

Kurssin Matematiikka A11, (Lukuteoria ja logiikka), koe 31.3.2014

Vastaa kuuteen tehtävään

Aloita jokainen tehtävä uudelta sivulta!

Merkitse välivaiheet ja vastaus selvästi näkyviin.

1. Tutki totuusarvotaulukon avulla onko lause $\neg p \Rightarrow p \vee q$ tautologia?
b) Osoita totuusarvotaulukkoa käyttäen, että lauseet $A \Rightarrow B$ ja $\neg(A \wedge \neg B)$ ovat ekvivalentteja
2. Jukka haluaa lähteä kesäfestareille. Ainakin yhteen seuraavista hän haluaa mennä: Pori Jazz, Ruisrock ja Rauma blues. Jos hän menee Poriin eikä mene Raumalle, niin hän menee Ruisrockiin. Hän menee Ruisrockiin jos, ja vain jos hän menee Raumalle. Jos Jukka menee Raumalle, niin hän menee Poriin. Mille festareille Jukka menee? (perustele väitteesi!)
3. a) Osoita, että jos n on pariton, myös n^2 on pariton, kun $n \in \mathbb{N}$ (4 p)
b) Osoita, että jos n^2 on pariton, myös n on pariton, kun $n \in \mathbb{N}$ (4 p)
4. Osoita induktiolla, että n :lle ensimmäiselle parittomalle luvulle pätee $1+3+\dots+(2n-1) = n^2$
5. a) Muunna kymmenjärjestelmään luku 2310_4 b) Muunna kymmenjärjestelmän luku 156 binääri (eli kaksi-) järjestelmään. (**laskutoimitukset näkyviin!**)
6. Muunna kaksijärjestelmän luku 101111001100 a) kahdeksan- b) kuusitoistajärjestelmään (kääntöpuolella olevaa taulukkoa käyttäen)
7. Laadi yhteen- ja kertolaskutaulukko kaksijärjestelmän luvuille. Laske taulukon avulla
a) $101100+110011$ b) $101100*10$ c) miten mikä tahansa kaksijärjestelmän luku kerrotaan kymmenjärjestelmän luvulla kaksi?
8. Laadi yhteen- ja kertolaskutaulukot jäännösluokalle Z_6 . Ratkaise mainitussa jäännösluokassa yhtälö $[2][x]=[4]$
9. a) Määrää jakojäännös, kun 14^{2014} jaetaan kolmella.
b) Mikä on luvun 1999^{1999} viimeinen numero
10. Ratkaise Diofantoksen yhtälö $72x+5y=3$ Eukleideen algoritmilla (kaikki ratkaisut).
11. Ratkaise Diofantoksen yhtälö $13509x-10203y=228$ Eukleideen algoritmilla (kaikki ratkaisut).
12. Todista, että kaikkien kakkosta suurempine alkulukujen tulo on pariton. (vihje: todista ensin, että kaikki kakkosta suuremmat alkuluvut ovat parittomia)
13. Vuonna 2005 jouluaatto oli lauantai.
Mikä viikonpäivä oli a) 24.12.1991 b) 24.12.1900 c) 24.12.1500