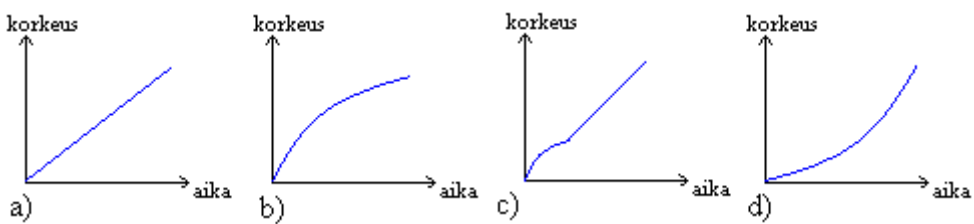
68.

- a) D
- b) A
- c) F
- d) C
- e) B
- f) E

69.

- a) F
- b) D
- c) A

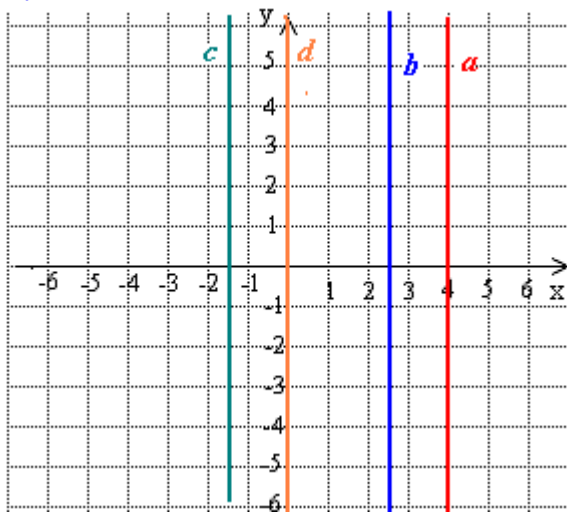
70.



71.

$$p(d) = \pi d$$

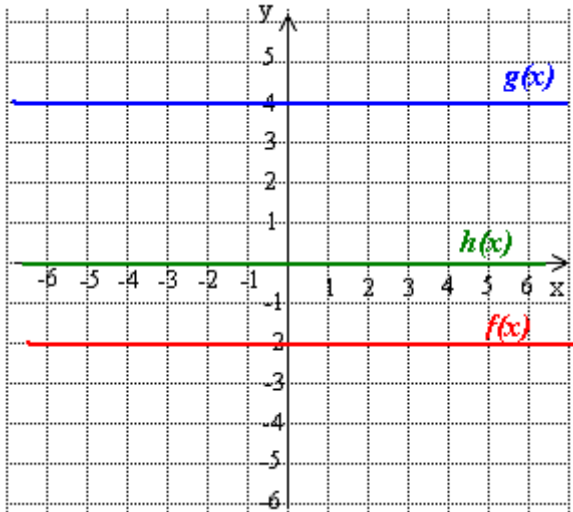
72.



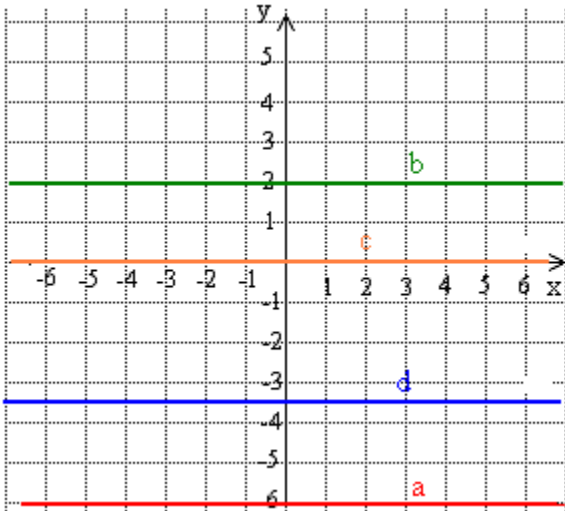
73.

y-akselin suuntaiset suorat eivät ole minkään funktion kuvaajia, koska funktiolla saa olla jokaisessa pisteessä ainoastaan yksi arvo

74.

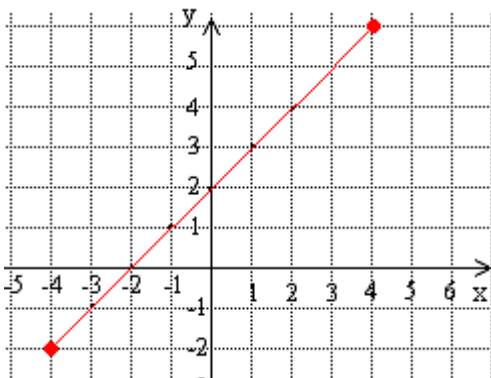


75.



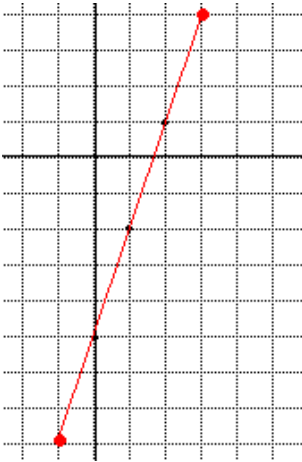
76.

- a) 5
- b) 2
- c) -1



77.

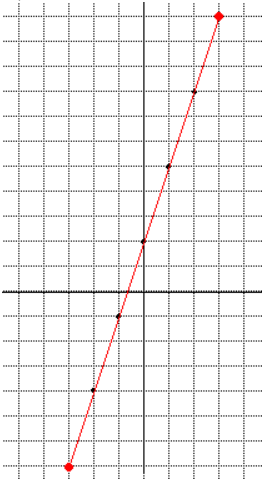
$x = 0$



78.

a) $x = 1$

b) $x = 2$



79.

a) vähenevä

d) kasvava

e) vähenevä

f) kasvava

80.

$$f(x) = -2$$

81.

a) $10\text{ }^{\circ}\text{C}$

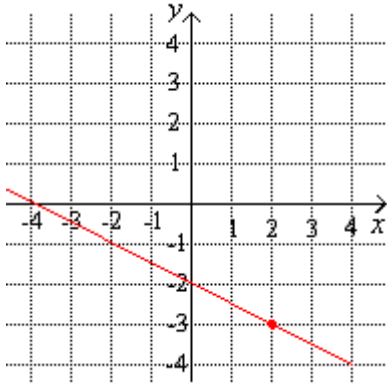
b) laskee 3 m/s

c) 330 m/s

82.

$$f(x) = 6$$

83.



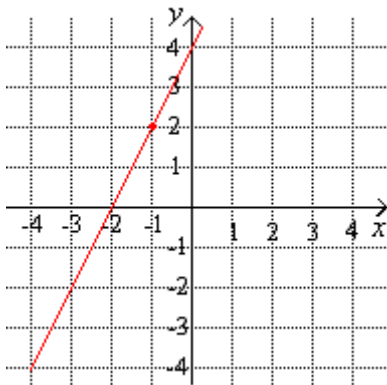
84.

$$s = 0,17r + 5, f(r) = 0,17r + 5$$

85.

$$k = -67n + 40, f(n) = -67n + 40$$

86.



87.

$$f(x) = -\frac{1}{2}x + 2$$

88.

- a) $t > -1$
- b) $t < -1$
- c) $t = -1$

89.

- a) $x = 3$
- b) $x = 0$
- c) ei nollakohtaa

90.

- a) 9,1 €
- b) 45 km

91.

a) $x = 2$

b) $x = \frac{3}{2}$

92.

a) $x = \frac{1}{9}$

b) $t = -2$

c) $y = 1$

93.

nollakohta $x = \frac{4}{3}, x = 1$

94.

ei yhtään tai yksi

95.

$x = 0$

96.

a) $x = a$

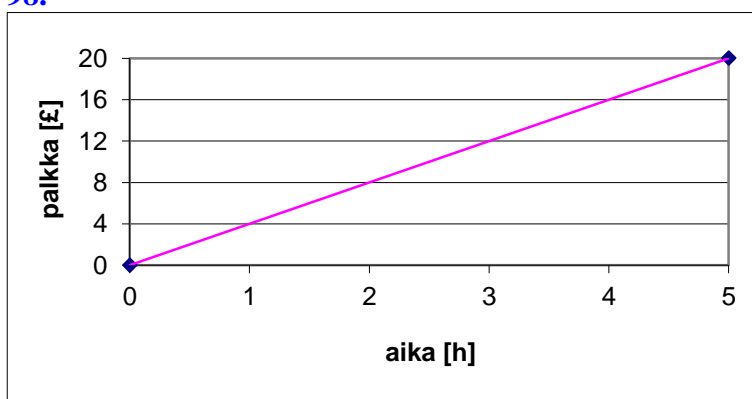
b) $x = -\frac{1}{3}a$

c) $x = \frac{1}{4}a$

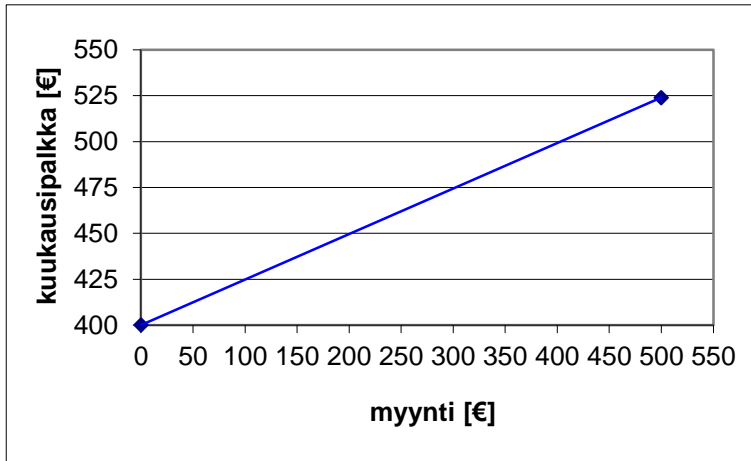
97.

ei yhtään, yksi tai kaksi

98.



99.



100.

Yhdellä eurolla saa 0,8 dollaria, 0,6 frangia ja 0,2 rialia.

101.

$$f(x) = 0,007x$$

102.

Valuuttakurssien välillä vallitsee lineaarinen riippuvuus ja myös, jos tapahtumasta peritään prosentuaalinen osuus. Jos vaihtopiste ottaa aina tietyn vakiosumman välityspalkkiota, on silloinkin kyseessä lineaarinen riippuvuus.

103.

$$f(x) = -10x + 310$$

- a) 250 kpl
- b) 210 kpl

104.

- a) 6+
- b) 8-
- c) 27 pistettä

105.

-4,3, -3,3, 0, 3,3 ja 4,3

106.

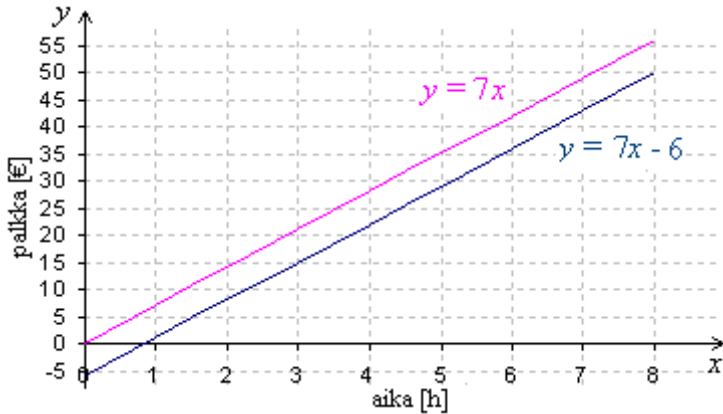
Lineaarisen funktion malli on $y = -ax$, missä x on päivämäärän lisäys ja y nousujan muutos minuutteina. Kun $x = 7$, on $y = -23$, jolloin $a = \frac{23}{7}$.

Nousujan muutosta kuvaa siten yhtälö $f(x) = y = -\frac{23}{7}x$.

$$f(12) = -\frac{23}{7} \cdot 12 \approx -39$$

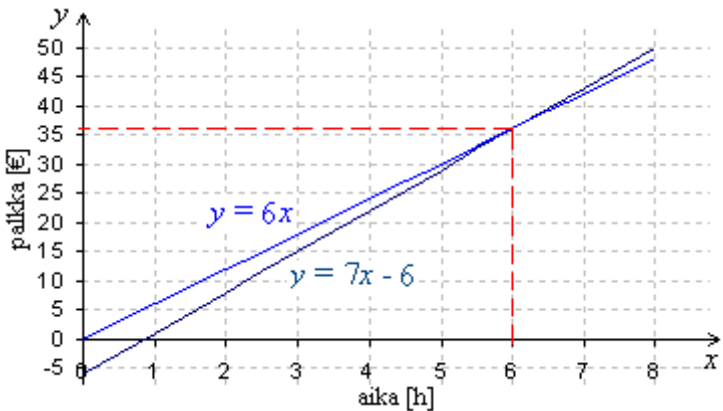
Vastaus: Aurinko nousee 14.4. kello 5.57.

107.



108.

Piirretään alkuperäisen - ja uuden palkkafunktion kuvat samaan koordinaatistoon.



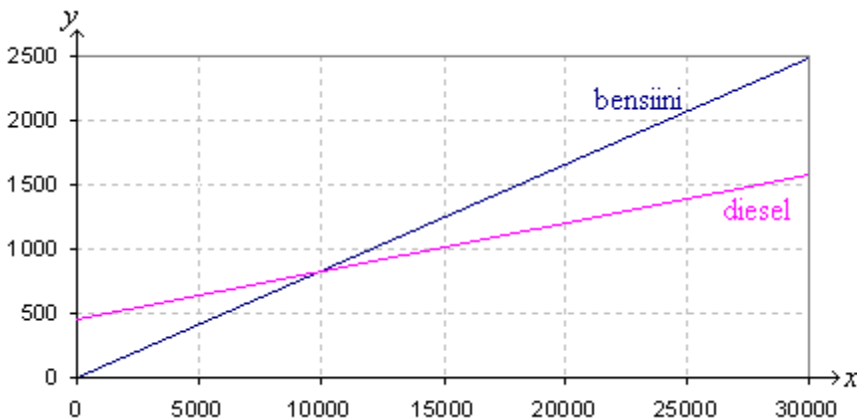
Funktio leikkaavat toisensa pisteessä $x = 6$. Jos Minna aikoo työskennellä alle kuusi tuntia päivässä, kannattaa hänen suostua uuteen järjestelyyn, muussa tapauksessa ei.

109.

Bensiinikäyttöisen auton polttoaineen kulutus on 0,079 litraa kilometrillä ja dieselkäyttöisen auton 0,054 litraa kilometrillä. Merkitään x :llä ajettavien kilometrien määrää, jolloin vuotuiset kustannusfunktiot ovat:

$$f_{\text{bensini}}(x) = 0,079 \cdot 1,05 \cdot x = 0,08295x$$

$$f_{\text{diesel}}(x) = 0,054 \cdot 0,70 \cdot x + 450 = 0,0378x + 450$$

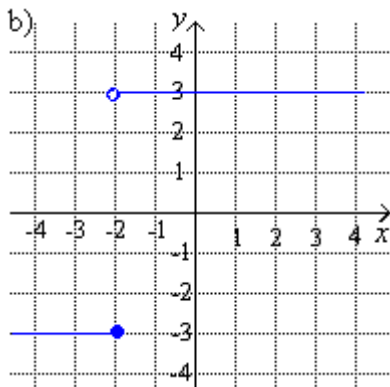
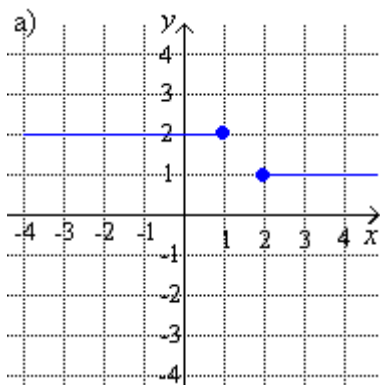


Vuodessa on vähintään ajettava 10000 km, jotta dieselauto tulisi edullisemmaksi.

110.

- a) Ei
- b) kyllä

111.



112.

a) $f(x) = \begin{cases} 1 & , \text{kun } x \leq -1 \\ -1 & , \text{kun } x > -1 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} -4 & , \text{kun } x \leq -2 \\ -3 & , \text{kun } -1 \leq x \leq 2 \\ 4 & , \text{kun } x > 2 \end{cases}$

c) $f(x) = \begin{cases} 2 & , \text{kun } x \leq 2 \\ -2 & , \text{kun } x \geq 3 \end{cases}$

113.

- a) 14.30
- b) 14.00
- c) noin 15.20, 70 km Porista, Lauri oli menossa Poriin päin
- d) noin 34 km
- e) Turusta Poriin
- f) ei

114.

a) $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x & , \text{for } x \leq 2 \\ x-3 & , \text{for } x > 2 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} 3x+3 & , \text{for } x \leq 0 \\ -x+2 & , \text{for } x \geq 1 \end{cases}$

115.

a) $f(x) = \begin{cases} -x & , \text{kun } x \leq 0 \\ 2x & , \text{kun } x > 0 \end{cases}$

$$b) f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x - 3 & , \text{ kun } x \leq 0 \\ 2x - 4 & , \text{ kun } x > 0 \end{cases}$$

116.

a-kohdassa on jatkuva, b-kohdassa funktio on epäjatkuvaa

117.

on jatkuva

118.

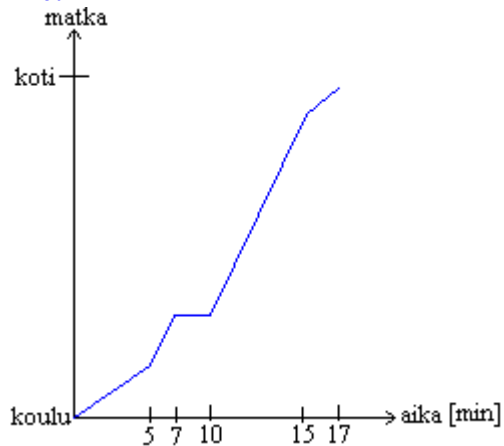
- a) noin 7.26 ja 8.34
- b) 25 km
- c) aikaväleillä 7.20-7.33 ja 8.28-8.39
- d) Esimerkiksi auto käyhdään tankkaamassa.

119.

Esimerkiksi automatkaa kotoa mummolaan.

- A: Lähtö kotoa.
- AB: Ajetaan ensimmäiselle pysähdyspaikalle.
- BC: Syödään lounas.
- CD: Jatketaan autoilua, kunnes saavutaan huoltoasemalle.
- DE: Täytetään bensatankki.
- EF: Pidetään kahvitauko.
- FG: Jatketaan ajamista kohti mummola.
- G: Saavutaan perille.

120.



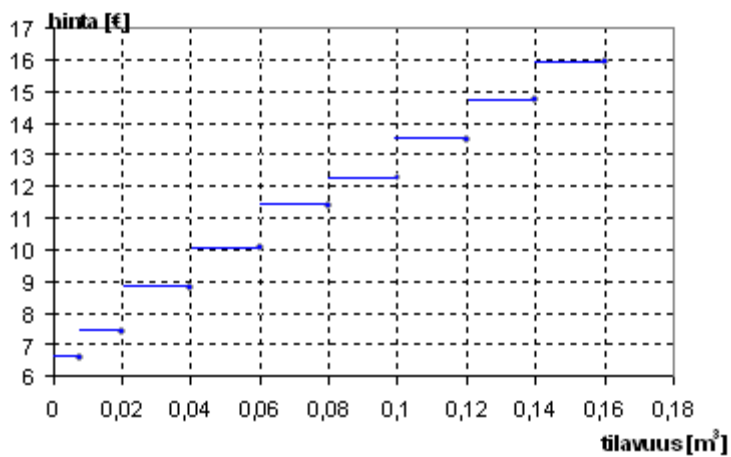
121.

- a) 13.07
- b) 13.45
- c) 2
- d) 13.30-13.45
- e) 10 km/h

122.

7 funktiosta

123.



124.

Sijoitetaan arvo, jossa funktio vaihtuu toiseksi, molempiin funktioihin. Jos funktion arvoksi saadaan molemmista sama tulos, on funktio jatkuva kyseisessä kohdassa.

125.

on jatkuva

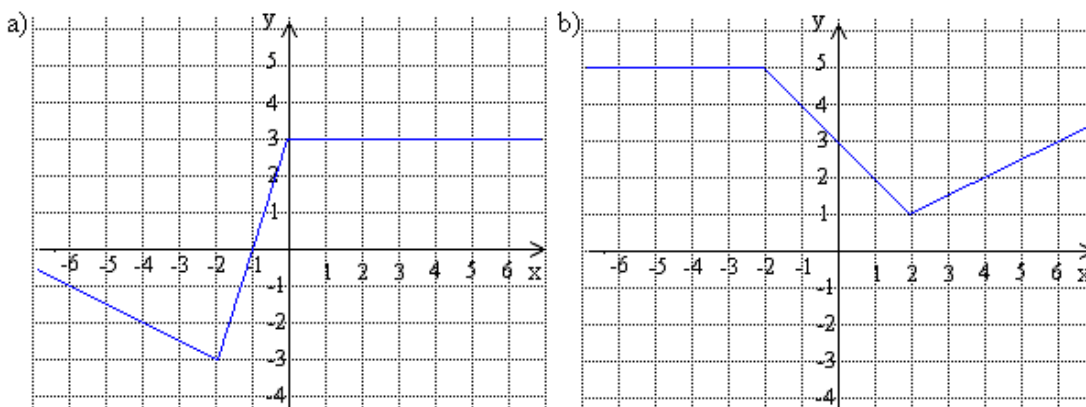
126.

ei ole jatkuva

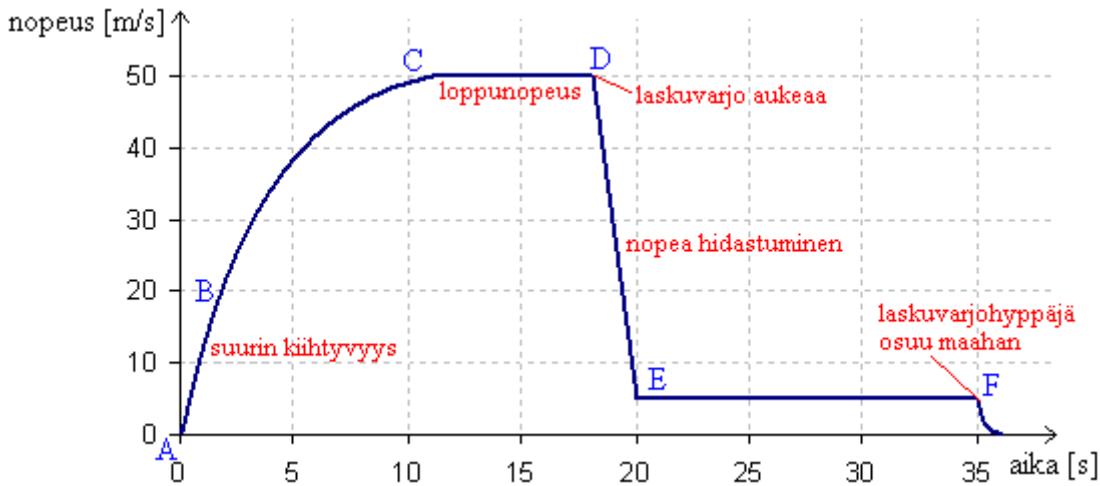
127.

on jatkuva

128.



129.



- AB: Lentokoneesta hypättyä saavutetaan suurin kiihtyvyys noin 10 m/s^2 .
 BC: Ilmanvastus pienentää kiihtyvyyttä.
 CD: Ilmanvastus vastustaa pudotusta samalla voimalla kuin maa vetää hyppääjää alaspäin, tällöin nopeus säilyy vakiona.
 DE: Laskuvarjo aukeaa, jolloin ilmanvastuksesta tulee erittäin suuri ja vauhti hidastuu nopeasti.
 EF: Laskuvarjoon kohdistuva ilmanvastus on lopulta yhtä suuri kuin hyppääjän ja laskuvarjon yhteispaino, jolloin hidastuvuus lakkaa, ja laskuvarjohyppäjä liittää vakionopeudella kunnes koskettaa maata.

130.

$$aika = \frac{matka}{nopeus}$$

Kun $s \leq 45$ (km), on nopeus 14 km/h, joten aika $t = \frac{s}{14}$.

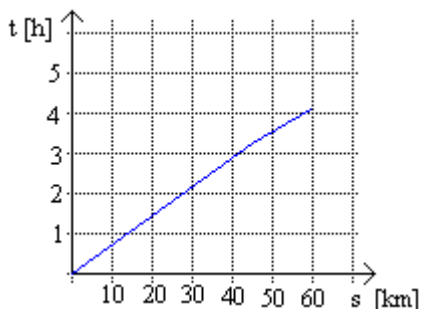
Kun $s > 45$ (km), on kuljettu jo 45 km:n matka nopeudella 14 km/h, mihin on kulunut aikaa $\frac{45}{14}$ (h).

Loppumatkalla $s - 45$ nopeus on 18 km/h, jolloin loppumatkaan kuluu aikaa $\frac{s - 45}{18}$ (h). Koko mat-

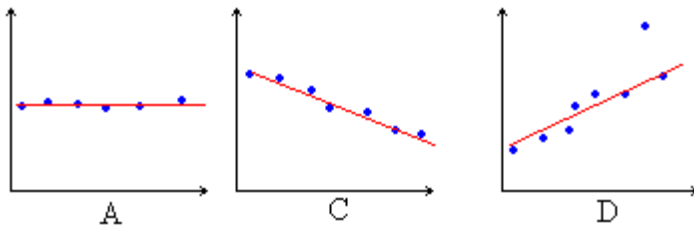
kaan kuluva aika (tunteina) on $\frac{45}{14} + \frac{s - 45}{18}$.

Funktioksi $t(s)$ siten saadaan:

$$t(s) = \begin{cases} \frac{s}{14} & , \text{ kun } s \leq 45 \\ \frac{45}{14} + \frac{s - 45}{18} & , \text{ kun } 45 < s \leq 60 \end{cases}$$

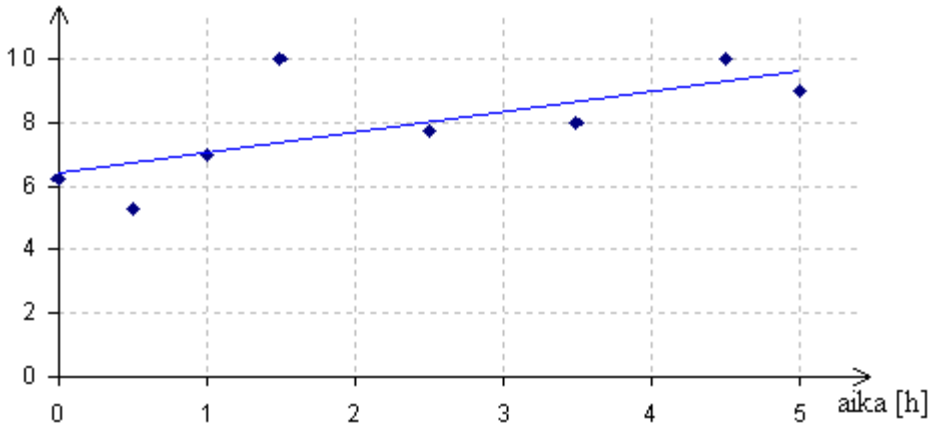


131.



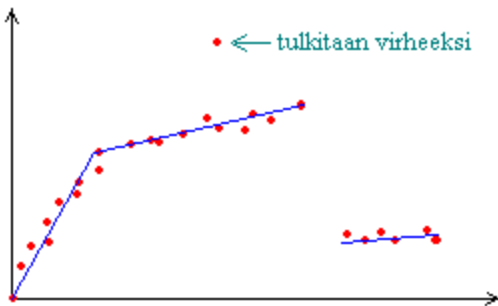
132.

arvosana

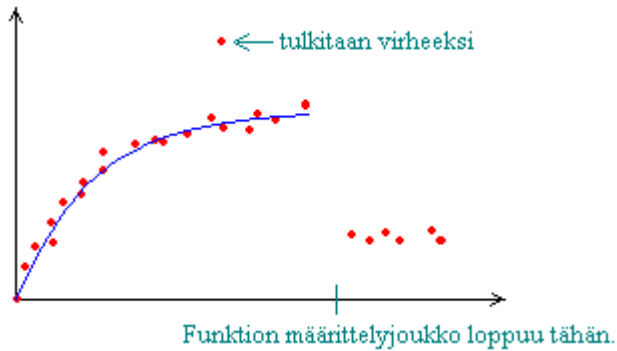


Havaintopisteikköön voidaan sovittaa suora ja suoran yhtälöksi saadaan $y = 0,6x + 6,4$. Havaintoarvot poikkeavat suorasta aika paljon, joten suoran antaman tuloksen suhteen täytyy olla kriittinen.

133.



134.



135.

-

136.

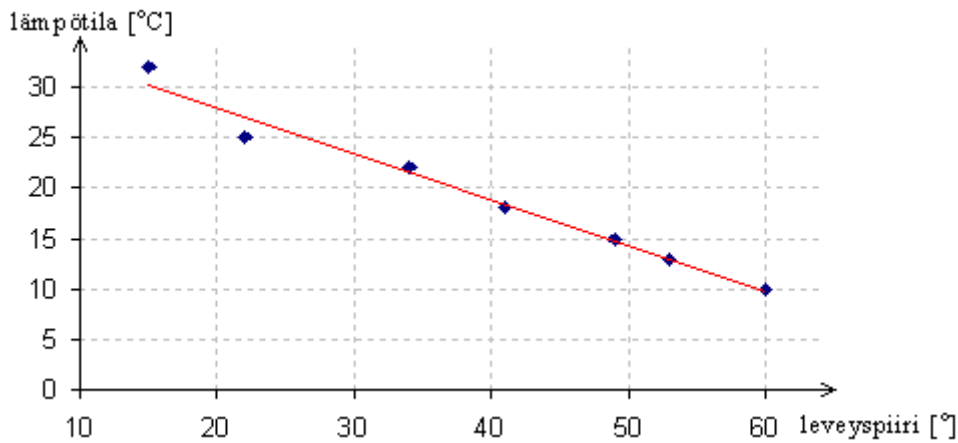
-

137.

-

138.

a)



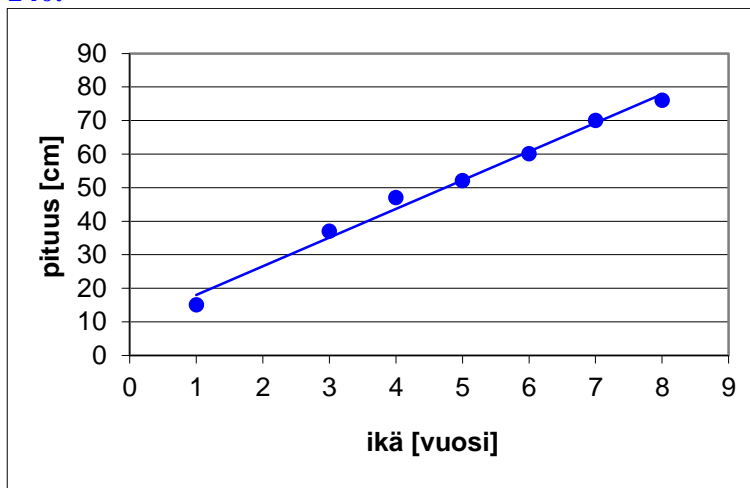
e) $y = -0,5x + 37$

f) -

139.

Ei minkäänlaista. Korkeudella toki lienee vaikutusta lämpötilaan, mutta enemmän siihen näyttää vaikuttavan jokin muu tekijä, koska arvot heittelevät niin suuresti.

140.



Havaintopisteisiin liittyvän suoran yhtälö on $y = 8,55x + 9,48$.

2-vuotiaana hauki on 27 cm ja 12-vuotiaana 112 cm.

141.

a) 4, 7, 10, 13, 15

b) 2, 4, 8, 16, 32

c) -3, -7, -11, -15, -19

d) 2, 1, 2, 1, 2

142.

- a) 31, 38, 45
- b) 36, 30, 24
- c) 512, 2048, 8192
- d) 9, 3, 1

143.

- a) 8, 10, 12, 14
- b) 32, 34, 36, 38
- c) 80, 82, 84, 86

144.

- a) 5, 7, 9, 11
- b) 69, 71, 73, 75
- c) 101, 103, 105, 107

145.

- a) 10 000, 100 000, 1000 000
- b) 23, 21, 19
- c) 256, 1024, 4096
- d) 32, 64, 128

146.

- a) 80, 40, 20
- b) 18, 54, 162
- c) 5, 17, 65
- d) 6, 8, 12

147.

- a) 15
- b) 21

148.

3, 8, 13, 18, 23

149.

3, 5, 9 ja 1025

150.

- a) 17, 20, 23, lisätään edelliseen termiin kolme
- b) 40 000, 400 000, 4000 000, kerrotaan edellinen termi kymmenellä
- c) 200, 100, 50, jaetaan edellinen termi kahdella
- d) 32, 64, 128, kerrotaan edellinen termi kahdella

151.

1	2	3	4	5	6	n
4	7	10	13	16	19	$3n+1$

152.

- a) 12, 14, 16, 18
- b) 30, 32, 34, 36
- c) 100, 102, 104, 106

153.

- a) 11, 13, 15, 17
- b) 57, 59, 61, 63
- c) 103, 105, 107, 109

154.

- a) 25
- b) 100
- c) n^2

155.

- a) 10, 14
- b) 8, 32
- c) 3, 8
- d) 16, 36

156.

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, 4181, 6765

157.

14, 7, 20

158.

- a) 10004
- b) $a_n = n + 4$

159.

$3, \frac{7}{2}, 4, \frac{9}{2}, 5$ lukujonon 160. termi on 80

160.

- a) 29
- b) 1499
- c) $a_n = 5n - 1$

161.

- a) 16
- b) 31
- c) 151
- d) $3n + 1$

162.

- a) 11
- b) 21
- c) 101
- d) $2n + 1$

163.

- a) 26
- b) 50

164.

40000, $a_n = n^2$

165.

- a) $4n - 3$
- b) 17

166.

400

167.

- a) 12
- b) 14
- c) 18
- d) $2n + 2$

168.

1	2	3	4	5	6	n
5	8	11	14	17	20	$3n + 2$

169.

- a) -
- b) -
- c) 64

170.

- a) -
- b) $2^{10} = 1024$
- c) 2^n
- d) -

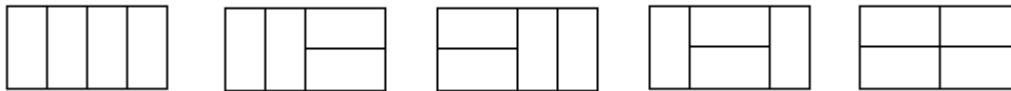
171.

- a) 4
- b) 6
- c) 288

172.

1	2	3	4	5	6	7	n
1	4	9	16	25	36	49	n^2
0	3	8	15	24	35	48	$n^2 - 1$
4	9	16	25	36	49	64	$(n+1)^2$

173.



- a) 5
- b) 8
- c) 13
- d) 6765 vaihtoehtojen lukumäärä saadaan Fibonaccin lukujonosta.

174.

n	Omenapuiden lukumäärä	Havupuiden lukumäärä
1	1	8
2	4	16
3	9	24
4	16	32
5	25	40

Omenapuiden määrä saadaan lasketuksi potenssilla n^2 ja havupuiden määrä kaavalla $8n$. Suurilla n :n arvoilla potenssi antaa suurempia tuloksia kuin kahdeksalla kertominen. Esimerkiksi 100 riviä antaa omenapuiden määräksi 10000 ja havupuita tarvitaan vain 800.

175.

- a) ei
- b) ei
- c) on
- d) on

176.

- a) 3, 5, 7, 9, 11
- b) -1, 2, 7, 14, 23

177.

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, Fibonaccin lukujono

178.

-

179.

kyllä, esimerkiksi 1, 1, 1, ...

180.

- a) 4
- b) 44
- c) 404

181.

- a) -4
- b) $10 - 4n$

182.

- a) 6, 8, 10, 12
- b) 1, -2, -5, -7
- c) $4\frac{1}{2}$, 5, $5\frac{1}{2}$, 6

183.

- a) vähenevä
- b) vähenevä
- c) kasvava

184.

- a) 1
- b) 5
- c) -2

185.

- a) $a_n = n$
- b) $a_n = 5n - 5$
- c) $a_n = -2n + 1$

186.

- a) Ei
- b) kasvava

187.

60x

188.

52.

189.

- a) $(x + 2y), (x + 3y), (x + 4y)$
- b) $(x - 3y), (x - 5y), (x - 7y)$

190.

2250 €

191.

25

192.

96 hyppyä

193.

32 ja 36, jono on kasvava

194.

1

195.

10, 13, 16, 19, 22, 25

196.

keskiviikko

197.

10

198.

Seitsemällä jaolliset luvut muodostavat aritmeettisen lukujonon 7, 14, 21, ..., 994. Ratkaistaan termin 994 järjestysluku aritmeettisen jonon yleisen termin lauseketta hyväksi käyttäen, jossa

$$a_1 = 7$$

$$d = 7$$

$$a_n = 994$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$994 = 7 + (n-1) \cdot 7$$

$$-7n = 7 - 7 - 994$$

$$n = \frac{-994}{-7}$$

$$n = 142$$

Vastaus: Lukuja on 142.

199.

Lausutaan erotus d kahdella tavalla, eli $a_{n+1} - a_n = d$ ja $a_n - a_{n-1} = d$. Nämä ovat yhtä suuria, joten saadaan yhtälö $a_n - a_{n-1} = a_{n+1} - a_n$, ratkaistaan tästä a_n , eli $a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$.

200.

a) 5050

b) 275

201.

26,5 %

202.

945 km

203.

a) 24, 96, 384, 1536

b) -12, 24, -48, 96

c) $-3, \frac{3}{2}, -\frac{3}{4}, \frac{3}{8}$

d) $\frac{9}{2}, \frac{27}{8}, \frac{81}{32}, \frac{243}{128}$

204.

- a) 3
- b) 2
- c) $\frac{1}{2}$

205.

- a) $a_n = 3^{n-1}$
- b) $a_n = 2 \cdot 2^{n-1}$
- c) $a_n = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

206.

-1 ja 1

207.

- a) geometrinen
- b) geometrinen
- c) aritmeettinen
- d) aritmeettinen
- e) geometrinen

208.

kyllä, esimerkiksi 1, -1, 1, -1, 1, ...

209.

kyllä

210.

- a) 4
- b) $\frac{1}{3}$
- c) a

211.

x^{19} kun $x \neq 0$

212.

32 ja 8192

213.

24576

214.

$$-\frac{16}{3} \text{ ja } \frac{1024}{81}$$

215.

$$\frac{7}{3} \text{ ja } 15309$$

216.

- a) 1262,48 €
- b) 1266,77 €

217.

5

218.

121,5

219.

- a) Aritmeettisessä lukujonossa peräkkäisten termien erotus on vakio.

$$a_2 - a_1 = a_3 - a_2$$

$$x + 8 - x = 2x - 14 - (x + 8)$$

$$x = 30$$

- b) Geometrisessä lukujonossa peräkkäisten termien suhde on vakio.

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2}$$

$$\frac{x + 8}{x} = \frac{2x - 14}{x + 8}$$

$$(x + 8)^2 = x(2x - 14)$$

$$-x^2 + 30x + 64 = 0$$

$$x = \frac{-30 \pm \sqrt{30^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 64}}{2 \cdot (-1)}$$

$$x = -2 \text{ tai } x = 32$$

220.

- a) 1023
- b) 5155

221.

- a) 5
- b) 3

222.

82 miljoonaa

223.

- a) 1, 21, 41, 61, 81

b) 1, 3, 9, 27, 81

224.

voi

225.

a) 1790

b) 495 000

226.

-

227.

Sijoitetaan leikkauspisteen arvot molempiin yhtälöihin ja tutkitaan pitävätkö ne paikkaansa.

228.

$$\begin{cases} y = 5x + 9 \\ y = -4x + 2 \end{cases}$$

229.

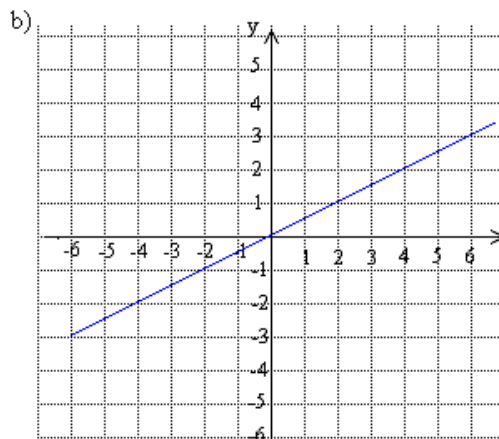
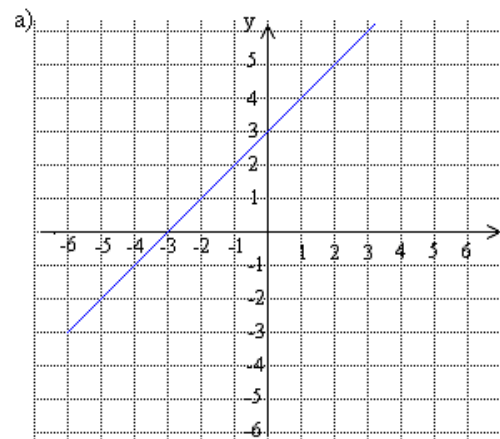
a) kulmakerroin 1, leikkauspiste (0, 4)

b) kulmakerroin 2, leikkauspiste (0, -4)

c) kulmakerroin -5, leikkauspiste (0, 6)

d) kulmakerroin 8, leikkauspiste (0, 0)

230.

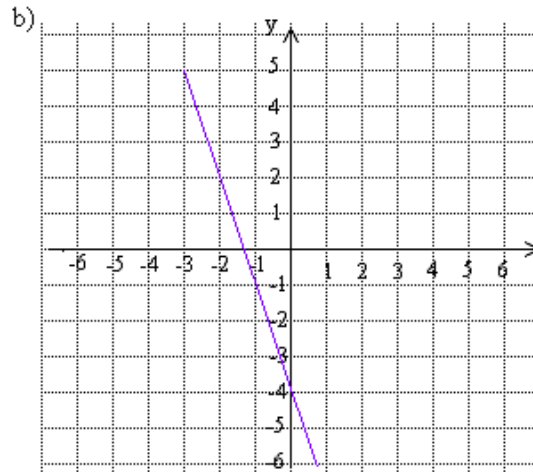
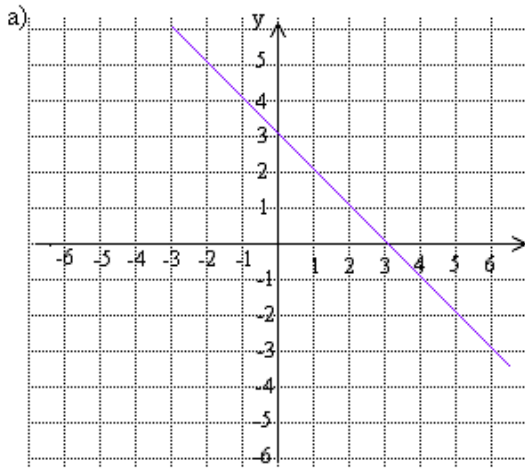


231.

a) $y = x + 3$

b) $y = \frac{1}{2}x$

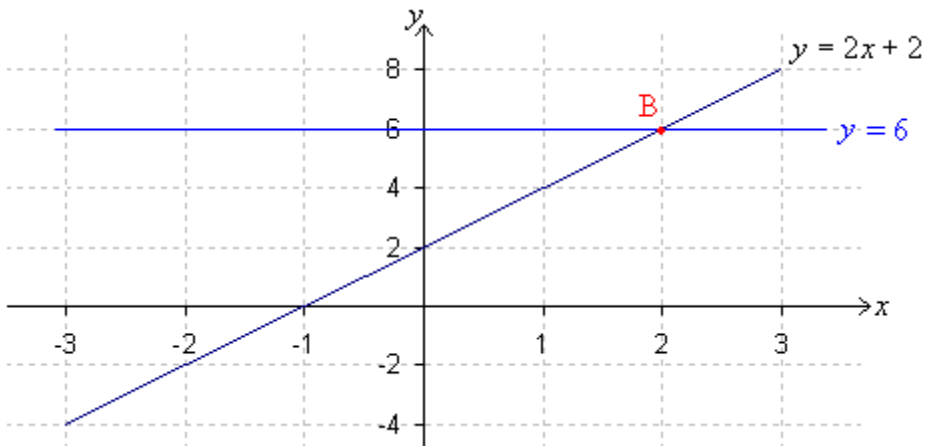
232.



233.

$(-2, -4)$

234.



Yhtälöpari toteutuu, kun $x = 2$ ja $y = 6$.

235.

a) 2

b) 5

236.

$x = 3$ ja $y = 4$

237.

Koska yhdensuuntaiset suorat eivät leikkaa missään pisteessä.

238.

-

239.

$x = 2$ ja $y = 5$

240.

-

241.

$$x = 1 \text{ ja } y = -3$$

242.

ratkaisuja on äärettömän monta

243.

$$x = 3$$

244.

a) on

b) ei

c) on

245.

$$\begin{cases} y = 3 \\ 3x + 2y = 15 \end{cases}$$

Ratkaisu: $x = 3, y = 3$

246.

$$\begin{cases} y - 2x = 2 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

Ratkaisu: $x = 1, y = 4$

247.

-

248.

(2, -1)

249.

a) esim. 1

b) 4

250.

$$x = 3 \text{ ja } y = 2$$

251.

a) ei

b) on

252.

a) $x = 1$

b) $x = \frac{4}{9}$

c) $x = 1$

253.

- a) $x = 2, y = 6$
b) $x = 3, y = 6$

254.

- a) $x = 2, y = 1$
b) $x = 1, y = 2$
c) $x = 0, y = 2$

255.

$$x = 3, y = -1$$

256.

$$x = 3, y = -2$$

257.

- a) $x = 1, y = 2$
b) $x = -2, y = 3$
c) $x = 6, y = 5$

258.

- a) $a = 0, b = -1$
b) $a = 2, b = 2$

259.

kyllä

260.

- a) $x = 8, y = 2$
b) $x = 2, y = 1$
c) $x = -2, y = -3$

261.

$$\begin{cases} y + 1 = -5x \\ 4y = 20x - 8 \end{cases}, \begin{cases} y + 1 = -5x \\ 2y - 10x = 24 \end{cases}, \begin{cases} 5x + y = 6 \\ 4y = 20x - 8 \end{cases}, \begin{cases} 5x + y = 6 \\ 2y - 10x = 24 \end{cases}$$

262.

$$x = \frac{1}{10} \text{ ja } y = -\frac{3}{2}, x = -\frac{13}{10} \text{ ja } y = \frac{11}{2}, x = \frac{4}{5} \text{ ja } y = 2, x = -\frac{3}{5} \text{ ja } y = 9$$

263.

- a) $x = 1$ ja $y = 1$
b) $a = 3$ ja $b = -1$

264.

- a) ei ratkaisua
b) yhtälöparilla on ääretön määrä ratkaisuja

265.

$$a = 12, y = 6$$

266.

- a) $x = 2, y = 8$
- b) $x = 10, y = 1$
- c) $x = 2, y = 1$

267.

- a) $m = 2, n = 0$
- b) $p = 6, q = 9$

268.

- a) $x = 4, y = 7$
- b) $x = 4, y = 12$
- c) $x = 10, y = 0$

269.

- a) $e = 3, f = 2$
- b) $a = 6, b = 5$

270.

$$x = \frac{5}{2}, y = -2$$

271.

$$t = 6, v = -4$$

272.

$$a = 9, b = 13$$

273.

$$x = 4, y = 2$$

274.

$$x = \frac{3}{2}, y = \frac{3}{2}$$

275.

$$x = 4, y = 1$$

276.

$$x = \frac{3}{8}, y = \frac{15}{8}$$

277.

$$x = \frac{11}{7}, y = \frac{5}{7}$$

278.

$$a = 1, b = -12$$

279.

-

280.

Naisia on 80 ja miehiä 70.

281.

15 ja 9

282.

Jenni on 14 vuotta ja Siiri 9 vuotta.

283.

8 ja 15

284.

kengät 54 € ja sukat 2,8 €

285.

Merilohta 7 kg ja kuhaa 10 kg.

286.

48,0 m ja 29,0 m

287.

nautaa 643 g ja sikaa 357 g

288.

15 cm ja 21 cm

289.

10-senttisiä 321 kpl ja 20-senttisiä 114 kpl

290.

Äiti käyttää 50 € ja tyttäret 100 € kumpikin.

291.

Antti 14, Jarkko 10 ja Miika 17

292.

molempia on 0,5 kg

293.

Tina on 12 ja veljekset ovat 10 ja 17.

294.

kanta on 2 cm ja kyljet 8 cm

295.

osien pituudet ovat 16 cm ja 80 cm

296.

$\alpha = 71^\circ$ ja $\beta = 109^\circ$

297.

a) 0,8 l vettä ja 0,2 l mehutiivistettä

b) 9,6 l vettä ja 2,4 l mehutiivistettä

298.

4 kg

299.

tiivistettä 1,5 litraa ja vettä 4,5 litraa

300.

Merkitään kirjoittimien tulostusnopeuksia seuraavasti:

A: a kpl/min ja B: b kpl/min.

Kummatkin vaihtoehdot tulostavat 1200 mainoslehtistä, jolloin saadaan yhtälöpari:

$$\begin{cases} 115a + 90b = 1200 \\ 130a + 80b = 1200 \end{cases}$$

Alemmasta yhtälöstä saadaan ratkaistuksi $a = -\frac{8}{13}b + \frac{120}{13}$, joka sijoitetaan ylempään yhtälöön.

$$115\left(-\frac{8}{13}b + \frac{120}{13}\right) + 90b = 1200$$

$$\frac{250}{13}b = \frac{1800}{13}$$

$$b = 7,2$$

Sijoitetaan saatu ratkaisu ylempään yhtälöön.

$$115a + 90 \cdot 7,2 = 1200$$

$$115a = 1200 - 648$$

$$a = 4,8$$

Kirjoitin B on nopeampi ja sillä kuluisi aikaa koko mainosmäärään

$$\frac{1200 \text{ kpl}}{7,2 \text{ kpl/min}} \approx 166,7 \text{ min} \approx 2 \text{ h } 47 \text{ min} .$$

Vastaus: kirjoittimen A nopeus on 4,8 kpl/min ja kirjoittimen B 7,2 kpl/min. Jos kaikki tulostettaisiin B:llä, kuluisi aikaa 2 h 47 min.

301.

a) $<$ tarkoittaa aidosti pienempää ja merkinnällä \leq sallitaan joko pienempi tai yhtä suuri luku.

b) $>$ tarkoittaa aidosti suurempaa ja merkinnällä \geq sallitaan joko suurempi tai yhtä suuri luku.

302.

a) $x \leq 5$

b) $x > 4$

c) $1 < x \leq 7$

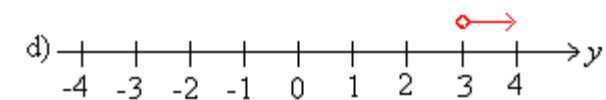
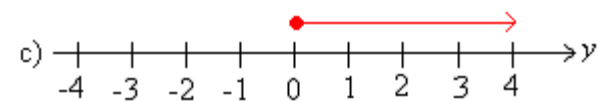
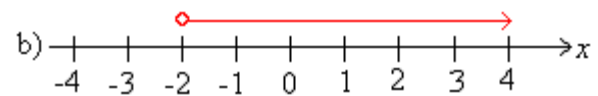
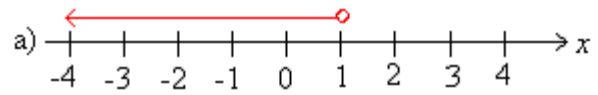
303.

a) $x \geq 0$

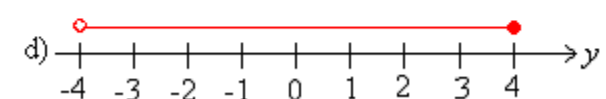
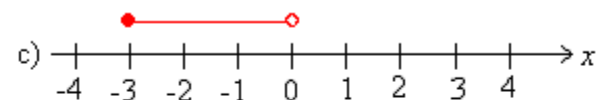
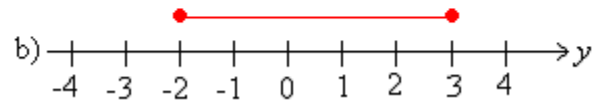
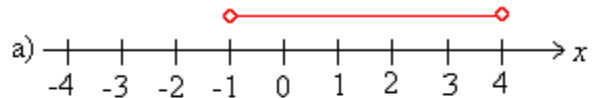
b) $x > 0$

c) $x < 0$

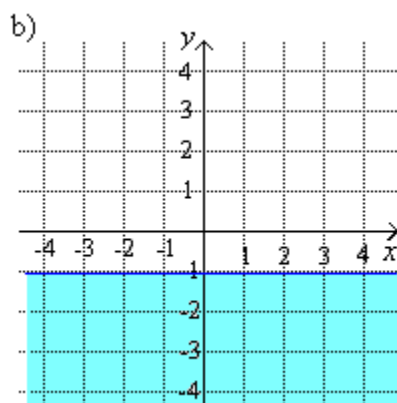
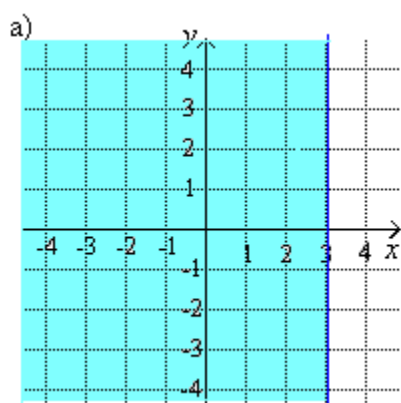
304.



305.



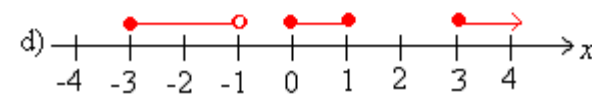
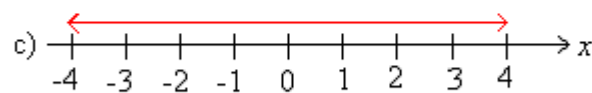
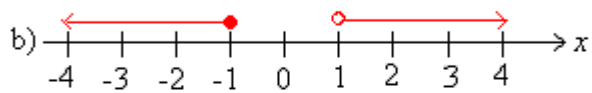
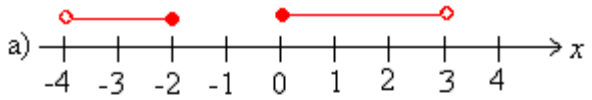
306.



307.

- a) $0 \leq x \leq 5$
- b) $x \geq 4$
- c) $1 \leq x < 4$ tai $5 \leq x \leq 8$

308.



309.

- d) $x < -1$
- e) $y \geq -2$

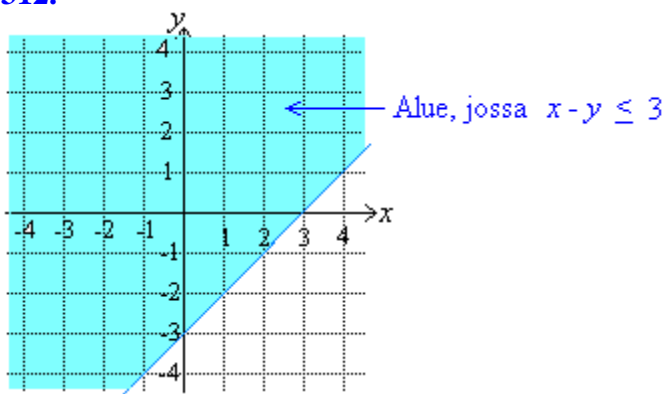
310.

-

311.

- a) $x < -2$
- b) $x \geq -3$
- c) $x \leq 3$
- d) $x < 8$

312.



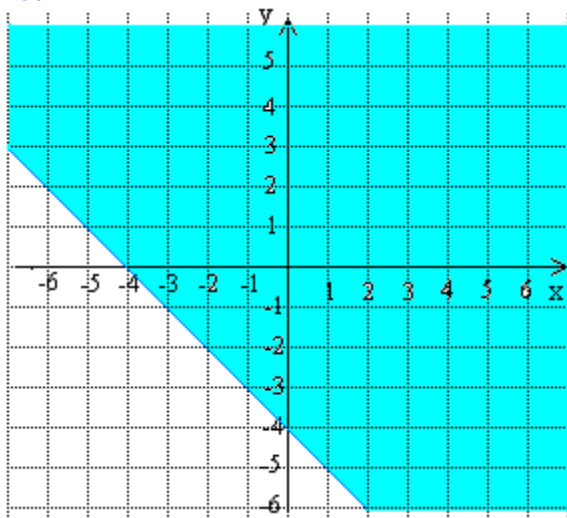
313.

$x \neq 11$

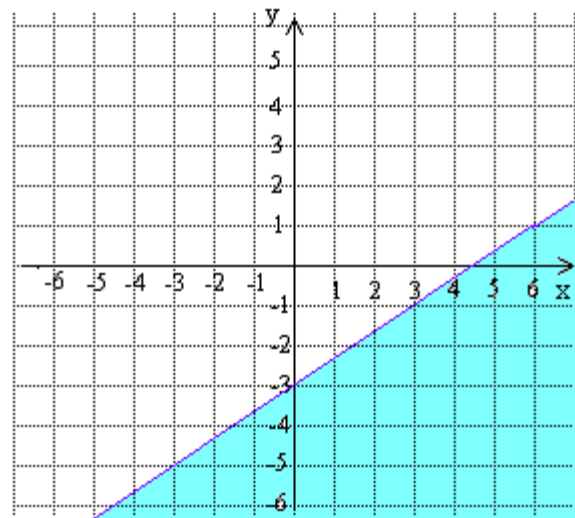
314.

kun $x < -4$

315.



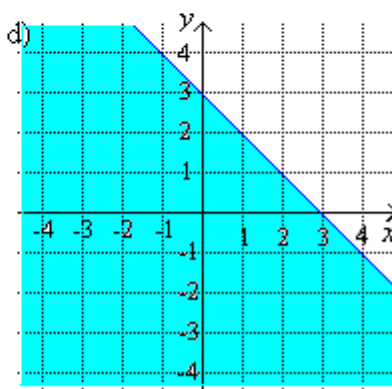
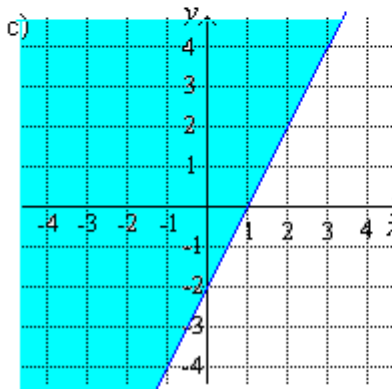
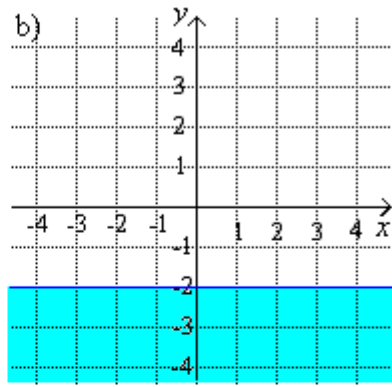
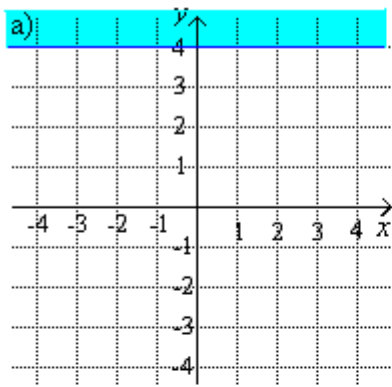
316.



317.

- a) $x - y \geq 0$
- b) $x + 2y \geq 2$

318.



319.

- a) $x \geq 0$
- b) $x \leq 2$
- c) $x \geq 3$

320.

- a) $2 < 5$
- b) $7 > (-1)$
- c) $3 > 0$
- d) $-3 < 0$
- e) $0 \neq 1$
- f) hinta ≤ 50 €
- g) matka ≥ 10 km
- h) lämpötila ≤ -5 °C, tai pakkasta ≥ 5 °C
- i) 20 °C \leq lämpötila ≤ 25 °C

321.

-

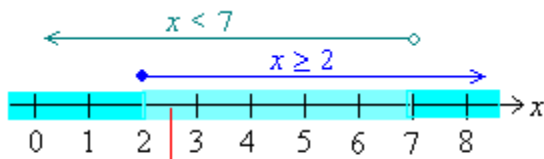
322.

- a) 0, 1, 2, 3
- b) 0, 1, 2, 3
- c) 0, 1, 2, 3, 4
- d) ei mikään

323.

3, 4, 5

324.



Alue, jossa edes toinen epäyhtälöistä on voimassa. → koko reaalilukujen joukko

325.

-

326.

$$x < -2 \text{ tai } x \geq 1$$

327.

kyllä

328.

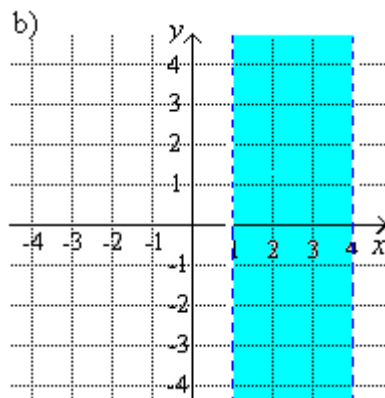
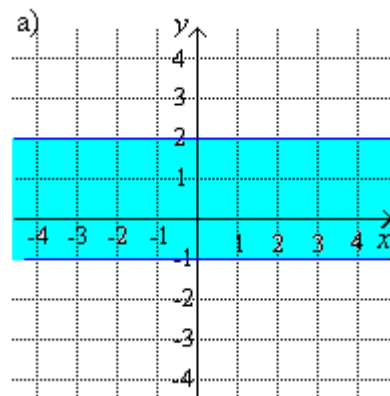
a) $2 \leq x < 7$

b) mahdoton

329.

-

330.



331.

$$x \geq -5, x < 3, y \geq -4 \text{ ja } y < 2.$$

332.

-

333.

a) $-3 < y < 3$

b) $-3 \leq x \leq 1$

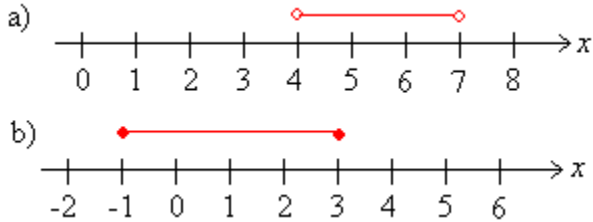
334.

$$x \geq -4, x \leq 3, y \geq -3, y \leq 2$$

335.

-

336.



337.

-

338.

$$\begin{cases} -2 \leq x \leq 4 \\ \text{ja} \\ -1 \leq y \leq 2 \end{cases}$$

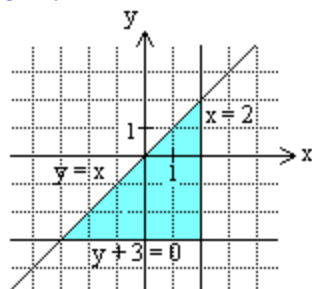
339.

- a) $1 < x \leq 4$
- b) $5 \leq x < 7$
- c) $-5 \leq x \leq -3$
- d) $0 < x \leq 3$

340.

- a) -4, -3
- b) -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5
- c) 1, 2
- d) ei mikään

341.



Alue on suoran $x = 2$ vasemmalla puolella, joten alueen pisteet toteuttavat epäyhtälön $x < 2$.

Alue on suoran $y = x$ alapuolella, joten alueen pisteet toteuttavat epäyhtälön $y < x$.

Alue on suoran $y + 3 = 0$ eli $y = -3$ yläpuolella, joten alueen pisteet toteuttavat epäyhtälön $y > -3$.

.

Vastaus: Alueen määräävät epäyhtälöt $x < 2$, $y < x$ ja $y > -3$.

342.

Suorat leikkaavat y -akselin kohdissa $y = 4$ ja $y = -2$.

Suorien leikkauspisteen x -koordinaatti on oltava sama kummallekin suoralle, jolloin saadaan

$$-x + 4 = \frac{1}{2}x - 2$$

$$-2x + 8 = x - 4$$

$$-3x = -12$$

$$x = \frac{-12}{-3}$$

$$x = 4$$

Kolmion kannan pituus (y -akselilla) on $4 + 2 = 6$ ja kolmion korkeus on leikkauspisteen x -koordinaatti 4, jolloin ala on $\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 = 12$.

Vastaus: Kolmion pinta-ala on 12.

343.

Epäyhtälö $|x-1| > 3$ toteutuu, kun $x-1 > 3$ tai $-(x-1) > 3$ eli $x > 4$ tai $x < -2$.

Epäyhtälö $x - \frac{1}{4} < 2x$ toteutuu, kun $x > -\frac{1}{4}$.

Jos x on esimerkiksi -1 , toteuttaa se edellisen epäyhtälön, muttei jälkimmäistä.

Vastaus: ei

344.

$\{-5, -4, -3\}$

345.

a) $f(1) = 2$

b) $g(5) = 3$

346.

a) C

b) A

347.

a) kasvava

b) vähenevä

c) vakiofunktio

348.

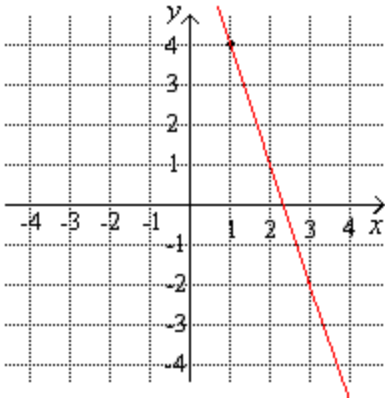
a) B

b) C

c) D

d) A

349.



350.

- a) $x = 6$
- b) $x = 0$

351.

- a) $x = 1$ ja $x = 8$
- b) $x = 3$
- c) kun $1 \leq x \leq 8$

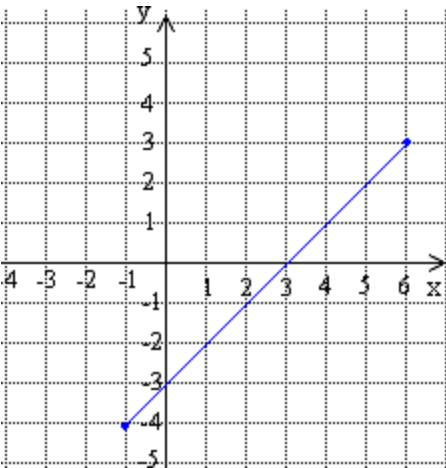
352.

- a) 2
- b) $2a + 4$
- c) $x = -2$
- d) $x = \frac{1}{2}$

353.

- a) $x = \frac{5}{3}$
- b) $t = 13$
- c) $y = \frac{9}{8}$

354.



$x = 3$

355.

a) 44999

b) $a_n = 10n - 1$

356.

450, $a_n = 3n$

357.

a) 2

b) -5

c) -1

358.

4 ja 512

359.

$x = 4, y = 6$

360.

a) $x = 4, y = -1$

b) $x = \frac{22}{3}, y = \frac{19}{3}$

361.

-

362.

a) $x = 2, y = -2$

b) $x = -3, y = -4$

c) $x = 8, y = 6$

363.

-

364.

10 ja 6

365.

Oskari 4 v ja Iina 7 v

366.

Lasse on 20 vuotta ja Liisa 5 vuotta.

367.

a) $x > 2$

b) $x \geq -2$

c) $x \neq -1$

368.

-

369.

-

370.

