

9.lk matematiikan valtakunnallinen koe

KAAVAKOKOELMA

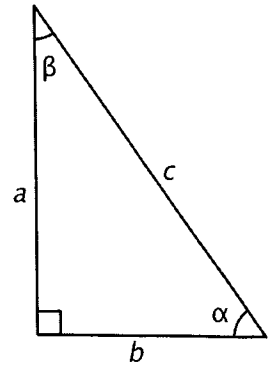
Pythagoraan lause $a^2 + b^2 = c^2$

Trigonometriset funktiot

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\tan \alpha = \frac{a}{b}$$



TASOGOMETRIA

Puolisuunnikkaan pinta-ala $A = \frac{a+b}{2} \cdot h$, a ja b yhdensuuntaiset sivut

Ympyrän piiri $p = 2\pi \cdot r$

Ympyrän pinta-ala $A = \pi \cdot r^2$

Sektorin kaaren pituus $b = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot r$

Sektorin pinta-ala $A = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot \pi \cdot r^2$

AVARUUSGEOMETRIA

Lieriön tilavuus $V = A_p \cdot h$

Ympyrälieriön vaipan ala $A_v = 2\pi \cdot r \cdot h$

Kartion tilavuus $V = \frac{A_p \cdot h}{3}$

Ympyräkartion vaipan ala $A_v = \pi \cdot r \cdot s$

Pallon pinta-ala $A = 4\pi \cdot r^2$

Pallon tilavuus $V = \frac{4\pi \cdot r^3}{3}$

A_p = pohjan pinta-ala
h = korkeus
r = säde
s = sivujana

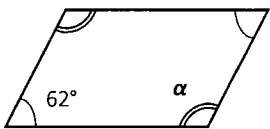
A-C-osiot tehdään tähän paperiin ja D-osio erilliselle paperille. Koeaika on 75 min. Laskinta saa käyttää kaikissa tehtävissä.

Nimi ja luokka: _____

A Merkitse pelkkä vastaus ruudukkoon. (1 p / tehtävä)

1.	1080 mm =	m
2.	Laske $2,48 \cdot 0,56$. Anna vastaus <i>kahden desimaalin</i> tarkkuudella.	
3.	Pussissa on 9 valkoista ja 6 mustaa helmeä. Millä todennäköisyydellä sokkona nostettu helmi on musta?	
4.	Omenat maksavat 1,25 €/kg. Kuinka paljon maksaa 456 g omenoita?	
5.	Mikä luku sopii muuttujan x paikalle, kun $x^3 = 216$?	

B Valitse oikea vaihtoehto ja merkitse se ruudukkoon. (1 p / tehtävä)

1.	Sievennä $3x^3 \cdot (-4x^2)$. A) $-12x^5$ B) $-12x^6$ C) $12x^5$ D) $-x^5$	
2.	Olkoon funktio $f(x) = -2x + 9$. Laske $f(5)$. A) -19 B) -16 C) -1 D) 1	
3.	Mikä on kulman α suuruus? A) 62° B) 118° C) 124° D) 56°	
4.	Mikä seuraavista luvuista on jaollinen sekä viidellä että seitsemällä? A) 705 B) 707 C) 835 D) 875	
5.	Fibonaccin lukujono on 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13... Mikä on lukujonon 10. jäsen? A) 20 B) 40 C) 55 D) 89	

C Ratkaise tehtävät **välivaiheittain** tehtäväpaperiin. (4 p / tehtävä)

1. Laske välivaiheittain.

a) $-5a + 2 \cdot 8a$

b) $(3x^2 - 6x) + (-x^2 - 2x) + 3$

/ 4 p

2. Ratkaise yhtälöt välivaiheittain.

a) $6x - 11 = -4x + 9$

b) $-2 \cdot (5x - 3) = 5x$

/ 4 p

3. a) Laske välivaiheittain $\frac{5}{4} + \frac{4}{5}$.

b) Neliön pinta-ala on $56,25 \text{ m}^2$. Laske neliön piiri.

/ 4 p

4. Viereisessä taulukossa on 80 gramman tonnikalaleivän ravintoaineiden ja energian määrä.

a) Kuinka monta kokonaista tonnikalaleipää tulisi syödä, jotta vuorokauden energiatarve ylittyisi? Vuorokauden energiatarve on keskimäärin 2000 kcal.

b) Kuinka monta grammaa rasvaa on isossa 150 gramman tonnikalaleivässä? Tonnikalaleivän ravintoaineiden ja energian määrä ovat suoraan verrannolliset leivän massaan.

Tonnikalaleipä (80 g)	
Energia	239 kcal
Hiilihydraatti	22,8 g
Rasva	12,7 g
Proteiini	7,5 g

Lähde: fineli.fi

/ 4 p

5. a) Kuinka monta prosenttia tonnikalaleivästä on hiilihydraatteja?

Tonnikalaleipä (80 g)	
Energia	239 kcal
Hiilihydraatti	22,8 g
Rasva	12,7 g
Proteiini	7,5 g

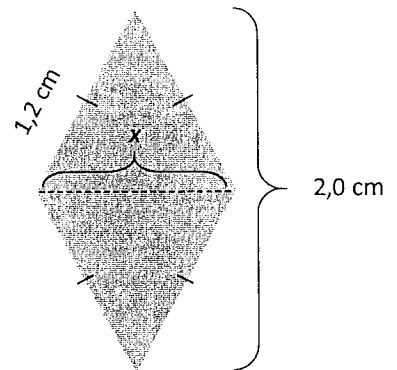
b) 80 gramman juustoleivässä on proteiinia 15 prosenttia vähemmän kuin 80 gramman tonnikalaleivässä. Kuinka monta grammaa proteiinia juustoleivässä on?

Lähde: fineli.fi

/ 4 p

6. Laske oheisen salmiakkimakeisen

a) toinen lävistäjä x



b) pinta-ala

/ 4 p

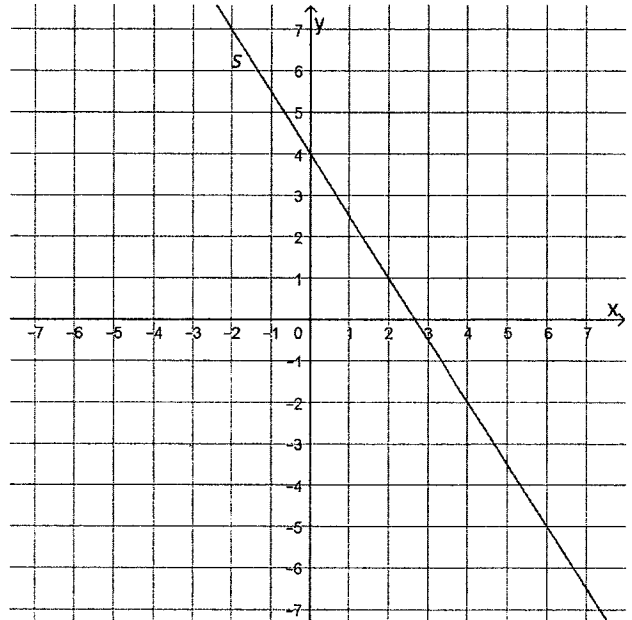
D

VALINNAISET TEHTÄVÄT Valitse kaksi (2) tehtävää ja ratkaise ne välivaiheineen erilliselle paperille. (6 p / tehtävä)

7. a) Muodosta suoran s yhtälö. (2 p)

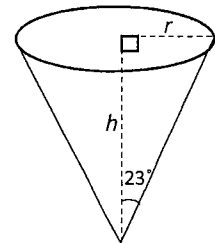
b) Missä pisteessä suora s ja suora $y = 2x - 3$ leikkaavat? Määritä kuvaan piirtämällä tai laskemalla. (2 p)

c) Määritä piirtämättä sen suoran yhtälö, joka on yhdensuuntainen suoran $y = -3x + 4$ kanssa ja kulkee pisteen $(100, 150)$ kautta. Perustele vastauksesi. (2 p)



8. a) Laske oheisen ympyräkartion pohjaympyrän säde r , kun tiedetään, että ympyrän kehän pituus on 91 cm. (2 p)

b) Kun kartioon kaadetaan vettä, veden pinta ulottuu 5,1 cm korkeudelle. Kuinka paljon vettä kaadettiin kartioon? Anna vastaus millilitroina. (4 p)



9. a) Pihalla on kissoja ja ankoja sekä yksi käärme. Yhteensä eläimillä on 33 päätä ja 82 jalkaa. Kuinka monta kissaa ja ankaa pihalla on? Ratkaise yhtälöllä tai yhtälöparilla. (4 p)

b) Millä vakion a arvolla yhtälöparilla ei ole ratkaisua? Perustele vastauksesi. (2 p)

$$\begin{cases} y = 2ax + 5 \\ y = -6x + a \end{cases}$$

A

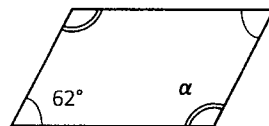
Merkitse pelkkä vastaus ruudukkoon. (1 p / tehtävä)

1.	1080 mm =	1,08 m
2.	Laske $2,48 \cdot 0,56$. Anna vastaus <i>kahden desimaalin</i> tarkkuudella.	1,39
3.	Pussissa on 9 valkoista ja 6 mustaa helmeä. Millä todennäköisyydellä sokkona nostettu helmi on musta?	40 % tai $\frac{2}{5}$
4.	Omenat maksavat 1,25 €/kg. Kuinka paljon maksaa 456 g omenoita?	0,57 € tai 57 snt
5.	Mikä luku sopii muuttujan x paikalle, kun $x^3 = 216$?	$x = 6$

B

Valitse oikea vaihtoehto ja merkitse se ruudukkoon. (1 p / tehtävä)

1.	Sievennä $3x^3 \cdot (-4x^2)$ A) $-12x^5$ B) $-12x^6$ C) $12x^5$ D) $-x^5$	A
2.	Olkoon funktio $f(x) = -2x + 9$. Laske $f(5)$. A) -19 B) -16 C) -1 D) 1	C
3.	Mikä on kulman α suuruus? A) 62° B) 118° C) 124° D) 56°	B
4.	Mikä seuraavista luvuista on jaollinen sekä viidellä että seitsemällä? A) 705 B) 707 C) 835 D) 875	D
5.	Fibonaccin lukujono on 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13... Mikä on lukujonon 10. jäsen? A) 20 B) 40 C) 55 D) 89	C



CRatkaise tehtävät **välivaiheittain** tehtäväpaperiin. (4 p / tehtävä)

Pyöristys-, tarkkuus-, yksikkö- ja merkkivirheet vähentävät 0,5-1 pistettä opettajan harkinnan mukaan.

1. Sievennä välivaiheittain.

a) $-5a + 2 \cdot 8a$

$= -5a + 16a$ + 1 p

$= \underline{11a}$ + 1 p

b) $(3x^2 - 6x) + (-x^2 - 2x) + 3$

$= 3x^2 - x^2 - 6x - 2x + 3$ + 1 p (sulkeiden poisto)

$= \underline{2x^2 - 8x + 3}$ + 1 p

Jos vain toinen kirjainosa laskettu yhteen oikein - 0,5 p

Merkkivirhe sulkeiden poistossa, muuten oikein 1 p

Polynomi järjestämättä lopuksi - 0,5 p

2. Ratkaise yhtälöt välivaiheittain.

a) $6x - 11 = -4x + 9$

$6x + 4x = 9 + 11$ + 1 p

$10x = 20$ ||:10 + 0,5 p

$\underline{x = 2}$ + 0,5 p

b) $-2 \cdot (5x - 3) = 5x$

$-10x + 6 = 5x$ + 0,5 p

$-10x - 5x = -6$

$-15x = -6$ ||: (-15) + 1 p

$x = \frac{-6}{-15} = \frac{2}{5} (= 0,4)$ + 0,5 p

Yksi merkkivirhe yhtälönratkaisun aikana

esim. termien siirtelyssä, muuten oikein ratkaistu 1 p

Vastaus supistamatta - 0,5 p

3. a) Laske välivaiheittain.

$\frac{5}{4} + \frac{4}{5}$

$= \frac{25}{20} + \frac{16}{20}$ + 1 p

$= \frac{41}{20} (= 2 \frac{1}{20})$ (vastaus murtolukuna tai sekalukuna) + 1 p

Pelkkä vastaus 0,5 p

b) Neliön pinta-ala on $56,25 \text{ m}^2$. Laske neliön piiri.

$$\text{neliön sivu } \sqrt{56,25 \text{ m}^2} = 7,5 \text{ m} \quad + 1 \text{ p}$$

$$\text{neliön piiri } p = 4 \cdot 7,5 \text{ m} = \underline{\underline{30 \text{ m}}} \quad + 1 \text{ p}$$

4. Viereisessä taulukossa on 80 gramman tonnikalaleivän ravintoaineiden ja energian määrä.

a) Kuinka monta kokonaista tonnikalaleipää tulisi syödä, jotta vuorokauden energiatarve ylittyisi? Vuorokauden energiatarve on keskimäärin 2000 kcal.

$$2000 \text{ kcal} : 239 \text{ kcal} = 8,368... \quad + 1,5 \text{ p}$$

Vastaus: Kokonaisia tonnikalaleipiä tulee syödä 9 kappaletta. + 0,5 p

b) Kuinka monta grammaa rasvaa on isossa 150 gramman tonnikalaleivässä? Tonnikalaleivän ravintoaineiden ja energian määrä ovat suoraan verrannolliset leivän massaan.

$$\frac{80}{150} = \frac{12,7}{x} \quad + 0,5 \text{ p}$$

$$80x = 150 \cdot 12,7 \quad || : 80 \quad + 0,5 \text{ p}$$

$$x \approx 24 \text{ (g)} \text{ (tai } 23,8 \text{ g)} \quad + 1 \text{ p}$$

Vastaus: 150 gramman tonnikalaleivässä on 24 (tai 23,8) grammaa rasvaa.

TAI

$$12,7 \text{ g} : 80 \text{ g} = 0,15875 \quad + 1 \text{ p}$$

$$150 \text{ g} \cdot 0,15875 \approx 24 \text{ g} \quad + 1 \text{ p}$$

$$\text{Pyöristysvirhe} \quad - 0,5 \text{ p}$$

5. a) Kuinka monta prosenttia tonnikalaleivästä on hiilihydraatteja?

$$\frac{22,8 \text{ g}}{80 \text{ g}} \quad + 1 \text{ p}$$

$$= 0,285 \approx \underline{\underline{29\%}} \text{ (tai } 28,5 \text{ \%)} \quad + 1 \text{ p}$$

Laskettu (oikein) rasvan tai proteiinin osuus vahingossa 1 p

- b) 80 gramman juustoleivässä on proteiinia 15 prosenttia vähemmän kuin 80 gramman tonnikalaleivässä. Kuinka monta grammaa proteiinia juustoleivässä on?

$$0,85 \cdot 7,5 \text{ g} \quad + 1 \text{ p}$$

$$= 6,375 \text{ g}$$

$$\approx \underline{6,4 \text{ g (tai 6,38 g)}} \quad + 1 \text{ p}$$

pyöristysvirhe tai -puute a- tai b-kohdassa yht. – 0,5 p

muu oikea laskutapa 2 p

Laskettu rasvan tai hiilihydraatin alennettu määrä vahingossa 1 p

Laskettu 15 % 7,5 grammasta 0,5 p

/ 4 p

6. Laske oheisen salmiakkimakeisen

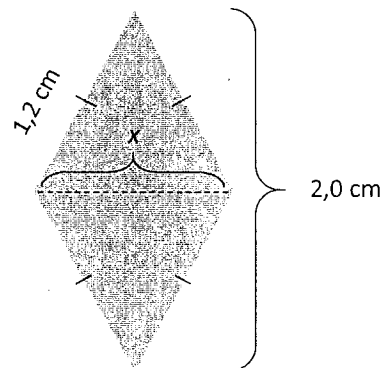
- a) toinen lävistäjä x

merkitään lävistäjän puolikasta y :llä:

$$y^2 + 1,0^2 = 1,2^2,$$

josta saadaan

$$y = \sqrt{1,2^2 - 1,0^2} \approx 0,663 \text{ (cm)}$$



+ 1 p

+ 0,5 p

Tällöin lävistäjä $x = 2y = 2 \cdot 0,663 \text{ cm} \approx 1,3 \text{ cm}$ + 0,5 p

Vastaus: Lävistäjän pituus on 1,3 cm (tai 1,33 cm)

Laskettu $y^2 + 2,0^2 = 1,2^2$ 0,5 p

- b) pinta-ala

$$A = 2 \cdot \frac{1,33 \text{ cm} \cdot 1,0 \text{ cm}}{2} \quad + 1 \text{ p}$$

$$A \approx 1,3 \text{ cm}^2 \quad + 1 \text{ p}$$

Vastaus: Pinta-ala on 1,3 cm² (tai 1,33 cm²)

Käytetty a-kohdan väärää tulosta, muuten oikein 2 p

Laskettu vain toisen kolmion pinta-ala 1 p

Pyöristysvirhe a- tai b-kohdassa yht. – 0,5 p

D

VALINNAISET TEHTÄVÄT Valitse kaksi (2) tehtävää ja ratkaise ne **välivaiheittain** erilliselle paperille. (6 p / tehtävä)

7. a) Muodosta suoran s yhtälö. (2 p)

$$y = -1,5x + 4 \text{ tai } y = -1\frac{1}{2}x + 4 \text{ tai } y = -\frac{3}{2}x + 4$$

Vakiotermi oikein + 1 p

Kulmakerroin oikein + 1 p

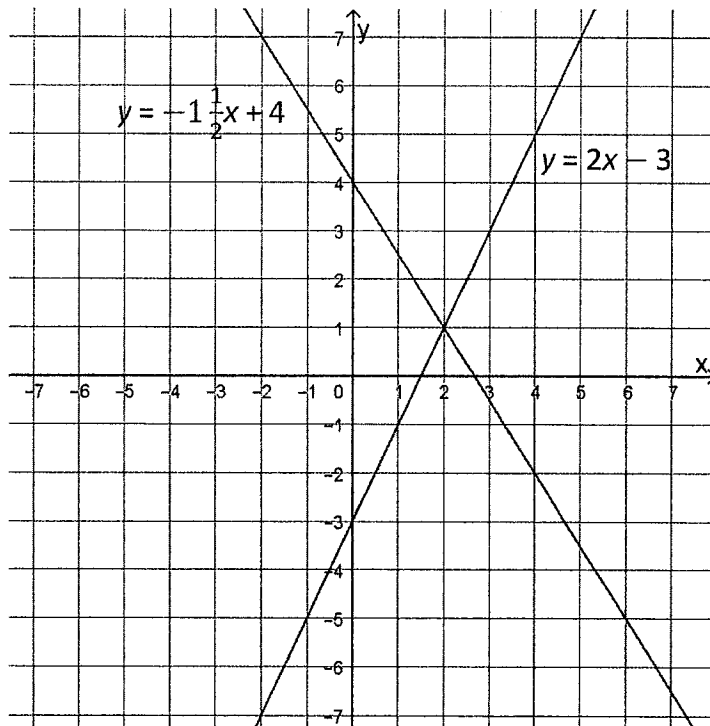
b) Missä pisteessä suora s ja suora $y = 2x - 3$ leikkaavat? Määritä kuvaan piirtämällä tai laskemalla. (2 p)

Piirretty suora oikein kuvaan + 1,5 p

Vastaus: Pisteessä (2, 1). + 0,5 p

Piirretty suora leikkaa y-akselin oikeassa kohdassa, mutta muuten väärin 0,5 p

Piirretyn suoran kaltevuus on oikein, mutta leikkaa y-akselin väärässä kohdassa 0,5 p



TAI ratkaistu yhtälöparilla

$$\begin{cases} y = 2x - 3 \\ y = -1,5x + 4 \end{cases}$$

$$2x - 3 = -1,5x + 4 \quad + 0,5 \text{ p}$$

$$2x + 1,5x = 4 + 3$$

$$3,5x = 7 \quad || : 3,5$$

$$x = 2 \quad + 0,5 \text{ p}$$

Sij. $x = 2$:

$$y = 2 \cdot 2 - 3 = 1 \quad + 0,5 \text{ p}$$

josta saadaan **(2, 1)**. + 0,5 p

Pieni laskuvirhe yhtälöparin ratkaisussa - 0,5 p

- c) Määritä piirtämättä sen suoran yhtälö, joka on yhdensuuntainen suoran $y = -3x + 4$ kanssa ja kulkee pisteen (100, 150) kautta. Perustele vastauksesi. (2 p)

Suoran kulmakerroin on -3 , koska yhdensuuntaisilla suorilla on sama kulmakerroin tai vastaava sanallinen perustelu. + 0,5 p

Sijoitetaan (100, 150) suoran yhtälöön ja ratkaistaan vakiotermi:

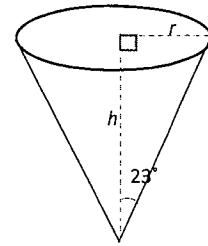
$$150 = -3 \cdot 100 + b \quad + 0,5 \text{ p}$$

$$150 = -300 + b$$

$$b = 150 + 300 = 450 \quad + 0,5 \text{ p}$$

Vastaus: Suoran yhtälö on $y = -3x + 450$ + 0,5 p

8. a) Laske oheisen ympyräkartion pohjaympyrän säde r , kun tiedetään, että ympyrän kehän pituus on 91 cm. (2 p)



$$p = 2\pi r = 91 \text{ cm}, \quad + 1 \text{ p}$$

$$\text{josta saadaan } r = \frac{91 \text{ cm}}{2\pi} \approx 14 \text{ cm} \quad + 1 \text{ p}$$

Vastaus: Säde on 14 cm (tai 14,5 cm)

Laskettu suoraan 91 cm: 2π 2 p

Laskettu halkaisija 1 p

- b) Kun kartioon kaadetaan vettä, veden pinta ulottuu 5,1 cm korkeudelle. Kuinka paljon vettä kaadettiin kartioon? Anna vastaus millilitroina. (4 p)

$$\tan 23^\circ = \frac{r_2}{5,1 \text{ cm}}, \quad + 1 \text{ p}$$

$$\text{josta saadaan } r_2 = \tan 23^\circ \cdot 5,1 \text{ cm} \approx 2,16 \text{ cm} \quad + 1 \text{ p}$$

$$\text{Tilavuus } V = \frac{\pi r_2^2 \cdot h}{3} = \frac{\pi \cdot (2,16 \text{ cm})^2 \cdot 5,1 \text{ cm}}{3} \quad + 1 \text{ p}$$

$$\text{eli } V \approx 25 \text{ cm}^3 \quad + 0,5 \text{ p}$$

Vastaus: Tilavuus on 25 ml (tai 24,9 ml) + 0,5 p

Laskettu käyttäen säteenä a-kohdan sädettä 1 p

Käytetty väärää trigonometrista funktiota säteessä 1,5 p

Käytetty lieriön kaavaa, muuten oikein 3 p

Pyöristysvirhe a- tai b-kohdassa yht. – 0,5 p

10. a) Pihalla on kissoja ja ankoja sekä yksi käärme. Yhteensä eläimillä on 33 päätä ja 82 jalkaa. Kuinka monta kissaa ja ankaa pihalla on? Ratkaise yhtälöllä tai yhtälöparilla. (4 p)

Ratkaistu yhtälöparilla (x on kissojen määrä ja y on ankojen määrä).

$$\begin{cases} x + y + 1 = 33 \\ 4x + 2y = 82 \end{cases} \quad + 2 \text{ p}$$

$$\begin{cases} x + y = 32 \quad || \cdot (-2) \\ 4x + 2y = 82 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2x - 2y = -64 \\ 4x + 2y = 82 \end{cases} \quad + 0,5 \text{ p}$$

$$\begin{aligned} 2x &= 18 \quad || : 2 \\ x &= 9 \end{aligned} \quad + 0,5 \text{ p}$$

Sij. $x = 9$ ylempään yhtälöön:

$$\begin{aligned} 9 + y + 1 &= 33 \\ y &= 33 - 10 \\ y &= 23 \end{aligned} \quad + 0,5 \text{ p}$$

Vastaus: Kissoja on 9 ja ankoja 23. + 0,5 p

Tai muu tapa ratkaista yhtälöpari. 4 p

Ratkaistu yhtälönä esim. $4x + 2(32 - x) = 82$. 4 p

Jätetty käärme huomioimatta yhtälöparin laadinnassa. - 1 p

- b) Millä vakion a arvolla yhtälöparilla ei ole ratkaisua? Perustele vastauksesi. (2 p)

$$\begin{cases} y = 2ax + 5 \\ y = -6x + a \end{cases}$$

Jos yhtälöparilla ei ole ratkaisua, yhtälöitä kuvaavat suorat ovat yhdensuuntaiset, mutta eivät täysin sama suora.

Yhdensuuntaisilla suorilla on sama kulmakerroin, joten

$$2a = -6 \quad || : 2$$

$$a = -3 \quad + 0,5 \text{ p}$$

Sijoittamalla $a = -3$ yhtälöpariin huomataan,

että yhtälöitä kuvaavat suorat eivät ole sama suora.

+ 0,5 p

$$\begin{cases} y = 2 \cdot (-3) \cdot x + 5 \\ y = -6x + (-3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -6x + 5 \\ y = -6x - 3 \end{cases}$$

Vastaus: $a = -3$

+ 1 p

TAI muu vastaava perustelu.

2 p

Pelkkä vastaus

1 p
