

Raija Lindroos-Heinänen

Kirsi Talvitie

Outi Vähä-Vahe

Laskutaito

TULOSKIRJA

WSOYpro Oy

Helsinki

YHTEYSTIEDOT

Tilaukset

WSOY Kirjakeskus
Porvoon asiakaspalvelu
puh. (09) 6168 3820
faksi (019) 580 236
sähköposti: wsoy-tilaukset@wsoy.fi

Tiedustelut

WSOYpro Oy, Helsinki
puh. 0203 91000
faksi (09) 6168 3622
sähköposti: palvelulinja@wsoy.fi

www.wsoypro.fi

Kustantaja: WSOYpro Oy
2., uudistettu painos, 2010

ISBN 978-951-0-34864-2

Toimitus: Ville Sipiläinen
Ulkoasu: Tuula Backström
Taitto: Tmi Eija Högman
Kuvitus: Kaisa-Liisa Lavonen

© Raija Lindroos-Heinänen, Kirsi Talvitie, Outi Vähä-Vahe ja WSOYpro Oy 2010

Kopiointiehdot

Tämä teos on vastauskirja. Teos on suojattu tekijänoikeuslailla (404/61).
Teosta ei saa valokopioida lainkaan. Myös teoksen tai sen osan
digitaalinen muuntelu on ehdottomasti kielletty.
Lisätietoja antaa Kopiosto ry www.kopiosto.fi.

Vastauksia

Trigonometria ja avaruusgeometria

1 Kertausta: Suorakulmainen kolmio 8

1. a) 5,0 cm b) 3,0 cm c) 4,0 cm
d) 4,0 cm e) 3,0 cm

2.

Kolmio	ABC	DEF
α :n vastainen kateetti	5,0 m	2,5 m
α :n viereinen kateetti	12,0 m	6,0 m
hypotenuusa	13,0 m	6,5 m

3. a) $x \approx 2,8$ cm b) $x = 68$ cm

4. a)

Kolmio	ABC	DEF
α :n vastainen kateetti	2,8 cm	x
α :n viereinen kateetti	4,5 cm	y
hypotenuusa	5,3 cm	6,3 cm

- b) $x \approx 3,3$ cm c) $y \approx 5,3$ cm

5. a) Suorakulmaiset kolmiot ABC ja DEF ovat yhdenmuotoiset, sillä niissä on kaksi yhtä suurta kulmaa 37° ja 90° .

- b) 3,2 cm c) 2,1 cm

6. a) Suorakulmaiset kolmiot ABC, ACD ja CBD ovat yhdenmuotoiset, sillä niissä on kaksi yhtä suurta kulmaa α ja 90° .

b)

Kolmio	ABC	ACD	CBD
α :n vastainen kateetti	6,5 cm	6,0 cm	2,5 cm
α :n viereinen kateetti	15,6 cm	14,4 cm	6,0 cm
hypotenuusa	16,9 cm	15,6 cm	6,5 cm

2 Suorakulmaisen kolmion sivujen suhteet 10

7.

Kolmio	ABC	GHI
kulman 67° vastainen kateetti (mm)	60	72
kulman 67° viereinen kateetti (mm)	25	30
hypotenuusa (mm)	65	78

8. a) 0,4 b) 0,4 c) Kummassakin kolmiossa viereisen kateetin pituuden suhde hypotenuusan pituuteen on sama.

9. a) 2,4 b) 2,4 c) Kummassakin kolmiossa vastaisen kateetin pituuden suhde viereisen kateetin pituuteen on sama.

10. Kolmio ABC: $\frac{20}{25} = 0,80$,

kolmio DEF: $\frac{36}{45} = 0,80$ ja

kolmio GHI: $\frac{52}{65} = 0,80$.

Kaikissa kolmioissa suhde on 0,80.

11. Kolmio ABC: $\frac{15}{20} = 0,75$,

kolmio DEF: $\frac{27}{36} = 0,75$ ja

kolmio GHI: $\frac{39}{52} = 0,75$.

Kaikissa kolmioissa suhde on 0,75.

12. c) Kummassakin kolmiossa kulman 30° vastaisen kateetin pituus $\frac{\text{hypotenuusan pituus}}{\text{hypotenuusan pituus}} = 0,5$.

13. c) Kummassakin kolmiossa kulman 45° vastaisen kateetin pituus $\frac{\text{kulman } 45^\circ \text{ viereisen kateetin pituus}}{\text{kulman } 45^\circ \text{ viereisen kateetin pituus}} = 1,0$.

3 Kulman sini, kosini ja tangenti 12

14. a) 6,27 cm b) 4,80 cm c) 0,766

15. a) 7,90 m b) 4,07 m c) 0,515

16. a) 21 cm b) 20 cm c) 1,050

17. a) 0,471 b) 0,882 c) 0,533

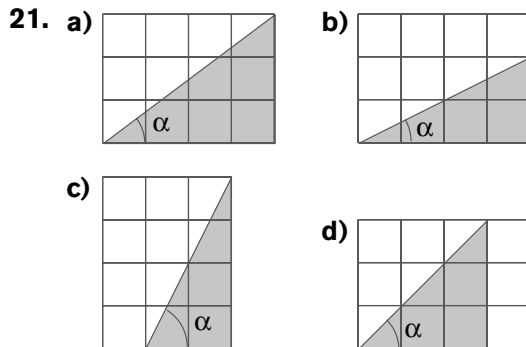
18. a) 0,438 b) 0,899 c) 0,438

- d) 0,488 e) 0,899 f) 2,051

19. a) $\sin 65^\circ$ ja $\cos 25^\circ$ b) $\tan 25^\circ$

- c) $\sin 25^\circ$ ja $\cos 65^\circ$ d) $\tan 65^\circ$

20. a) 0,800 b) 1,250
c) 0,333 d) 0,600



22. a) 0,540 b) 0,840 c) 0,643

4 Laskimen ja taulukon käyttö 14

23. a) 0,500 b) 0,500 c) 1,000
d) 0,358 e) 0,035 f) 0,588
24. a) $\alpha \approx 16^\circ$ b) $\alpha \approx 46^\circ$ c) $\alpha \approx 27^\circ$
d) $\alpha \approx 81^\circ$ e) $\alpha \approx 79^\circ$ f) $\alpha \approx 50^\circ$
25. a) 0,194 b) 0,999 c) 0,988
d) 0,985 e) 0,231 f) 0,982
26. a) $\alpha = 45^\circ$ b) $\alpha = 30^\circ$ c) $\alpha = 60^\circ$
d) $\alpha \approx 60^\circ$ e) $\alpha \approx 80^\circ$ f) $\alpha \approx 25^\circ$
27. a) $\alpha \approx 33^\circ$ b) $\alpha \approx 20^\circ$
c) $\alpha \approx 46^\circ$ d) $\alpha \approx 42^\circ$

28. a) 1,8 E
b) 4,8 S
c) 4,9 T
d) 1,8 E
e) 2,3 N
f) 33 O
g) 14 M
h) 13 I

Vastauksena on ESTENOMI.

29. a) $\alpha \approx 64^\circ$ b) $\alpha \approx 72^\circ$ c) $\alpha \approx 12^\circ$
d) $\alpha \approx 13^\circ$ e) $\alpha \approx 52^\circ$ f) $\alpha \approx 61^\circ$
30. a) $\alpha \approx 24^\circ$ b) $\alpha \approx 43^\circ$ c) $\alpha \approx 70^\circ$
d) $\alpha \approx 35^\circ$ e) $\alpha \approx 77^\circ$ f) $\alpha \approx 43^\circ$
31. a) $<, <$ b) $>, >$ c) $<, <$ d) $=$
32. a) kasvaa arvosta 0,017 arvoon 1,000
b) pienenee arvosta 1,000 arvoon 0,017
c) kasvaa arvosta 0,017 arvoon 57,290
33. a) α b) α c) α d) β

5 Kulman ratkaiseminen 16

34. a) $\alpha \approx 14^\circ$ b) $\alpha \approx 55^\circ$
c) $\alpha \approx 79^\circ$ d) $\alpha \approx 10^\circ$
35. a) $\alpha \approx 36^\circ$ b) $\alpha \approx 63^\circ$
36. a) $\alpha \approx 35^\circ$ b) $\alpha \approx 77^\circ$
37. a) $\alpha \approx 33^\circ$ b) $\alpha \approx 64^\circ$
c) $\alpha \approx 60^\circ$ d) $\alpha \approx 70^\circ$
38. a) $\alpha = 30^\circ$ b) $\alpha \approx 18^\circ$
39. a) $\alpha \approx 32^\circ$ ja $\beta \approx 58^\circ$
b) $\alpha \approx 50^\circ$ ja $\beta \approx 40^\circ$
40. a) 35° ja 55° b) 35° ja 55°
41. 41° ja 49°
42. a) $\sphericalangle ACD \approx 53^\circ$ ja $\sphericalangle DCB \approx 36^\circ$
b) $\sphericalangle A \approx 37^\circ$, $\sphericalangle B \approx 54^\circ$ ja $\sphericalangle C \approx 89^\circ$

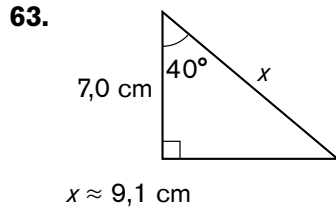
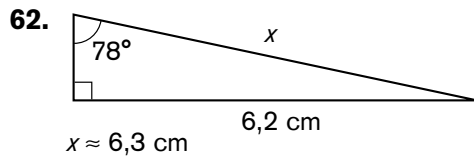
6 Kateetin ratkaiseminen 18

43. a) $x = 54$ b) $x = 28$
c) $x = 2,5$ d) $x \approx 2,9$
44. a) 6,6 cm b) 4,6 cm
45. a) 4,3 cm b) 3,6 cm
46. 2,2 m
47. 3,1 km
48. a) 2,4 m b) 2,6 m c) 7,2 m
49. a) 3,4 cm b) 3,4 cm
50. 1,2 cm
51. 2,4 m
52. 3,7 m
53. a) 56 m b) 61 m

7 Hypotenuusan ratkaiseminen 20

54. a) $x = 6$ b) $x = 8$
c) $x = 15$ d) $x \approx 17$
55. a) 5,1 cm b) 14 cm
56. a) 2,0 cm b) 4,0 cm
57. 7,3 km
58. 62 m
59. a) 2,3 cm b) 2,3 cm
60. 10,3 m

61. a) $x \approx 58$ mm ja $y \approx 47$ mm
 b) $x \approx 3,5$ cm ja $y \approx 2,8$ cm

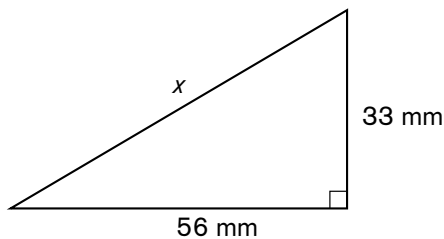


8 Kolmioharjoittelua 22

64. a) $a \approx 1,8$ cm b) $h \approx 1,7$ cm
 65. a) $A \approx 1,6$ cm² b) $A \approx 1,0$ cm²
 66. a) $BC \approx 3,3$ cm
 b) $AB \approx 7,0$ cm
 c) $A \approx 10$ cm²
 67. a) $AC \approx 8,1$ m
 b) $AB \approx 14$ m
 c) $A \approx 49$ m²
 68. a) $A \approx 25$ cm² b) $A = 63,6$ cm²
 69. a) $\sphericalangle A \approx 39^\circ$ b) $\sphericalangle B \approx 51^\circ$
 c) $BC \approx 5,3$ cm d) $A \approx 17$ cm²
 70. a) $\sphericalangle A \approx 63^\circ$ b) $\sphericalangle B \approx 27^\circ$
 c) $AB \approx 4,4$ cm d) $A = 3,9$ cm²
 71. a) 700 m b) 900 m c) $AB \approx 1\,300$ m

9 Kertausta: Pythagoraan lause 24

72. a) 69 b) 10,8 c) 3,0 d) 1 000
 73. a) $x = 10$ b) $x = 13$
 74. a) $x = 15$ b) $x = 32$
 75. a) 50 cm b) 7,7 cm
 c) 9,7 cm d) 4,0 cm
 76.



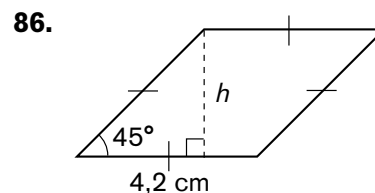
$x^2 = 56^2 + 33^2, x = 65$ (mm)

77. a) $x = \sqrt{8,4^2 - 6,9^2} \approx 4,8$ (cm)
 b) $x = 8,4 \cdot \cos 55^\circ \approx 4,8$ (cm)
 78. a) $x^2 + 0,9^2 = 4,1^2, x = 4,0,$
 $A = 0,9 \text{ m} \cdot 4,0 \text{ m} = 3,6 \text{ m}^2,$
 sivun pituus on 4,0 m ja suorakulmion pinta-ala 3,6 m²
 b) $x^2 + 120^2 = 350^2, x = \sqrt{108\,100} \approx 329,$
 $A = 120 \text{ mm} \cdot \sqrt{108\,100} \text{ mm}$
 $\approx 39\,500 \text{ mm}^2,$ sivun pituus on 329 mm ja suorakulmion pinta-ala 39 500 mm²
 79. a) $x^2 = 1,0^2 + 1,0^2, x \approx 1,4$ (cm)
 b) $x^2 = 7,1^2 + 7,1^2, x \approx 10$ (cm)

80. a) $h = \sqrt{3,0^2 - 1,5^2} \text{ cm} \approx 2,6 \text{ cm},$
 $A = \frac{3,0 \text{ cm} \cdot \sqrt{3,0^2 - 1,5^2} \text{ cm}}{2}$
 $\approx 3,9 \text{ cm}^2$
 b) $h = 3,0 \text{ cm} \cdot \sin 60^\circ \approx 2,6 \text{ cm},$
 $A = \frac{3,0 \text{ cm} \cdot \sin 60^\circ \cdot 3,0 \text{ cm}}{2} \approx 3,9 \text{ cm}^2$
 81. a) $a = 2 \cdot \sqrt{19,4^2 - 14,4^2} \text{ cm} = 26,0 \text{ cm},$
 $A = 26,0 \text{ cm} \cdot 14,4 \text{ cm} : 2 \approx 187 \text{ cm}^2$
 b) $a = 2 \cdot 14,4 \text{ cm} \cdot \tan 42^\circ \approx 26,0 \text{ cm},$
 $A = \frac{2 \cdot 14,4 \text{ cm} \cdot \tan 42^\circ \cdot 14,4 \text{ cm}}{2}$
 $\approx 187 \text{ cm}^2$

10 Suorakulmisen kolmion sovelluksia 26

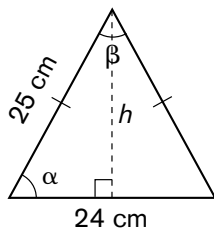
82. 16 cm²
 83. 5,8 cm²
 84. a) $h = \sqrt{5,8^2 - 4,0^2} \text{ cm} = 4,2 \text{ cm}$
 b) $\alpha \approx 46^\circ$ c) $\beta \approx 88^\circ$
 85. a) $\alpha \approx 11^\circ$ b) 14 m



- a) $h = 4,2 \text{ cm} \cdot \sin 45^\circ \approx 3,0 \text{ cm}$
 b) $A = 4,2 \text{ cm} \cdot \sin 45^\circ \cdot 4,2 \text{ cm} \approx 12 \text{ cm}^2$

87. a) 250 cm b) 210 cm

88.



- a) $h = \sqrt{25^2 - 12^2}$ cm \approx 22 cm
 b) kantakulma $\alpha \approx 61^\circ$, huippukulma $\beta \approx 58^\circ$
 c) $A = 24$ cm \cdot $\sqrt{25^2 - 12^2}$ cm : 2 \approx 260 cm²

89. a) 180 m : 655 m \approx 27 %

- b) $\alpha \approx 16^\circ$ c) 80 m \cdot 0,52 \approx 42 m

90. 0,53°

11 Kertaustehtäviä

28

91. a) Suorakulmaiset kolmiot *ABC* ja *DEF* ovat yhdenmuotoiset, sillä niissä on kaksi yhtä suurta kulmaa 65° ja 90° .

b)

Kolmio	<i>ABC</i>	<i>DEF</i>
kulman 65° vastainen kateetti	6,6 cm	10,6 cm
kulman 65° viereinen kateetti	3,1 cm	5,0 cm
hypotenuusa	7,3 cm	11,7 cm

92. a) $\sin \alpha = 0,600$, $\cos \alpha = 0,800$,
 $\tan \alpha = 0,750$

- b) $\sin \alpha \approx 0,508$, $\cos \alpha \approx 0,862$,
 $\tan \alpha \approx 0,589$

93. a) $\alpha \approx 39^\circ$ b) $\alpha \approx 45^\circ$
 c) $\alpha \approx 34^\circ$ d) $\alpha \approx 42^\circ$

94. a) 4,0 b) 6,8 c) 6,5 d) 28

95. a) $\alpha \approx 58^\circ$ b) $\alpha \approx 54^\circ$

96. a) $\alpha = 30^\circ$ ja $\beta = 60^\circ$
 b) $\alpha = 45^\circ$ ja $\beta = 45^\circ$

97. a) 10 cm b) 9,0 cm

98. a) 14 m b) 9,5 cm

99. a) $a = 14$ cm \cdot $\cos 32^\circ \approx 12$ cm
 b) $h = 14$ cm \cdot $\sin 32^\circ \approx 7,4$ cm
 c) $A = 14$ cm \cdot $\cos 32^\circ \cdot 14$ cm \cdot $\sin 32^\circ : 2$
 ≈ 44 cm²

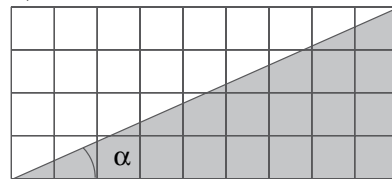
100. a) $x = 3,0$ cm b) $x = 14$ cm

101. a) Suorakulmaiset kolmiot *ABC* ja *ACD* ovat yhdenmuotoiset, sillä niissä on kaksi yhtä suurta kulmaa α ja 90° .

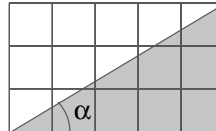
b)

Kolmio	<i>ABC</i>	<i>ACD</i>
α :n vastainen kateetti	3,3 m	2,8 m
α :n viereinen kateetti	5,6 m	4,8 m
hypotenuusa	6,5 m	5,6 m

102. a)



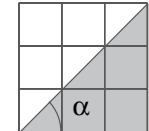
b)



c)



d)



103. a) 4,8 cm

- b) 23° ja 67°

104.



- a) $x = 68$ cm

- b) $x \approx 68$ cm

105. $A = 4 \cdot 10$ cm \cdot $\cos 30^\circ \cdot 10$ cm \cdot $\sin 30^\circ : 2$
 ≈ 87 cm²

106. 12 m

107. a) $h \approx 3,6$ cm
 c) $A \approx 6,6$ cm²

- b) $a \approx 3,7$ cm

108. a) $AC \approx 5,2$ cm
 c) $A \approx 7,8$ cm²

- b) $\sphericalangle BAC = 30^\circ$

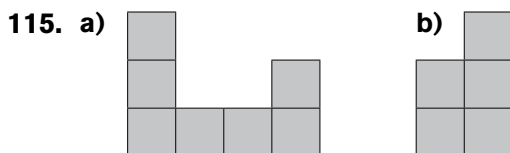
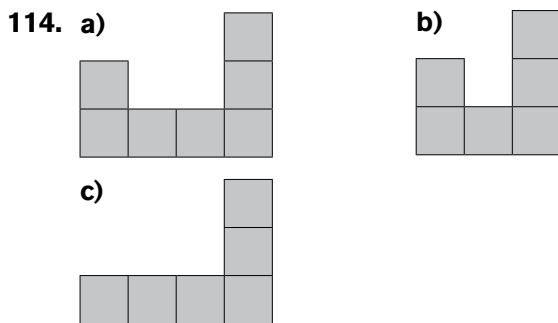
109. 16°

110. a) A ja G b) E
 c) A, F ja G d) A, B, F ja G
 e) B f) D ja E g) D

111. A: suora ympyrälieriö
 B: suora ympyräkartioiden
 C: suorakulmainen särmiö
 D: kolmisivuinen pyramidi
 E: kolmisivuinen särmiö
 F: lieriö

112. a) tahkoja 6, kärkiä 8 ja särmiä 12
 b) tahkoja 7, kärkiä 10 ja särmiä 15

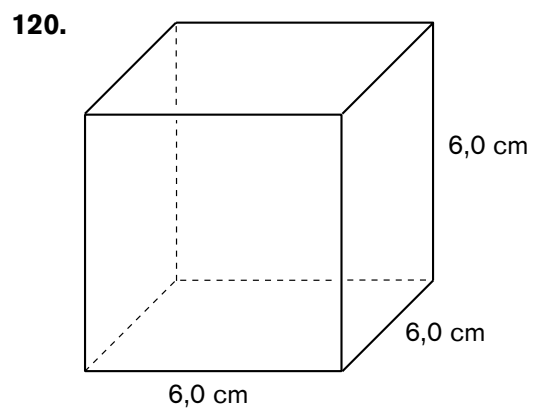
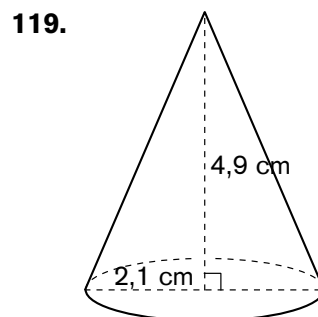
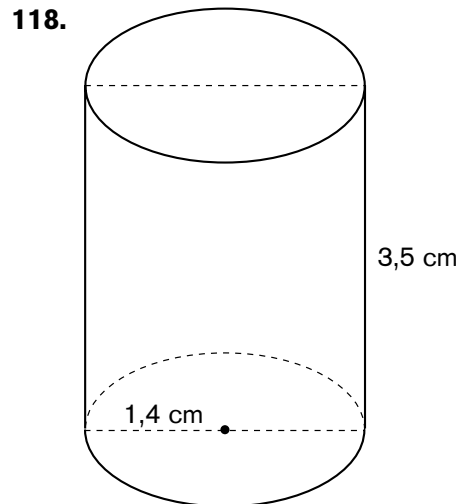
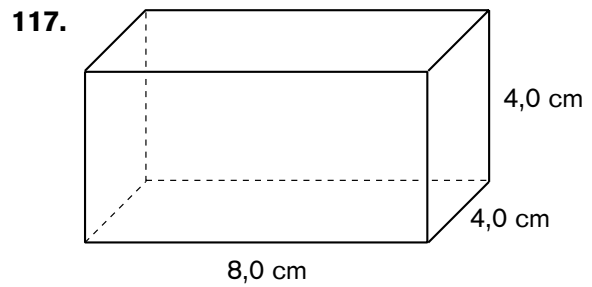
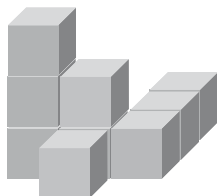
113. a) suoraa ympyrälieriötä tai palloa
 b) suorakulmaista särmiötä tai kuutiota
 c) säännöllistä nelisivuista pyramidia tai säännöllistä 8-tahokasta
 d) suorakulmaista särmiötä
 e) suoraa ympyräkartiota
 f) kolmisivuista särmiötä



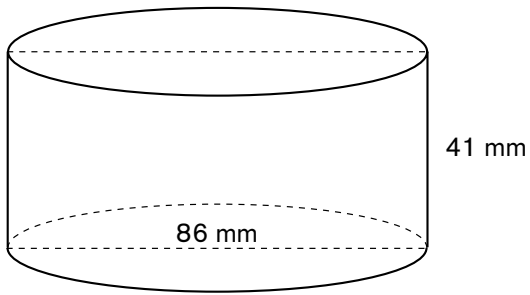
116. a) Kappale muodostuu kuudesta pikkukuutiosta. Alemmassa kerroksessa on neljä ja ylemmässä kaksi kuutiota.



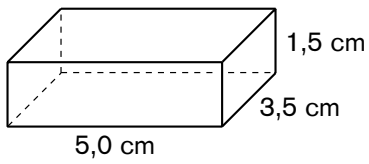
- b) Kappale muodostuu yhdeksästä pikkukuutiosta. Kuutiot ovat kolmessa kerroksessa siten, että alimmassa kerroksessa on kuusi kuutiota, keskimmissä kerroksissa on kaksi kuutiota ja ylimmissä on yksi kuutio.



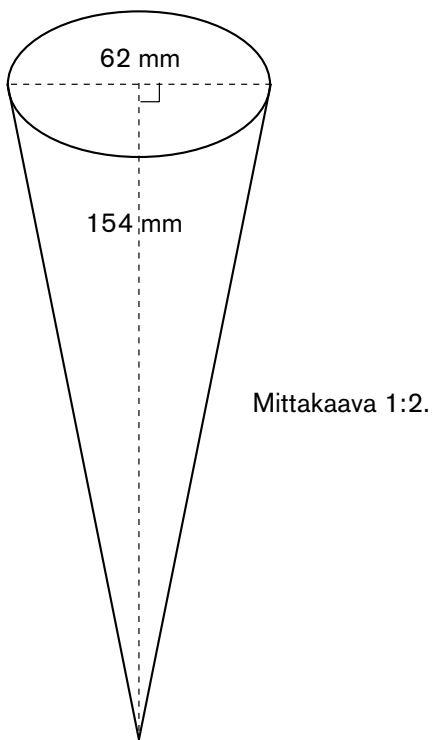
121.



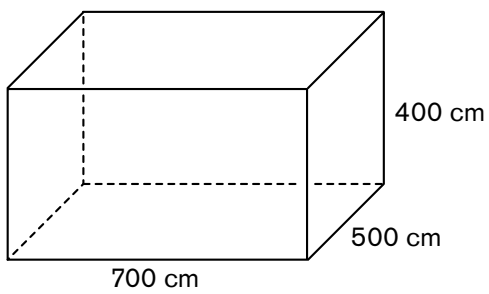
122.



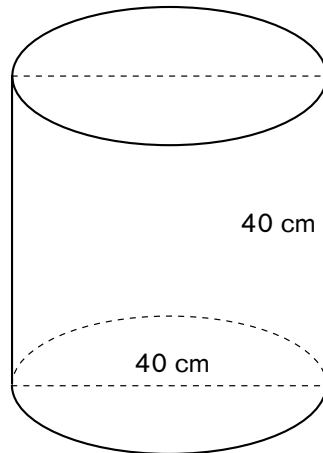
123.



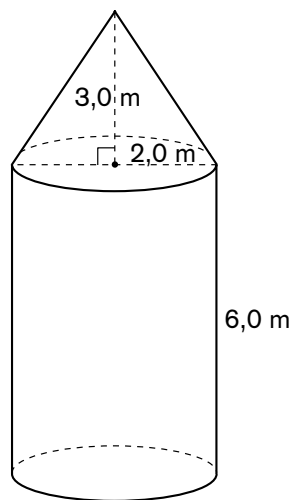
124. Mittakaavassa 1:100 pituus on 7 cm, leveys 5 cm ja korkeus 4 cm.



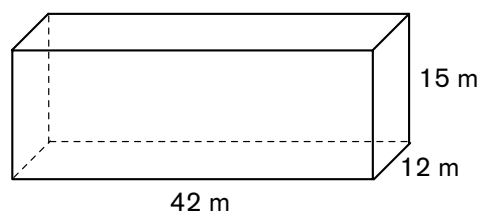
125. Mittakaavassa 1:8 pohjan halkaisija ja korkeus ovat 5 cm.



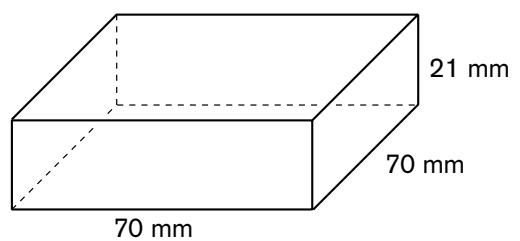
126.



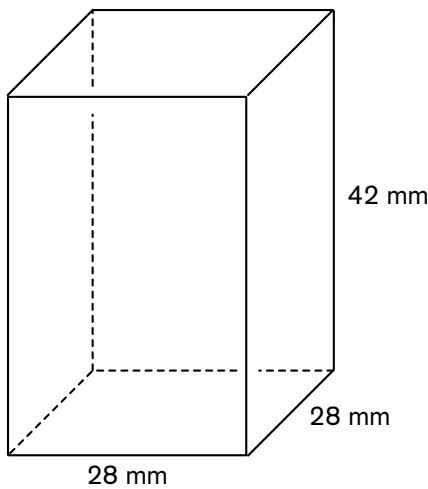
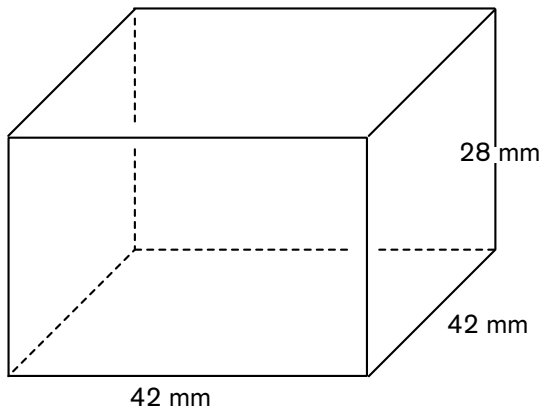
127.



128.



129.



14 Kertausta: Pinta-alan ja tilavuuden yksiköt **34**

130. a) 26 cm^2 b) $20\,000 \text{ cm}^2$
 c) 600 cm^2 d) $5\,800 \text{ cm}^2$
 e) $0,49 \text{ cm}^2$ f) $25\,000 \text{ cm}^2$
131. a) $4\,000 \text{ dm}^3$ b) $0,8 \text{ dm}^3$
 c) $0,01 \text{ dm}^3$ d) 6 dm^3
 e) 2 dm^3 f) $1,7 \text{ dm}^3$
132. a) $1,5 \text{ l}$ b) 8 l c) 300 l
 d) $1\,000 \text{ l}$ e) 3 l f) 30 l

133.

ha	a	m^2	dm^2	cm^2
0,025	2,5	250	25 000	2 500 000
0,0003	0,03	3	300	30 000
0,00006	0,006	0,6	60	6 000
0,35	35	3 500	350 000	35 000 000

134.

m^3	dm^3	cm^3	mm^3
0,014	14	14 000	14 000 000
0,76	760	760 000	760 000 000
0,003	3	3 000	3 000 000
0,0005	0,5	500	500 000

135. $0,00003 \text{ m}^3 = 3 \text{ cl} < 0,3 \text{ dm}^3 < 3\,000 \text{ ml}$
 $< 300 \text{ dl} < 300\,000 \text{ cm}^3$

136. a) $A = 2\,500 \text{ cm}^2 = 0,25 \text{ m}^2$
 b) $A = 1\,200 \text{ cm}^2 = 0,12 \text{ m}^2$

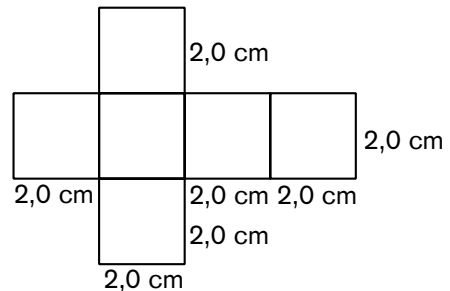
137. a) $3,91 \text{ dm}^2$ b) $1,1 \text{ dm}^2$

138. a) $A = 20\,160 \text{ m}^2 \approx 2,02 \text{ ha}$
 b) $A = 12\,960 \text{ m}^2 \approx 1,3 \text{ ha}$

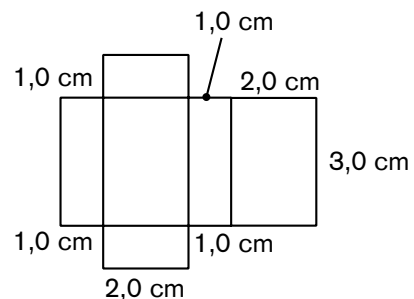
139. a) $233,28 \text{ €}$ b) $2 \text{ d } 1 \text{ h } 5 \text{ min}$

15 Suorakulmaisen särmiön tilavuus ja pinta-ala **36**

140. a)



b)



141. a) $V = 8,0 \text{ cm}^3$ ja $A = 24 \text{ cm}^2$
 b) $V = 2\,200 \text{ cm}^3$ ja $A = 1\,010 \text{ cm}^2$

142. a) $V = 30 \text{ cm}^3$ ja $A = 62 \text{ cm}^2$
 b) $V = 56 \text{ cm}^3$ ja $A = 100 \text{ cm}^2$

143. 27 l

144. $2(5,0 \text{ m} \cdot 2,4 \text{ m} + 4,0 \text{ m} \cdot 2,4 \text{ m}) - 4,7 \text{ m}^2$
 $= 38,5 \text{ m}^2$
 $2 \cdot 38,5 \text{ m}^2 : 7 \text{ m}^2/\text{l} = 11 \text{ l}$
 Maalia täytyy varata 11 litraa.

145. a) $V = 210\,375\text{ cm}^3 \approx 210\text{ dm}^3 = 210\text{ l}$

b) $\frac{V}{A_p} = \frac{180\,000\text{ cm}^3}{85\text{ cm} \cdot 45\text{ cm}} \approx 47\text{ cm}$
 Vesikerros on 47 cm korkea.

146. $125\text{ dm} \cdot 80\text{ dm} \cdot 0,050\text{ dm} = 500\text{ dm}^3$
 Nurmikolle satoi 500 litraa vettä.

147. a) $V = 1\,144\text{ cm}^3 \approx 1\,100\text{ cm}^3$

b) $2 \cdot (4,0\text{ cm} \cdot 13\text{ cm} + 4,0\text{ cm} \cdot 22\text{ cm}) + 13\text{ cm} \cdot 22\text{ cm} = 566\text{ cm}^2$,
 $A \approx 570\text{ cm}^2$

16 Lieriön tilavuus

38

148. a) 390 cm^3

b) $1,50\text{ dm}^3$

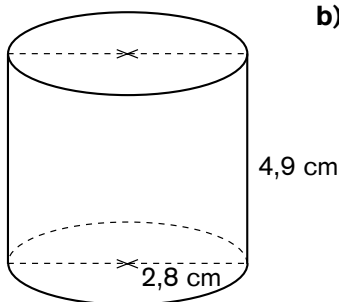
c) 68 cm^3

d) 86 cm^3

149. a) $V \approx 320\text{ cm}^3$

b) $V \approx 450\text{ cm}^3$

150. a)



b) 120 cm^3

151. $V = 4\,275\text{ m}^3 \approx 4\,280\text{ m}^3$

152. a) $A_p = 50,0\text{ cm}^2$

b) $V = 500\text{ cm}^3$

153. a) suora kahdeksansivuinen särmiö,
 $V = 38\text{ cm}^3$

b) suora kolmisivuinen särmiö,
 $V = 36\text{ cm}^3$

154. $V = \pi \cdot \left(\frac{0,19\text{ dm}}{2}\right)^2 \cdot 250\text{ dm} \approx 7,1\text{ dm}^3$

155. $V = \pi \cdot (4,0\text{ cm})^2 \cdot 3,0\text{ cm} \approx 150\text{ cm}^3$

156. $h = \frac{1\,000\text{ cm}^3}{\pi \cdot (9,0\text{ cm})^2} \approx 3,9\text{ cm}$

17 Kartion tilavuus

40

157. a) $V = \frac{65\text{ cm}^2 \cdot 9,1\text{ cm}}{3} \approx 200\text{ cm}^3$

b) $V = \frac{13\text{ cm}^2 \cdot 5,0\text{ cm}}{3} \approx 22\text{ cm}^3$

c) $V = \frac{36\text{ cm}^2 \cdot 4,0\text{ cm}}{3} = 48\text{ cm}^3$

d) $V = \frac{14\text{ cm}^2 \cdot 4,3\text{ cm}}{3} \approx 20\text{ cm}^3$

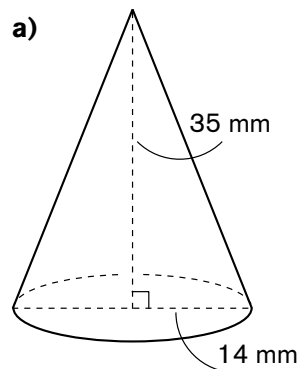
158. a) $V = \frac{6,0\text{ cm} \cdot 4,0\text{ cm} \cdot 6,0\text{ cm}}{3} = 48\text{ cm}^3$

b) $V = \frac{5,0\text{ cm} \cdot 4,5\text{ cm} \cdot 5,5\text{ cm}}{3} \approx 41\text{ cm}^3$

159. a) $V = \frac{3,2\text{ cm} \cdot 2,6\text{ cm} \cdot 0,5 \cdot 3,8\text{ cm}}{3} \approx 5,3\text{ cm}^3$

b) $V = \frac{6,3\text{ cm} \cdot 3,0\text{ cm} \cdot 0,5 \cdot 7,4\text{ cm}}{3} \approx 23\text{ cm}^3$

160. a)



b) $V = \frac{\pi \cdot (14\text{ mm})^2 \cdot 35\text{ mm}}{3} \approx 7\,200\text{ mm}^3$

161. a) $h = \sqrt{106^2 - 56^2}\text{ cm} = 90\text{ cm}$,
 $V = \frac{\pi \cdot (56\text{ cm})^2 \cdot 90\text{ cm}}{3}$

$\approx 300\,000\text{ cm}^3 = 300\text{ dm}^3$

b) $h = \sqrt{7,4^2 - 2,4^2}\text{ cm} = 7,0\text{ cm}$,

$V = \frac{\pi \cdot (2,4\text{ cm})^2 \cdot 7,0\text{ cm}}{3} \approx 42\text{ cm}^3$

162. $V = \frac{\pi \cdot (0,325\text{ dm})^2 \cdot 1,5\text{ dm}}{3}$
 $\approx 0,17\text{ dm}^3 = 0,17\text{ l} = 1,7\text{ dl}$

163. a) $V = \frac{(1,0\text{ dm})^2 \cdot 1,0\text{ dm}}{3}$
 $= 0,333\dots\text{ dm}^3 \approx 0,33\text{ dm}^3$

b) kolminkertainen

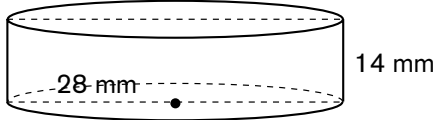
164. $1,2\text{ dm}^3 : \left(\frac{\pi \cdot (0,35\text{ dm})^2 \cdot 1,3\text{ dm}}{3}\right) \approx 7$

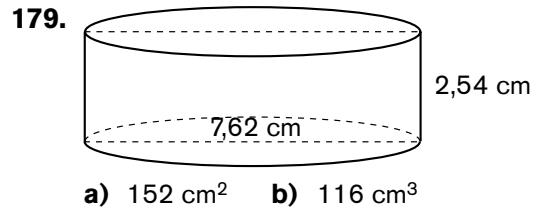
165. a) $A_P = \frac{3V}{h} = \frac{3 \cdot 1500 \text{ cm}^3}{20 \text{ cm}} = 225 \text{ cm}^2$
 $\approx 230 \text{ cm}^2$
 b) $r = \sqrt{\frac{A_P}{\pi}} = \sqrt{\frac{225 \text{ cm}^2}{\pi}} \approx 8,5 \text{ cm}$

18 Tilavuuksia 42

166. Mahtuu, sillä kaurahiutalepaketin tilavuus on $1,88 \text{ dm}^3$ ja säilytysastian tilavuus on $1,98 \text{ dm}^3$.
167. a) 340 cm^3
 b) Voidaan, sillä ympyräkartion tilavuus on sama kuin ympyrälieriön.
168. a) 790 cm^3 b) 210 cm^3 c) 21%
169. $\pi \cdot (4,15 \text{ cm})^2 \cdot 8,0 \text{ cm} - \pi \cdot (3,15 \text{ cm})^2 \cdot 6,2 \text{ cm} = 239,5 \dots \text{ cm}^3 \approx 240 \text{ cm}^3$
170. $V_{\text{setelit}} \approx 101\,254 \text{ cm}^3$ ja $V_{\text{laukku}} = 93\,296 \text{ cm}^3$, eivät mahdu
171. $V_P = 4 \cdot 0,5 \cdot 6,0 \text{ cm} \cdot 6,0 \text{ cm} \cdot 6,0 \text{ cm} : 3$;
 $V_L = \pi \cdot (6,0 \text{ cm})^2 \cdot 6,0 \text{ cm}$;
 $V_P/V_L \approx 21 \%$
172. a) $V = \pi \cdot (13,5 \text{ cm})^2 \cdot 39 \text{ cm} = 22\,329,6 \dots \text{ cm}^3 \approx 22$ litraa
 b) $\frac{\pi \cdot (13,5 \text{ cm})^2 \cdot 39 \text{ cm}}{70 \text{ cm} \cdot 50 \text{ cm}} \approx 6,4 \text{ cm}$
 c) $\frac{70 \text{ cm} \cdot 50 \text{ cm} \cdot 50 \text{ cm}}{\pi \cdot (13,5 \text{ cm})^2 \cdot 39 \text{ cm}} = 7,837 \dots$,
 7 lieriöllistä
173. $\frac{22 \text{ cm} \cdot 70 \text{ cm} \cdot 50 \text{ cm}}{50 \text{ cm} \cdot 50 \text{ cm}} = 30,8 \text{ cm} \approx 31 \text{ cm}$

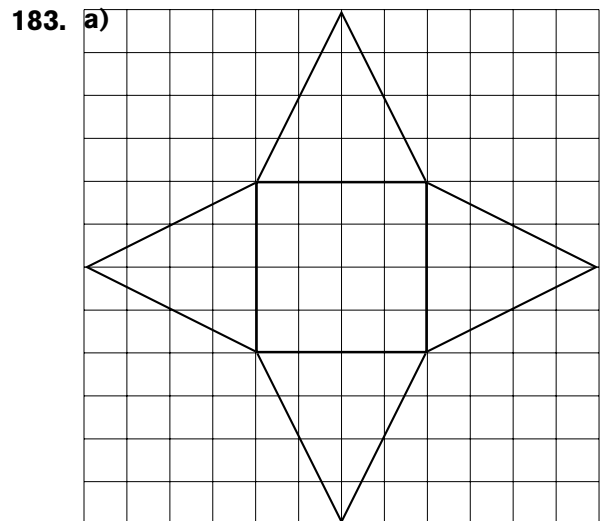
19 Lieriön pinta-ala 44

174. a) 63 cm^2 b) 13 cm^2 c) 88 cm^2
175. 
 $A \approx 7\,400 \text{ mm}^2$
176. a) 110 cm^2 tai 90 cm^2 b) 45 cm^2
177. a) $2,4 \text{ m}$ b) 15 m^2
178. 598 cm^2



180. a) $5,0 \text{ cm}$ b) 39 cm c) 72 cm^2
181. a) $(2 \cdot 3,8 \cdot 10 + 2 \cdot 3,8 \cdot 5,4 + 2 \cdot 1,6 \cdot 5,4 : 2) \text{ m}^2 = 125,68 \text{ m}^2$
 $125,68 \text{ m}^2 - 9,8 \text{ m}^2 = 115,88 \text{ m}^2$
 Maalattava pinta-ala on noin 120 m^2 .
 b) $\frac{2 \cdot 115,88 \text{ m}^2}{6 \text{ m}^2/\text{l}} = 38,626 \dots \text{ l}$
 Maalia tarvitaan 39 litraa.
182. a) $6,7 \%$ b) 14% c) 21%

20 Pyramidin pinta-ala 46



- b) $A_V = 4 \cdot 4 \cdot 4 : 2 = 32$ (ruutua)
 c) $A = 4 \cdot 4 + 32 = 48$ (ruutua)
184. a) $A_P = 4,00 \text{ cm} \cdot 3,46 \text{ cm} : 2 = 6,92 \text{ cm}^2$
 b) $A_V = 3 \cdot 4,00 \text{ cm} \cdot 6,00 \text{ cm} : 2 = 36,0 \text{ cm}^2$
 c) $A \approx 42,9 \text{ cm}^2$
185. $A = 4 \cdot 3,00 \text{ m} \cdot 1,65 \text{ m} : 2 = 9,90 \text{ m}^2$
186. a) Ei voida, sillä sivutahkojen kyljet ovat erimittaiset.
 b) Ei voida, sillä pyramidin korkeus ei voi olla nolla.
 c) Ei voida, sillä vaipasta puuttuu yksi sivutahko.
 d) Kyllä voidaan.

187. a) $x = \sqrt{15^2 + 8^2} \text{ cm} = 17 \text{ cm}$
 b) $A_V = 4 \cdot 16 \text{ cm} \cdot 17 \text{ cm} : 2 = 544 \text{ cm}^2 \approx 540 \text{ cm}^2$
 c) $A = 544 \text{ cm}^2 + 16 \text{ cm} \cdot 16 \text{ cm} = 800 \text{ cm}^2$
188. a) $h = \sqrt{10,0^2 - 2,8^2} \text{ cm} = 9,6 \text{ cm}$
 b) $A_V = 4 \cdot 5,6 \text{ cm} \cdot 9,6 \text{ cm} : 2 \approx 110 \text{ cm}^2$
189. a) $A = 10 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} + 4 \cdot 10 \text{ cm} \cdot 13 \text{ cm} : 2 = 360 \text{ cm}^2$
 b) $h = \sqrt{13^2 - 5^2} \text{ cm} = 12 \text{ cm}$
 c) $V = 10 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} \cdot 12 \text{ cm} : 3 = 400 \text{ cm}^3$

21 Suoran ympyräkartion pinta-ala 48

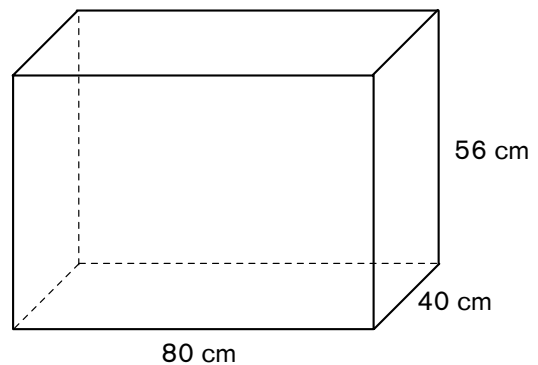
190. a) $A_V = \pi \cdot 2,0 \text{ cm} \cdot 4,0 \text{ cm} \approx 25 \text{ cm}^2$
 b) $A_V = \pi \cdot 12,0 \text{ cm} : 2 \cdot 25,0 \text{ cm} \approx 471 \text{ cm}^2$
191. a) $A = \pi \cdot (5,0 \text{ cm})^2 + \pi \cdot 5,0 \text{ cm} \cdot 9,5 \text{ cm} \approx 230 \text{ cm}^2$
 b) $A = \pi \cdot (1,0 \text{ cm})^2 + \pi \cdot 1,0 \text{ cm} \cdot 7,0 \text{ cm} \approx 25 \text{ cm}^2$
192. a) $A_V = \pi \cdot 15 \text{ mm} \cdot 34 \text{ mm} \approx 1\,600 \text{ mm}^2$
 b) $A = \pi \cdot (15 \text{ mm})^2 + \pi \cdot 15 \text{ mm} \cdot 34 \text{ mm} \approx 2\,300 \text{ mm}^2$
193. a) $r = \frac{54 \text{ cm}}{2\pi} \approx 8,6 \text{ cm}$
 b) $A_V = \pi \cdot \frac{54 \text{ cm}}{2\pi} \cdot 42 \text{ cm} = 1\,134 \text{ cm}^2 \approx 11 \text{ dm}^2$
194. a) Ei voi olla, sillä ympyräkartion vaipan on oltava sektorin muotoinen.
 b) Voi olla, sillä ympyräkartion vaippa on sektorin muotoinen.
 c) Voi olla, sillä ympyräkartion vaippa on sektorin muotoinen.
 d) Voi olla, sillä ympyräkartion vaippa on sektorin muotoinen.
195. a) $A_V = \pi \cdot 1,3 \text{ cm} \cdot 2,95 \text{ cm} \approx 12 \text{ cm}^2$
 b) $A = \pi \cdot (1,3 \text{ cm})^2 + \pi \cdot 1,3 \text{ cm} \cdot 2,95 \text{ cm} \approx 17 \text{ cm}^2$
 c) $V = \pi \cdot (1,3 \text{ cm})^2 \cdot 2,65 \text{ cm} : 3 \approx 4,7 \text{ cm}^3$
196. a) $s = \sqrt{10^2 + 24^2} \text{ cm} = 26 \text{ cm}$
 b) $A_V = \pi \cdot 10 \text{ cm} \cdot 26 \text{ cm} \approx 820 \text{ cm}^2$

197. a) $h = \sqrt{17^2 - 8^2} \text{ cm} = 15 \text{ cm}$
 b) $A = \pi \cdot 8,0 \text{ cm} \cdot 17 \text{ cm} + \pi \cdot (8,0 \text{ cm})^2 \approx 630 \text{ cm}^2$
 c) $V = \pi \cdot (8,0 \text{ cm})^2 \cdot 15 \text{ cm} : 3 \approx 1\,000 \text{ cm}^3$
198. a) $r = \sqrt{23^2 - 11^2} \text{ cm} = \sqrt{408} \text{ cm} \approx 20 \text{ cm}$
 b) $A = \pi \cdot \sqrt{408} \text{ cm} \cdot 23 \text{ cm} + \pi \cdot (\sqrt{408} \text{ cm})^2 \approx 2\,700 \text{ cm}^2$

22 Pinta-aloja 50

199. a) $A = \pi \cdot 0,74 \text{ m} \cdot 1,10 \text{ m} \approx 2,6 \text{ m}^2$
 b) $A = 7 \cdot \pi \cdot 0,74 \text{ m} \cdot 1,10 \text{ m} \approx 18 \text{ m}^2$

200.



$$A = 8,0 \text{ dm} \cdot 4,0 \text{ dm} + 2 \cdot 4,0 \text{ dm} \cdot 5,6 \text{ dm} + 2 \cdot 8,0 \text{ dm} \cdot 5,6 \text{ dm} = 166,4 \text{ dm}^2 \approx 170 \text{ dm}^2$$

201. $A = 2 \cdot \pi \cdot (0,48 \text{ dm})^2 + 2 \cdot \pi \cdot 0,48 \text{ dm} \cdot 1,12 \text{ dm} \approx 4,8 \text{ dm}^2$
202. $A = \pi \cdot (1,0 \text{ dm})^2 + \pi \cdot 1,0 \text{ dm} \cdot 2,0 \text{ dm} \approx 9,4 \text{ dm}^2$
203. $A_V = 6 \cdot 3,0 \text{ m} \cdot 6,5 \text{ m} : 2 \approx 59 \text{ m}^2$
204. $A = 2 \cdot 1,55 \text{ m} \cdot 1,55 \text{ m} : 2 + 2 \cdot 1,55 \text{ m} \cdot 2,15 \text{ m} + 2,15 \text{ m} \cdot \sqrt{1,55^2 + 1,55^2} \text{ m} \approx 13,780 \text{ m}^2$;
 $13,780 \text{ m}^2 : 7,5 \text{ m}^2/\text{l} \approx 1,9 \text{ l}$;
 2,0 litran astia riittää
205. $100 \text{ m}^2 : (\pi \cdot 1,48 \text{ m} \cdot 2,13 \text{ m}) \approx 10$
206. Kuution särmän pituus on $\sqrt{50} \text{ cm}$.
 a) $A = 2 \cdot \pi \cdot (5,0 \text{ cm})^2 + 2 \cdot \pi \cdot 5,0 \text{ cm} \cdot \sqrt{50} \text{ cm} \approx 380 \text{ cm}^2$
 b) $A = 6 \cdot 50 \text{ cm}^2 = 300 \text{ cm}^2$
 c) 79 %
207. $A = \pi \cdot 6,0 \text{ m} \cdot \sqrt{6,0^2 + 3,9^2} \text{ m} \approx 130 \text{ m}^2$

- 208. a)** 10,00 cm
b) $r = \sqrt{\frac{100,0}{\pi}} \text{ cm} \approx 5,642 \text{ cm}$
c) Kuution pinta-ala on 600,0 cm².
 Lierion pinta-ala on 554,4907... cm².
 Lierion pinta-ala on 7,585 % pienempi kuin kuution pinta-ala.

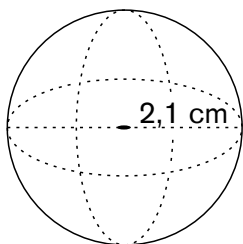
209. 1,56 m

23 Pallo

52

- 210. a)** $A \approx 150 \text{ cm}^2$ **b)** $V \approx 92\,000 \text{ cm}^3$
c) $A \approx 310 \text{ cm}^2$ **d)** $V \approx 7\,200 \text{ mm}^3$

211. a)



- b)** $V = 4 \cdot \pi \cdot (2,1 \text{ cm})^3 : 3 \approx 39 \text{ cm}^3$
c) $A = 4 \cdot \pi \cdot (2,1 \text{ cm})^2 \approx 55 \text{ cm}^2$
- 212. a)** $V = \frac{4 \cdot \pi \cdot (7,0 \text{ cm})^3}{3} \approx 1\,400 \text{ cm}^3$,
 $A = 4 \cdot \pi \cdot (7,0 \text{ cm})^2 \approx 620 \text{ cm}^2$
b) $V = \frac{4 \cdot \pi \cdot (5,5 \text{ cm})^3}{3} \approx 700 \text{ cm}^3$,
 $A = 4 \cdot \pi \cdot (5,5 \text{ cm})^2 \approx 380 \text{ cm}^2$
- 213. a)** $V = \frac{4 \cdot \pi \cdot (12,0 \text{ cm})^3}{3} \approx 7\,240 \text{ cm}^3$,
 $A = 4 \cdot \pi \cdot (12,0 \text{ cm})^2 \approx 1\,810 \text{ cm}^2$
b) $V = \frac{4 \cdot \pi \cdot (3,2 \text{ cm})^3}{3} \approx 140 \text{ cm}^3$,
 $A = 4 \cdot \pi \cdot (3,2 \text{ cm})^2 \approx 130 \text{ cm}^2$
- 214. a)** $V_S = \frac{4 \cdot \pi \cdot (2,0 \text{ cm})^3}{3} = \frac{32}{3} \pi \text{ cm}^3$
 $\approx 34 \text{ cm}^3$,
 $V_P = \frac{4 \cdot \pi \cdot (1,0 \text{ cm})^3}{3} = \frac{4}{3} \pi \text{ cm}^3$
 $\approx 4,2 \text{ cm}^3$
b) $\frac{V_S}{V_P} = \frac{32}{3} \pi : \frac{4}{3} \pi = 8 = 8:1$

- 215. a)** $A_1 = \pi \cdot (7,0 \text{ cm})^2 = 49\pi \text{ cm}^2$
 $= 153,93... \text{ cm}^2 \approx 150 \text{ cm}^2$
b) $A_K = 4 \cdot \pi \cdot (7,0 \text{ cm})^2 : 2 = 98\pi \text{ cm}^2$
 $= 307,87... \text{ cm}^2 \approx 310 \text{ cm}^2$
c) $\frac{A_K}{A_1} = \frac{98\pi \text{ cm}^2}{49\pi \text{ cm}^2} = 2 = 2:1$

- 216. a)** $r = \frac{70 \text{ cm}}{2 \cdot \pi} \approx 11 \text{ cm}$
 $4 \cdot \pi \cdot \left(\frac{70 \text{ cm}}{2 \cdot \pi}\right)^3$
b) $V = \frac{4 \cdot \pi \cdot \left(\frac{70 \text{ cm}}{2 \cdot \pi}\right)^3}{3} \approx 5\,800 \text{ cm}^3$
c) $A = 4 \cdot \pi \cdot \left(\frac{70 \text{ cm}}{2 \cdot \pi}\right)^2 \approx 1\,600 \text{ cm}^2$

- 217.** $1\,000 \text{ cm}^3 : \frac{4 \cdot \pi \cdot (1,5 \text{ cm})^3}{3}$
 $= 70,73..., 70 \text{ kookospalloa}$

- 218.** $3,00 \text{ €} : \frac{2 \cdot 4 \cdot \pi \cdot (0,225 \text{ dm})^3}{3} \approx 31,44 \text{ €/l}$

- 219.** $\frac{4 \cdot \pi \cdot (6,0 \text{ cm})^3}{3} : (50 \text{ cm} \cdot 30 \text{ cm})$
 $+ 17,5 \text{ cm} \approx 18,1 \text{ cm}$

- 220. a)** $V_A = \frac{4 \cdot \pi \cdot (4,0 \text{ cm})^3}{3} \approx 270 \text{ cm}^3$
b) $V_K = \frac{4 \cdot \pi \cdot (4,0 \text{ cm})^3}{3} - \frac{4 \cdot \pi \cdot (3,3 \text{ cm})^3}{3}$
 $\approx 120 \text{ cm}^3$
c) $\frac{V_K}{V_A} \approx 44 \%$

221. Ympyrän säde on 4,0 cm.

24 Tilavuuksia ja pinta-aloja**54**

222. a) $V = 6,0 \text{ cm} \cdot 6,0 \text{ cm} \cdot 10,0 \text{ cm}$
 $= 360 \text{ cm}^3$

b) $V = \pi \cdot (3,0 \text{ cm})^2 \cdot 12,0 \text{ cm} \approx 340 \text{ cm}^3$

c) $V = \frac{(9,0 \text{ cm})^2 \cdot 13,0 \text{ cm}}{3} \approx 350 \text{ cm}^3$

d) $V = \frac{4 \cdot \pi \cdot (4,5 \text{ cm})^3}{3} \approx 380 \text{ cm}^3$

223. $\pi \cdot (5,0 \text{ cm})^2 \cdot 10 \text{ cm} : \left(\frac{4 \cdot \pi \cdot (5,0 \text{ cm})^3}{6} \right)$
 $= 3$

224. $V = \pi \cdot (1,5 \text{ dm})^2 \cdot 5,0 \text{ dm} + \frac{4 \cdot \pi \cdot (1,5 \text{ dm})^3}{3}$
 $\approx 49 \text{ dm}^3 = 49 \text{ l}$

225. $V = \frac{(10,0 \text{ cm} \cdot 10,0 \text{ cm} : 2) \cdot 10,0 \text{ cm}}{3}$
 $\approx 170 \text{ cm}^3$

226. $V_{\text{tötkerö}} \approx 78,5 \text{ cm}^3$ ja $V_{\text{pallo}} \approx 113 \text{ cm}^3$,
 ei mahdu

227. a) Pallon säde on $r = \sqrt{\frac{100 \text{ cm}^2}{4 \cdot \pi}}$, jolloin
 pallon tilavuus

$$V = \frac{4 \cdot \pi \cdot \left(\sqrt{\frac{100 \text{ cm}^2}{4 \cdot \pi}} \right)^3}{3}$$

$$= 94,0315... \text{ cm}^3 \approx 94,0 \text{ cm}^3.$$

b) Kuution särmä on $a = \sqrt{\frac{100 \text{ cm}^2}{6}}$,
 jolloin kuution tilavuus

$$V = \left(\sqrt{\frac{100 \text{ cm}^2}{6}} \right)^3 = 68,0413... \text{ cm}^3$$

$$\approx 68,0 \text{ cm}^3.$$

c) Pallon tilavuus on
 $(94,0315... \text{ cm}^3 - 68,0413... \text{ cm}^3) :$
 $68,0413... \text{ cm}^3 = 0,3819... \approx 38,2 \%$
 kuution tilavuutta suurempi.

228. $V_p : V_k =$

$$\left(\frac{4 \cdot \pi \cdot (5,0 \text{ cm})^3}{6} \right) : \left(\frac{\pi \cdot (5,0 \text{ cm})^2 \cdot 10 \text{ cm}}{3} \right)$$

$$= 1$$

25 Massa- ja tiheyslaskuja**56**

229. a) 27 cm^3 **b)** 520 g
c) $12\,302,65 \text{ €} \approx 12\,000 \text{ €}$

230. $3\,000 \text{ kg}$

231. a) 200 m^3 **b)** 250 kg

232. $60,48 \text{ kg} \approx 60 \text{ kg}$

233. $0,792 \text{ g}$

234. a) $m = 0,178 \text{ g/dm}^3 \cdot \frac{4 \cdot \pi \cdot (3,0 \text{ dm})^3}{3}$
 $\approx 20 \text{ g}$

b) $m = 1,293 \text{ g/dm}^3 \cdot \frac{4 \cdot \pi \cdot (3,0 \text{ dm})^3}{3}$
 $\approx 150 \text{ g}$

235. a) $V = 16\,000 \text{ cm}^3 = 16 \text{ dm}^3$

b) $\rho = \frac{40 \text{ kg}}{16 \text{ dm}^3} = 2,5 \text{ kg/dm}^3$

236. a) $V = 13\,720 \text{ mm}^3 \approx 14 \text{ cm}^3$

b) $\rho = \frac{100 \text{ g}}{13,72 \text{ cm}^3} \approx 7,3 \text{ g/cm}^3$

237. a) $V = \pi \cdot ((0,06 \text{ dm})^2 - (0,05 \text{ dm})^2) \cdot 40 \text{ dm}$
 $= 0,13823... \text{ dm}^3 \approx 0,14 \text{ dm}^3$

b) $m = 8,96 \text{ kg/dm}^3 \cdot 0,13823... \text{ dm}^3$
 $\approx 1,2 \text{ kg}$

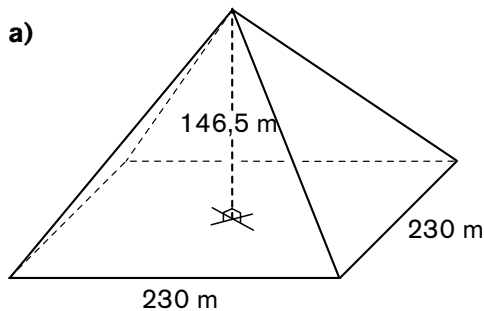
238. a) $m = 19,3 \text{ g/cm}^3 \cdot \frac{4 \cdot \pi \cdot (2,315 \text{ cm})^3}{3}$
 $\approx 1\,000 \text{ g}$

b)
 $m = 19,3 \text{ g/cm}^3 \cdot \left(\frac{4 \cdot \pi \cdot (2,315 \text{ cm})^3}{3} \right.$
 $\left. - \frac{4 \cdot \pi \cdot (1,815 \text{ cm})^3}{3} \right)$
 $\approx 520 \text{ g}$

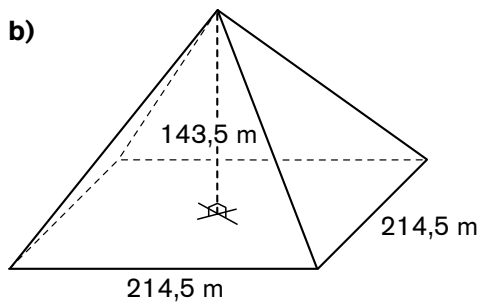
26 Gizan pyramidit
58

239. a) 23 vuotta b) 26 vuotta

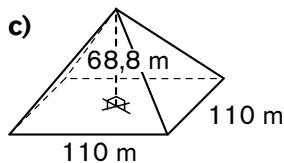
240. a)



b)



c)



241. a) $A_p = (230 \text{ m})^2 = 52\,900 \text{ m}^2 = 5,29 \text{ ha}$

b) $A_p = (214,5 \text{ m})^2 = 46\,010,25 \text{ m}^2$
 $\approx 4,60 \text{ ha}$

c) $A_p = (110 \text{ m})^2 = 12\,100 \text{ m}^2 = 1,21 \text{ ha}$

242. a) $V = \frac{(214,5 \text{ m})^2 \cdot 143,5 \text{ m}}{3}$
 $\approx 2\,201\,000 \text{ m}^3$

b) $V = \frac{(110 \text{ m})^2 \cdot 68,8 \text{ m}}{3} \approx 277\,000 \text{ m}^3$

243. a) $\sqrt{100^2 + 120^2} \text{ m} \approx 156 \text{ m}$

b) $\sqrt{70^2 + 220^2} \text{ m} \approx 230 \text{ m}$

244. a) $A_v = 4 \cdot \frac{214,5 \text{ m} \cdot \sqrt{107,25^2 + 143,5^2} \text{ m}}{2}$
 $\approx 76\,900 \text{ m}^2$

b) $A_v = 4 \cdot \frac{110 \text{ m} \cdot \sqrt{55^2 + 68,8^2} \text{ m}}{2}$
 $\approx 19\,400 \text{ m}^2$

245. a) $AB = \sqrt{230,0^2 + 230,0^2} \text{ m}$
 $= \sqrt{105\,800} \text{ m}$
 $\approx 325,3 \text{ m}$

b) $\tan \alpha = \frac{146,5 \text{ m}}{(\sqrt{105\,800} \text{ m}) : 2}, \alpha \approx 42^\circ$

27 Platonin kappaleet
60

247. a) kuutio

b) säännöllinen kolmisivuinen pyramidi, jonka kaikki särmät ovat yhtä pitkät

248. heksaedri

249.

Kappale	Tahkoja	Kärkiä	Särmiä
tetraedri	4	4	6
heksaedri	6	8	12
oktaedri	8	6	12
dodekaedri	12	20	30
ikosaedri	20	12	30

250.

Kappale	Duaalinen kappale
tetraedri	tetraedri
heksaedri	oktaedri
oktaedri	heksaedri
dodekaedri	ikosaedri
ikosaedri	dodekaedri

251. Monitahokkaan yhteen kärkeen täytyy liittyä vähintään kolme tahkoa. Säännöllisen kuusikulmion kulman suuruus on 120° . Kun kolme kuusikulmiota yhdistetään toisiinsa, ne ovat samassa tasossa, sillä $3 \cdot 120^\circ = 360^\circ$. Säännöllinen kuusikulmio ei siten voi olla säännöllisen monitahokkaan tahkona.

252. Pienin mahdollinen säännöllisen monikulmion kulma on tasasivuisen kolmion kulma 60° . Jos säännöllisen monikulmion samaan kärkeen liittyisi kuusi tahkoa, niin samaan kärkeen liittyvien kulmien suuruuksien summa olisi vähintään $6 \cdot 60^\circ = 360^\circ$. Tällöin tahkot eivät muodostaisi kappaletta.

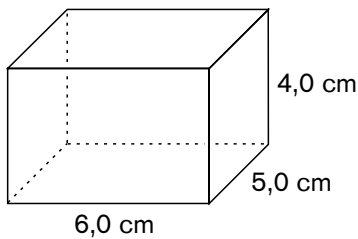
28 Kertaustehtäviä
62

253. a) E b) A
 c) B, E ja G d) B, C, D, E, F ja G
 e) C ja F f) A ja H g) H

254.

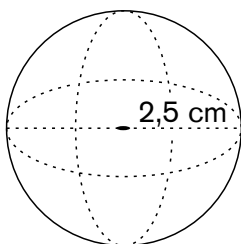
m ³	dm ³	cm ³	mm ³
0,002	2	2 000	2 000 000
0,00005	0,05	50	50 000
0,048	48	48 000	48 000 000

255. a)



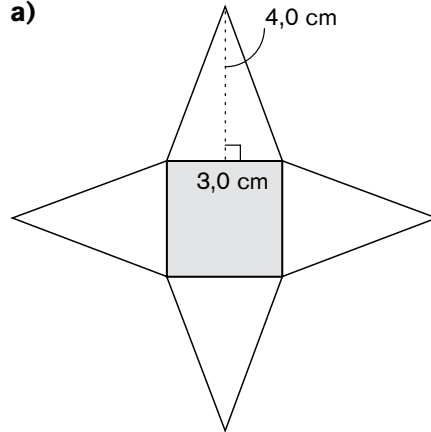
- b) $V = 120 \text{ cm}^3$ ja $A \approx 150 \text{ cm}^2$
256. a) $V = 0,52 \text{ l}$ b) $V \approx 1,4 \text{ l}$
257. a) $V \approx 91 \text{ cm}^3$ b) $V = 36 \text{ cm}^3$
258. a) $A_p \approx 310 \text{ cm}^2$ b) $A_v \approx 690 \text{ cm}^2$
 c) $A \approx 1\,300 \text{ cm}^2$ d) $V \approx 3\,500 \text{ cm}^3$
259. a) $V \approx 5,3 \text{ cm}^3$
 $A = \pi \cdot 1,2 \text{ cm} \cdot 3,7 \text{ cm} + \pi \cdot (1,2 \text{ cm})^2$
 $\approx 18 \text{ cm}^2$
 b) $V = \pi \cdot (2,4 \text{ cm})^2 \cdot 3,2 \text{ cm} : 3$
 $\approx 19 \text{ cm}^3$
 $A = \pi \cdot 2,4 \text{ cm} \cdot 4,0 \text{ cm} + \pi \cdot (2,4 \text{ cm})^2$
 $\approx 48 \text{ cm}^2$

260. a)



- b) $V \approx 65 \text{ cm}^3$ ja $A \approx 79 \text{ cm}^2$
261. $V \approx 3\,600 \text{ cm}^3$ ja $A \approx 1\,100 \text{ cm}^2$
262. a) $V = 15,0 \text{ dm} \cdot 15,0 \text{ dm} \cdot 1,15 \text{ dm}$
 $= 258,75 \text{ dm}^3 \approx 259 \text{ dm}^3$
 b) $m = 0,950 \text{ kg/dm}^3 \cdot 258,75 \text{ dm}^3$
 $\approx 246 \text{ kg}$
263. $A = 2 \cdot \pi \cdot 0,55 \text{ m} \cdot 1,5 \text{ m} \approx 5,2 \text{ m}^2$

264. a)

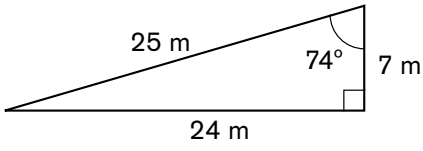


- b) $A_v = 24 \text{ cm}^2$
 c) $A = 33 \text{ cm}^2$
265. $\pi \cdot \frac{10,0 \text{ m}}{2\pi} \cdot 2,50 \text{ m} : 2 \text{ m}^2/\text{l} \approx 6,3 \text{ l}$
266. $V_{\text{särmiö}} = 1\,540 \text{ cm}^3$ ja
 $V_{\text{lieriö}} = 1\,805,6\dots \text{ cm}^3$, mahtuu
267. a) $V = \pi \cdot ((46,5 \text{ cm})^2 - (10,5 \text{ cm})^2) \cdot 28 \text{ cm}$
 $= 180\,503,3\dots \text{ cm}^3 \approx 180\,000 \text{ cm}^3$
 b) $A = 2 \cdot \pi \cdot 46,5 \text{ cm} \cdot 28 \text{ cm}$
 $+ 2 \cdot \pi \cdot 10,5 \text{ cm} \cdot 28 \text{ cm}$
 $+ 2 \cdot \pi \cdot (46,5 \text{ cm})^2 - 2 \cdot \pi \cdot (10,5 \text{ cm})^2$
 $= 22\,921,06\dots \text{ cm}^2 \approx 23\,000 \text{ cm}^2$
268. a) $V = \frac{4\pi \cdot \left(\frac{193 \text{ cm}}{2\pi}\right)^3}{3} \approx 121\,000 \text{ cm}^3$
 b) $A = 4\pi \cdot \left(\frac{193 \text{ cm}}{2\pi}\right)^2 \approx 11\,900 \text{ cm}^2$
269. a) $V = \frac{12 \text{ cm} \cdot 12 \text{ cm}}{2} \cdot 12 \text{ cm} : 3$
 $= 288 \text{ cm}^3 \approx 290 \text{ cm}^3$
 b) $(12 \text{ cm})^3 : 288 \text{ cm}^3 = 6$
270. $24,5 \text{ cm} - \frac{1\,500 \text{ cm}^3}{9,0 \text{ cm} \cdot 7,0 \text{ cm}}$
 $= 0,690\dots \text{ cm} \approx 7 \text{ mm}$
271. a) $V = 15,625 \text{ cm}^3 \approx 16 \text{ cm}^3$
 b) $r = 2,5 \text{ cm}$
 c) $A = 6 \cdot (2,5 \text{ cm})^2 \approx 38 \text{ cm}^2$
272. a) $V \approx 845\,400\,000 \text{ mm}^3 \approx 845 \text{ dm}^3$
 b) $A \approx 5,60 \text{ m}^2$
 c) $m \approx 2\,300 \text{ kg}$

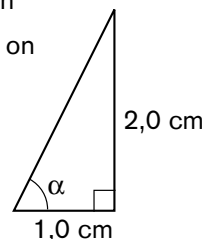
1 Kertausta: Suorakulmainen kolmio 171

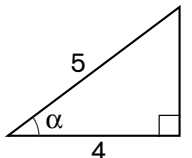
- S1.** a) Suunnikkaan vastakkaisina kulmina $\sphericalangle A = \sphericalangle C$. Lisäksi $\sphericalangle E = \sphericalangle F$. Kolmiot CDF ja ADE ovat yhdenmuotoiset, sillä niissä on kaksi yhtä suurta kulmaa.
 b) $h \approx 5,1$ cm
 c) $A \approx 44$ cm²
- S2.** Kolmiot DEF ja ABF ovat yhdenmuotoiset, sillä $\sphericalangle A = \sphericalangle E$ ja $\sphericalangle F$ on molemmissa kolmioissa yhtä suuri. $AB = 6,0$ cm.
- S3.** a) Merkitään kulmaa EBA kirjaimella α . Tällöin kulma BAC on $90^\circ - \alpha$ ja kulma DAE on $90^\circ - (90^\circ - \alpha) = \alpha$. Siis kulmat EBA ja DAE ovat yhtä suuret.
 b) Kolmiot ABE ja ADE ovat yhdenmuotoiset. $AB \approx 59$ cm.
- S4.** a) Janat FD ja AC ovat yhdensuuntaiset, joten kulmat EDF ja DCB ovat samankohtaisina kulmina yhtä suuret.
 b) $\sphericalangle B = \sphericalangle F$ ja a-kohdan perusteella $\sphericalangle C = \sphericalangle D$. Kolmioissa CDB ja DEF on kaksi yhtä suurta kulmaa, joten kolmiot ovat yhdenmuotoiset.
 c) $x = 12$
- S5.** a) $x = 243$ cm
 b) $y = 405$ cm
 c) $z = 540$ cm

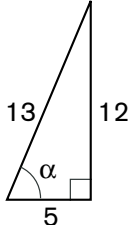
3 Kulman sini, kosini ja tangenti 172

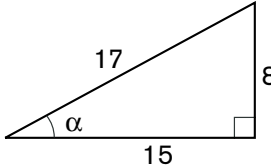
- S6.** 
 a) 0,960 b) 0,280 c) 3,429
- S7.** a) $\frac{2}{\sqrt{5}} \approx 0,894$ b) $\frac{1}{\sqrt{5}} \approx 0,447$
 c) $\frac{2}{1} = 2,000$

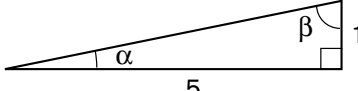
- S8.** a) Jos $\sin \alpha = \frac{2}{1}$, niin silloin vastaisen kateetin pituus on kaksi kertaa hypotenuusan pituus. Koska hypotenuusa on suorakulmaisen kolmion pisin sivu, tällaista kolmiota ei ole olemassa.
 b) Jos $\cos \alpha = \frac{2}{1}$, niin silloin viereisen kateetin pituus on kaksi kertaa hypotenuusan pituus. Koska hypotenuusa on suorakulmaisen kolmion pisin sivu, tällaista kolmiota ei ole olemassa.
 c) Jos $\tan \alpha = \frac{2}{1}$, niin silloin vastaisen kateetin pituus on kaksi kertaa viereisen kateetin pituus. Tällainen suorakulmainen kolmio voidaan piirtää.
 Esimerkiksi:



- S9.**  $\tan \alpha = \frac{3}{4} = 0,750$

- S10.**  $\cos \alpha = \frac{5}{13} \approx 0,385$

- S11.**  $\sin \alpha = \frac{8}{17} \approx 0,471$

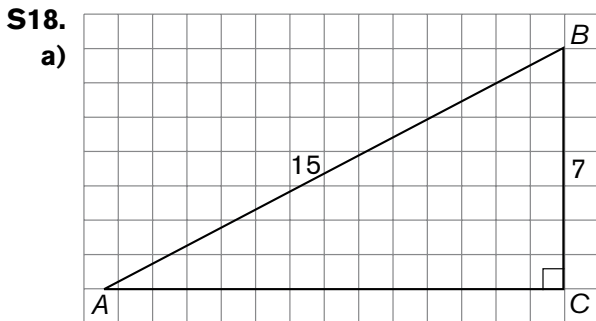
- S12.** 
 $\tan \beta = 5$

- S13.** 0,714

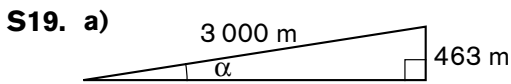
- S14.** a) $\alpha = 60^\circ$ b) 0,500
S15. a) Kulman sinin arvo puolittuu.
 b) Kulman sinin arvo kaksinkertaistuu.
S16. a) $\tan \alpha$ b) $\cos \beta$

5 Kulman ratkaiseminen 173

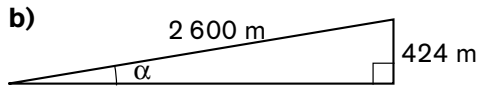
S17. $5,6^\circ$



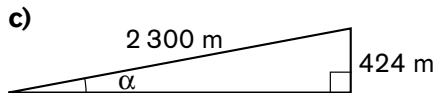
b) $\sphericalangle A \approx 28^\circ$ ja $\sphericalangle B \approx 62^\circ$



Jättipitkän kaltevuuskulma on $8,9^\circ$.



Täyspitkän kaltevuuskulma on $9,4^\circ$.



Maaailman Cup -rinteen kaltevuuskulma on $10,6^\circ$.

- S20.** a) $0,09^\circ$ b) $0,05^\circ$
 c) $0,04^\circ$ d) $0,05^\circ$

S21. $0,6^\circ$

S22. a) $1,432^\circ$ b) $0,004^\circ$

6 Kateetin ratkaiseminen 174

S23. a) 155 cm b) 92 m

S24. 20 m

S25. 26 m

S26. 100 m

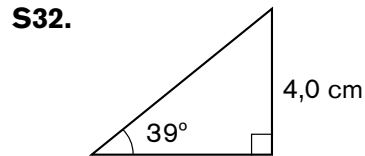
S27. a) 3,9 km b) 2,6 km c) 500 m

S28. a) 8,0 cm b) 23,4 cm

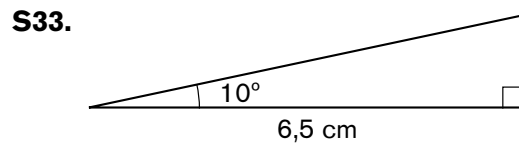
S29. $x \approx 53$ cm ja $y \approx 37$ cm

S30. $z \approx 27$ cm, näytön yläreuna ei ole ohjeen mukaisesti vaakatason alapuolella

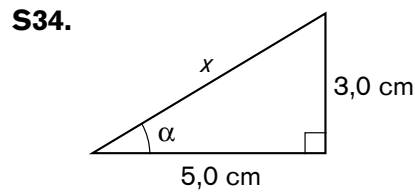
7 Hypotenuusan ratkaiseminen 175



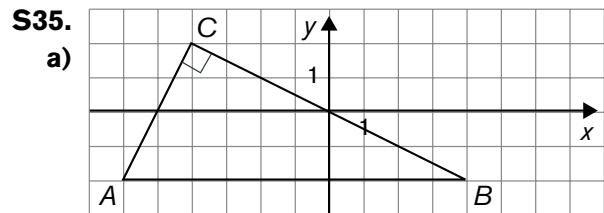
Hypotenuusan pituus on 6,4 cm.



Hypotenuusan pituus on 6,6 cm.



a) $\alpha \approx 31^\circ$ b) 5,8 cm



$AB = 10$ ruudun sivua

- b) $\sphericalangle A \approx 63^\circ$
 c) $AC \approx 4,5$ ruudun sivua ja
 $BC \approx 8,9$ ruudun sivua

S36. 16 m

S37. a) 4,3 cm b) 2,3 cm

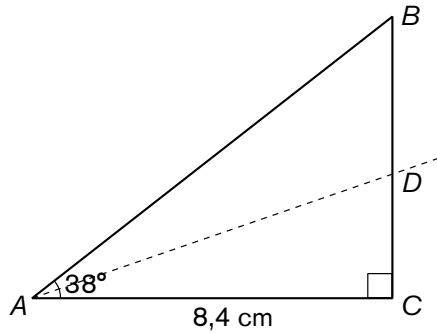
S38. a) 9,1 cm b) 5,0 cm c) 10 cm

S39. a) 320 cm b) 510 cm

8 Kolmioharjoittelua

176

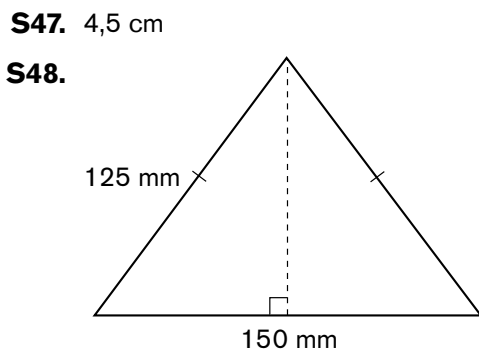
- S40. a) $h \approx 2,3$ cm b) $A \approx 7,2$ cm²
 S41. a) $\sphericalangle BAC \approx 24^\circ$ b) $\sphericalangle CBA \approx 44^\circ$
 c) $AD \approx 3,6$ cm d) $DB \approx 1,7$ cm
 e) $AB \approx 5,2$ cm
 S42. $\beta \approx 18^\circ$ ja $\gamma \approx 15^\circ$
 S43.



- a) 6,6 cm b) 2,9 cm c) 3,7 cm
 S44. a) 1,5 m b) 2,5 m
 S45. a) 37° b) 26 m
 S46. 280 cm

9 Kertausta: Pythagoraan lause

177



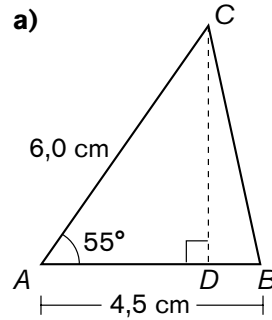
- a) 100 mm b) 75 cm²
 S49. $\sqrt{28^2 - 7^2}$ m = $\sqrt{735}$ m ≈ 27 m
 S50. 20 km
 S51. $2 \cdot \sqrt{14,25^2 + 0,90^2}$ m ≈ 29 m
 S52. Mahtuu, sillä oviaukosta mahtuvan levyn
 maksimileveys voi olla
 $\sqrt{80^2 + 190^2}$ cm ≈ 206 cm.
 S53. a) 32 kilometrin päässä
 b) 51 kilometrin päässä
 c) 53 kilometrin päässä

S54. 370 kilometrin päässä

10 Suorakulmaisen kolmion sovelluksia

178

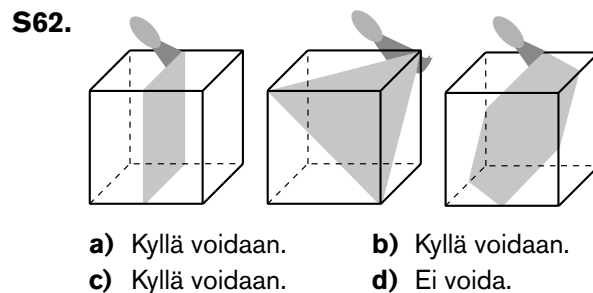
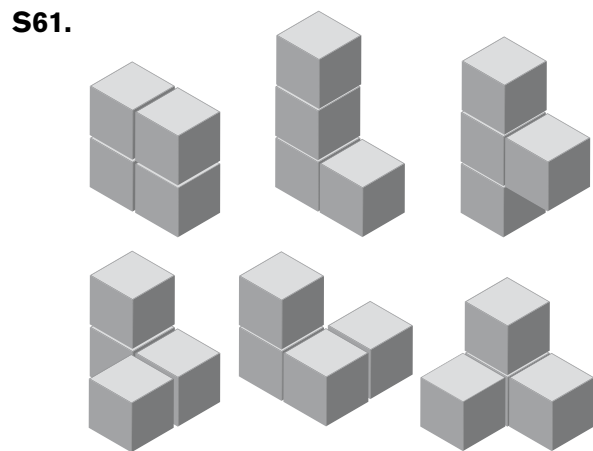
- S55. a) 31° b) 5,8 ruudun sivua
 S56. 5,6 dm²
 S57. a)



- b) $CD \approx 4,9$ cm c) $A \approx 11$ cm²
 S58. a) 48° ja 42° tai 34° ja 56°
 b) 2,2 cm tai 3,6 cm
 S59. 84 m
 S60. a) 3,5 cm b) 3,9 cm ja 1,0 cm

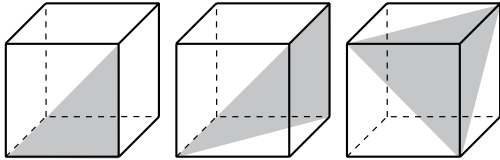
12 Kappaleita

179



- S63.** a) säännöllinen nelisivuinen pyramidi
 b) suora ympyrälieriö
 c) suora kolmisivuinen särmiö kyljellään
 d) pallo

S64. kolme



- S65.** a) edessä b) alaviistossa
 c) yläviistossa d) aivan yläpuolella

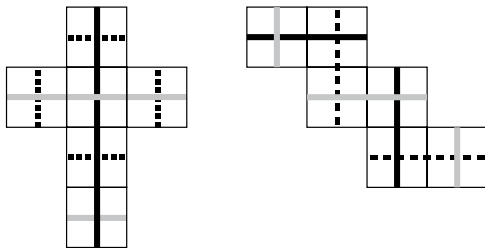
S66.

Monitahokas	T	K	S
nelitahokas	4	4	6
viisitahokas	5	6	9
kuusitahokas	6	8	12
seitsetahokas	7	7	12

- S67.** a) Lausekkeen $T + K - S$ arvo on aina 2.
 b) $S = T + K - 2 = 10 + 10 - 2 = 18$,
 särmiä on 18

13 Kappaleiden piirtäminen 180

S68.

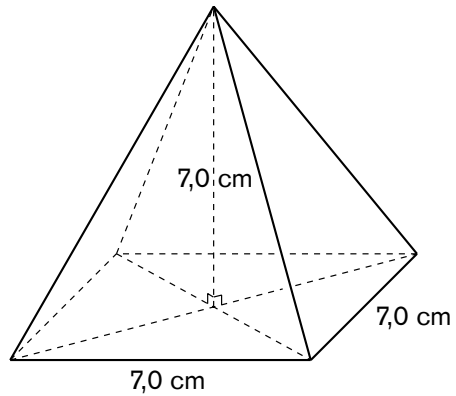


- S69.** a) kahdeksan b) kahdentoista
 c) kuuden d) yhden

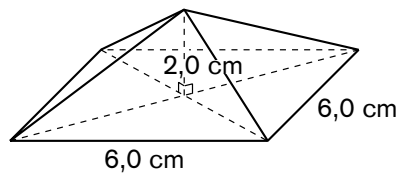
S70.

Kuutio	Ison kuution särmä (cm)			
	3	4	5	n
A	8	8	8	8
B	12	24	36	$12 \cdot (n - 2)$
C	6	24	54	$6 \cdot (n - 2)^2$
D	1	8	27	$(n - 2)^3$

S71.



S72.



14 Kertausta: Pinta-alan ja tilavuuden yksiköt 181

S73. a) $r = \frac{\rho}{2\pi}$ b) $r = \frac{75,4 \text{ cm}}{2\pi} \approx 12,0 \text{ cm}$

S74. a) $r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$ b) $r = \sqrt{\frac{2827}{\pi}} \text{ cm} \approx 30,00 \text{ cm}$

S75. a) $\frac{400 \text{ m} - \pi \cdot 73 \text{ m}}{2} \approx 85,3 \text{ m}$

b) $73 \text{ m} \cdot \frac{400 \text{ m} - \pi \cdot 73 \text{ m}}{2} + \pi \cdot (36,5 \text{ m})^2$
 $\approx 10\,400 \text{ m}^2$

S76. $\frac{6,3a}{42\text{m}} = \frac{630\text{m}^2}{42\text{m}} = 15 \text{ m}$

S77. a) $4\,500 \text{ m}^2 \cdot 7,50 \text{ €/m}^2 = 33\,750 \text{ €}$ ja
 $4\,000 \text{ m}^2 \cdot 7,50 \text{ €/m}^2 = 30\,000 \text{ €}$

b) $150a - 45a - 40a = 65a$,
 $6\,500 \text{ m}^2 \cdot 7,50 \text{ €/m}^2 = 48\,750 \text{ €}$

S78. $(110 \text{ m} - 9 \cdot 10 \cdot 3 \cdot 12 \cdot 0,0254 \text{ m} - 0,30 \text{ m}) : 2 \approx 13,7 \text{ m}$

S79. a) $5 \cdot 12 \cdot 2,54 \text{ cm} + 2 \cdot 2,54 \text{ cm} \approx 157 \text{ cm}$
 b) 5 ft 10 in

- S80. a)** 20 acre
 $= 20 \cdot 4\,840 \text{ yd}^2 = 20 \cdot 4\,840 \cdot 3^2 \text{ ft}^2$
 $= 20 \cdot 4\,840 \cdot 3^2 \cdot 12^2 \text{ in}^2$
 $= 20 \cdot 4\,840 \cdot 3^2 \cdot 12^2 \cdot 2,54^2 \text{ cm}^2$
 $\approx 810\,000\,000 \text{ cm}^2 = 8,1 \text{ ha}$
- b)** 1 mi²
 $= 1\,760^2 \text{ yd}^2$
 $= 1\,760^2 \cdot 3^2 \text{ ft}^2 = 1\,760^2 \cdot 3^2 \cdot 12^2 \text{ in}^2$
 $= 1\,760^2 \cdot 3^2 \cdot 12^2 \cdot 2,54^2 \text{ cm}^2$
 $\approx 26\,000\,000\,000 \text{ cm}^2 = 260 \text{ ha}$

S81. $2,98 \text{ \$/gal} = \frac{2,98 : 1,3913 \text{ €}}{3,785 \text{ l}}$
 $= 0,566 \text{ €/l}$

S82. $1090 \text{ kpsi} = \frac{1090 \text{ knots}}{1 \text{ in}^2}$
 $= \frac{1090 \text{ solmua}}{2,54^2 \text{ cm}^2}$
 $\approx 169 \text{ solmua/cm}^2$

15 Suorakulmaisen särmiön tilavuus ja pinta-ala 182

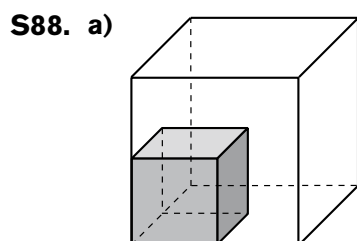
S83. $\frac{75 \text{ m} \cdot 50 \text{ m} \cdot 0,05 \text{ m}}{29 \text{ m}^3} = 6,46\dots \approx 6,5,$
6,5 rekka-autokuormaa

S84. $\frac{(10 \text{ cm})^3}{(20 \text{ cm})^3} = \frac{1\,000 \text{ cm}^3}{8\,000 \text{ cm}^3} = \frac{1}{8}$

S85. $\frac{1000 \text{ cm}^3}{7,0 \text{ cm} \cdot 6,0 \text{ cm} \cdot 24 \text{ cm}} = 0,992\dots \approx 99 \%$

S86. $(6 \cdot 25,5 \text{ cm} + 6 \cdot 1,5 \text{ cm}) \cdot 12,0 \text{ cm} \cdot 1,5 \text{ cm}$
 $+ 12 \cdot 1,5 \text{ cm} \cdot 12,0 \text{ cm} \cdot 5,5 \text{ cm}$
 $= 4\,104 \text{ cm}^3 \approx 4,1 \text{ dm}^3 = 4,1 \text{ l}$

S87. a) $V = (5,0 \text{ cm})^2 \cdot 60 \text{ cm} = 1\,500 \text{ cm}^3$
b) $V = (15 \text{ cm})^2 \cdot 20 \text{ cm} = 4\,500 \text{ cm}^3$



- b)** Valitaan pienemmän kuution särmiön pituudeksi x . Koska $\frac{(2x)^3}{x^3} = 8$, kuution tilavuus 8-kertaistuu.

S89. a) $AB = \sqrt{32^2 + 24^2} \text{ mm} = 40 \text{ mm}$
b) $AC = \sqrt{40^2 + 42^2} \text{ mm} = 58 \text{ mm}$

16 Lieriön tilavuus 183

S90. $V = \frac{4,8 \text{ cm} \cdot 2,0 \text{ cm}}{2} \cdot 7,2 \text{ cm}$
 $= 34,56 \text{ cm}^3 \approx 35 \text{ cm}^3$

S91. $V = \frac{3,0 \text{ cm} + 6,0 \text{ cm}}{2} \cdot 4,0 \text{ cm} \cdot 5,0 \text{ cm}$
 $= 90 \text{ cm}^3$

S92. $V = \frac{1,2 \text{ m} + 4,0 \text{ m}}{2} \cdot 25 \text{ m} \cdot 10 \text{ m} = 650 \text{ m}^3$

S93. a) $10 \text{ cm} \cdot \sin 70^\circ \approx 9,4 \text{ cm}$
b) $V = 10 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} \cdot \sin 70^\circ$
 $\approx 940 \text{ cm}^3$

S94. a) 35 cm **b)** 2 100 cm² **c)** 21 dm³

S95. a) 37 cm **b)** 1 300 cm² **c)** 13 dm³

17 Kartion tilavuus 184

S96. $V = 2 \cdot \frac{\pi \cdot (1,5 \text{ dm})^2 \cdot 3,0 \text{ dm}}{3} \approx 14 \text{ dm}^3$

S97. $V = \frac{\pi \cdot (2,5 \text{ m})^2 \cdot 2,0 \text{ m}}{3}$
 $+ \pi \cdot (2,5 \text{ m})^2 \cdot 7,0 \text{ m} \approx 150 \text{ m}^3$

S98. $V = \frac{\pi \cdot (6,0 \text{ cm})^2 \cdot 20,0 \text{ cm}}{3}$
 $- \frac{\pi \cdot (3,0 \text{ cm})^2 \cdot 10,0 \text{ cm}}{3} \approx 660 \text{ cm}^3$

S99. $V = \frac{\pi \cdot (16,25 \text{ mm})^2 \cdot 75 \text{ mm}}{3}$
 $\approx 21\,000 \text{ mm}^3 = 21 \text{ cm}^3$

S100. a) $AB \approx 4,2 \text{ cm}$
b) $BO \approx 5,4 \text{ cm}$
c) $V \approx 65 \text{ cm}^3$

S101. $630 \text{ cm}^3 : \left(\frac{\pi \cdot (1,5 \text{ cm})^2 \cdot 7,0 \text{ cm}}{3} \right) \approx 38$

18 Tilavuuksia
185

- S102.** a) $V = (8,0 \text{ cm})^3 = 512 \text{ cm}^3$
 b) $V = \frac{2,0 \text{ cm} \cdot 2,0 \text{ cm}}{2} \cdot 8,0 \text{ cm} = 16 \text{ cm}^3$
 c) $V = 512 \text{ cm}^3 - 4 \cdot 16 \text{ cm}^3 = 448 \text{ cm}^3$
- S103.** a) $13,4 \text{ cm} \cdot \sin 80^\circ \approx 13,2 \text{ cm}$
 b) $V = \pi \cdot (9,2 \text{ cm})^2 \cdot 13,4 \text{ cm} \cdot \sin 80^\circ \approx 3\,500 \text{ cm}^3$
- S104.** a) $5,6 \text{ cm} \cdot \cos 40^\circ \approx 4,3 \text{ cm}$
 b) $\frac{5,6 \text{ cm} \cdot \cos 40^\circ}{2} \approx 2,1 \text{ cm}$
 c) $5,6 \text{ cm} \cdot \sin 40^\circ \approx 3,6 \text{ cm}$
 d) $V = \frac{\pi \cdot \left(\frac{5,6 \text{ cm} \cdot \cos 40^\circ}{2}\right)^2 \cdot 5,6 \text{ cm} \cdot \sin 40^\circ}{3} \approx 17 \text{ cm}^3$

S105. $V = 2 \cdot \frac{10 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} \cdot \sqrt{50} \text{ cm}}{3} \approx 470 \text{ cm}^3 = 0,47 \text{ l} = 4,7 \text{ dl}$

S106. $\pi \cdot (2,0 \text{ cm})^2 \cdot h = (4,0 \text{ cm})^3 = 64 \text{ cm}^3$,
 $h \approx 5,1 \text{ cm}$

- S107.** a) $\pi \cdot (7,0 \text{ cm})^2 \cdot 0,1 \text{ cm} \approx 15 \text{ cm}^3$
 b) $\frac{\pi \cdot (7,0 \text{ cm})^2 \cdot 0,1 \text{ cm}}{\pi \cdot (2,5 \text{ cm})^2} = 0,784 \text{ cm} \approx 8 \text{ mm}$

19 Lieriön pinta-ala
186

S108. $2 \cdot \pi \cdot (4,00 \text{ dm})^2 \cdot 2,35 \text{ €/dm}^2$
 $+ 2 \cdot \pi \cdot 4,00 \text{ dm} \cdot 10,00 \text{ dm}$
 $\cdot 0,8 \cdot 2,35 \text{ €/dm}^2 \approx 708,74 \text{ €}$

S109. $\sqrt{10^2 + (2 \cdot \pi \cdot 5,0)^2} \text{ cm} \approx 33 \text{ cm}$

- S110.** a) $\pi \cdot (25 \text{ cm})^2 \cdot 50 \text{ cm} \approx 98\,000 \text{ cm}^3$
 b) $2 \cdot \pi \cdot (25 \text{ cm})^2 + \pi \cdot 50 \text{ cm} \cdot 50 \text{ cm} \approx 12\,000 \text{ cm}^2$
 c) $\sqrt{50^2 + (\pi \cdot 50 : 2)^2} \text{ cm} \approx 93 \text{ cm}$

S111. a) $h = \sqrt{1,4^2 - 0,7^2} \text{ m} = \sqrt{1,47} \text{ m} \approx 1,2 \text{ m}$

b) $A = 1,05 \cdot \left(2 \cdot \frac{1,4 \text{ m} \cdot \sqrt{1,47} \text{ m}}{2} + 3 \cdot 1,4 \text{ m} \cdot 2,1 \text{ m} \right) \approx 11 \text{ m}^2$

S112. Seinää ja kattoa tai lattiaa ja seinää pitkin etäisyys $\sqrt{4,0^2 + (2,5 + 3,0)^2} \text{ m} \approx 6,8 \text{ m}$ on pienin.

S113. Pois leikattujen särmiöiden vaipat koostuvat yhteensä kuudesta tahkosta. Kuvasta nähdään, että jokaisella näistä tahkoista on pinta-alaltaan yhtä suuri vastintahko kuusisivuisen särmiön vaipalla. Siten pinta-alat ovat yhtä suuret.

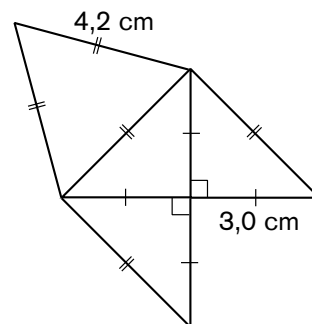
20 Pyramidin pinta-ala
187

S114. a) $\sqrt{10^2 + 10^2} \text{ cm} = \sqrt{200} \text{ cm} \approx 14 \text{ cm}$

b) $\sqrt{200 - \left(\frac{\sqrt{200}}{2}\right)^2} \text{ cm} = \sqrt{150} \text{ cm} \approx 12 \text{ cm}$

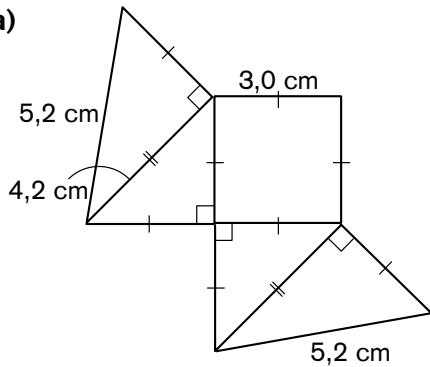
c) $A = \frac{\sqrt{200} \text{ cm} \cdot \sqrt{150} \text{ cm}}{2} \approx 87 \text{ cm}^2$

S115. a)



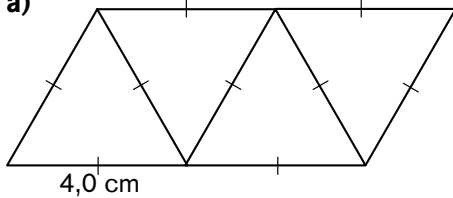
b) $A = 3 \cdot \frac{3,0 \text{ cm} \cdot 3,0 \text{ cm}}{2} + \frac{\sqrt{18} \text{ cm} \cdot \sqrt{13,5} \text{ cm}}{2} \approx 21 \text{ cm}^2$

S116. a)



b) $A = 3,0 \text{ cm} \cdot 3,0 \text{ cm} +$
 $2 \cdot \frac{3,0 \text{ cm} \cdot 3,0 \text{ cm}}{2} +$
 $2 \cdot \frac{3,0 \text{ cm} \cdot \sqrt{18} \text{ cm}}{2} \approx 31 \text{ cm}^2$

S117. a)



b) $x = \sqrt{4,0^2 - 2,0^2} \text{ cm} = \sqrt{12} \text{ cm} \approx 3,5 \text{ cm}$
 c) $A = 4 \cdot \frac{4,0 \text{ cm} \cdot \sqrt{12} \text{ cm}}{2} \approx 28 \text{ cm}^2$

S118. $A = 4 \cdot \frac{420 \text{ cm} \cdot \sqrt{328^2 - 210^2} \text{ cm}}{2}$
 $\approx 212\,000 \text{ cm}^2 = 21,2 \text{ m}^2$

S119. $A = 4 \cdot \frac{13,4 \text{ m} \cdot \sqrt{6,4^2 + 6,7^2} \text{ m}}{2} \approx 250 \text{ m}^2$

21 Suoran ympyräkartion pinta-ala 188

S120. a) $V = \frac{\pi \cdot (5,0 \text{ cm})^2 \cdot 10 \text{ cm}}{3}$
 $\approx 260 \text{ cm}^3$

b) $A_V = \pi \cdot 5,0 \text{ cm} \cdot \sqrt{5,0^2 + 10^2} \text{ cm}$
 $\approx 180 \text{ cm}^2$

S121. a) $\rho = \frac{150^\circ}{360^\circ} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 10,0 \text{ cm} \approx 26,2 \text{ cm}$

b) $r = \frac{\rho}{2\pi} = 4,1666... \text{ cm} \approx 4,17 \text{ cm}$

c) $A = \pi \cdot (4,1666... \text{ cm})^2$
 $+ \pi \cdot 4,1666... \text{ cm} \cdot 10,0 \text{ cm} \approx 185 \text{ cm}^2$

S122. a) $r = \frac{\pi \cdot 50 \text{ cm}}{2\pi} = 25 \text{ cm}$

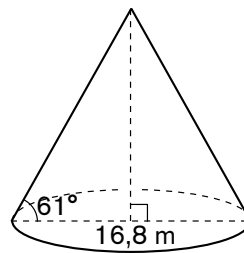
b) $V = \frac{\pi \cdot (25 \text{ cm})^2 \cdot \sqrt{50^2 - 25^2} \text{ cm}}{3}$
 $\approx 28\,000 \text{ cm}^3$

c) $A = \pi \cdot (25 \text{ cm})^2 + \pi \cdot 25 \text{ cm} \cdot 50 \text{ cm}$
 $\approx 5\,900 \text{ cm}^2$

S123. a) $A_V = \pi \cdot \frac{56 \text{ cm}}{2\pi} \cdot 45 \text{ cm} = 1\,260 \text{ cm}^2$
 $\approx 1\,300 \text{ cm}^2$

b) $A = A_V + \pi \cdot \left(\frac{56 \text{ cm}}{2\pi}\right)^2 \approx 1\,500 \text{ cm}^2$

S124.



$A = \pi \cdot 8,4 \text{ m} \cdot \frac{8,4 \text{ m}}{\cos 61^\circ} \approx 460 \text{ m}^2$

S125. $\frac{A_S}{b} = \frac{\frac{1}{360} \cdot \pi r^2}{\frac{1}{360} \cdot 2\pi r}$

$\frac{A_S}{b} = \frac{r}{2} \parallel \cdot b$

$A_S = \frac{br}{2}$

S126. $\frac{A_V}{\pi s^2} = \frac{\frac{1}{2} \pi r}{\frac{1}{2} \pi s}$

$\frac{A_V}{\pi s^2} = \frac{r}{s} \parallel \cdot (\pi s^2)$

$A_V = \frac{r}{s} \cdot \pi s^2$

$A_V = \pi r s$

- S127.** Ison kuution pinta-ala on
 $6 \cdot (3,0 \text{ cm})^2 = 54 \text{ cm}^2$.
 Pikkukuution särmän pituus on 1,0 cm, joten
 pikkukuutioiden pinta-ala on kaikkiaan
 $27 \cdot 6 \cdot (1,0 \text{ cm})^2 = 162 \text{ cm}^2$.
 Pinta-ala kasvaa kolminkertaiseksi.

S128. a) $V_1 = \pi \cdot \left(\frac{30 \text{ cm}}{2\pi}\right)^2 \cdot 20 \text{ cm}$
 $= 1\,432,39\dots \text{ cm}^3 \approx 1\,400 \text{ cm}^3$
 $V_2 = \pi \cdot \left(\frac{20 \text{ cm}}{2\pi}\right)^2 \cdot 30 \text{ cm}$
 $= 954,92\dots \text{ cm}^3 \approx 950 \text{ cm}^3$

b) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{2} = 3:2$

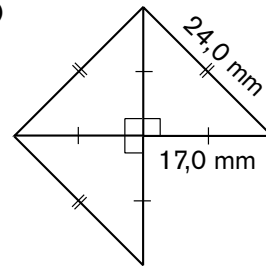
c) $A_1 = 20 \text{ cm} \cdot 30 \text{ cm}$
 $+ 2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{30 \text{ cm}}{2\pi}\right)^2$
 $= 743,23\dots \text{ cm}^2 \approx 740 \text{ cm}^2$

$A_2 = 20 \text{ cm} \cdot 30 \text{ cm}$
 $+ 2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{20 \text{ cm}}{2\pi}\right)^2$
 $= 663,66\dots \text{ cm}^2 \approx 660 \text{ cm}^2$

d) $\frac{A_1}{A_2} \approx 1,1$

- S129. a)** $x = \sqrt{0,8^2 + 0,3^2} \text{ m} \approx 0,85 \text{ m}$
b) $A = 2 \cdot \frac{0,30 \text{ m} + 0,60 \text{ m}}{2} \cdot 0,80 \text{ m}$
 $+ 0,30 \text{ m} \cdot 0,50 \text{ m} + 0,60 \text{ m}$
 $\cdot 0,50 \text{ m} + 0,80 \text{ m} \cdot 0,50 \text{ m}$
 $+ 0,5 \text{ m} \cdot \sqrt{0,8^2 + 0,3^2} \text{ m}$
 $\approx 2,0 \text{ m}^2$

S130. a)

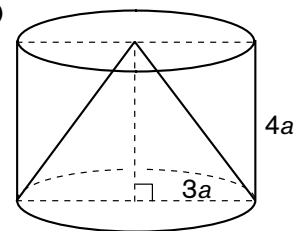


b) $A_p = \frac{\sqrt{24,0^2 - 12,0^2} \cdot 24,0}{2} \text{ mm}^2,$

$V = (A_p \cdot 9,8 \text{ mm}) : 3 \approx 810 \text{ mm}^3$

c) $A_v = 3 \cdot \frac{17,0 \text{ mm} \cdot 17,0 \text{ mm}}{2}$
 $\approx 434 \text{ mm}^2$

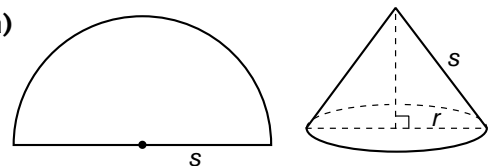
S131. a)



b) $A_{\text{kartio}} = \pi \cdot (3a)^2 + \pi \cdot 3a \cdot 5a = 24\pi a^2$

$A_{\text{lieriön vaippa}} = 2 \cdot \pi \cdot 3a \cdot 4a = 24\pi a^2$

S132. a)



- b)** Puoliympyrän kaaren pituus on
 $2\pi s : 2 = \pi s$. Tämä on yhtä suuri kuin
 kartion pohjaympyrän kehän pituus $2\pi r$,
 joten $s = 2r$.

Kartion pohjan pinta-ala on πr^2 . Kartion
 vaipan pinta-ala on $\pi r s = \pi r \cdot 2r = 2\pi r^2$.

Siten pohjan pinta-ala on puolet vaipan
 pinta-alasta.

S133. a) Ei mahdu, sillä kiisselin tilavuus

$$V_{\text{kiisseli}} = \pi \cdot (10 \text{ cm})^2 \cdot 12 \text{ cm} \\ = 3\,769,91\dots \text{ cm}^3 \approx 3\,800 \text{ cm}^3$$

on suurempi kuin tarjoiluastian tilavuus

$$V_{\text{astia}} = \frac{4 \cdot \pi \cdot (10 \text{ cm})^3}{6} \\ = 2\,094,39\dots \text{ cm}^3 \approx 2\,100 \text{ cm}^3.$$

b) $\pi \cdot (10 \text{ cm})^2 \cdot 12 \text{ cm} :$

$$\left(\frac{4 \cdot \pi \cdot (3,65 \text{ cm})^3}{6} \right) \approx 37$$

S134. a) $V = \frac{4 \cdot \pi}{3} \cdot \left(\left(\frac{22,5 \text{ cm}}{2\pi} \right)^3 - \left(\frac{21,5 \text{ cm}}{2\pi} \right)^3 \right)$
 $\approx 24,5 \text{ cm}^3$

b) $\frac{4 \cdot \pi}{3} \cdot \left(\left(\frac{22,5 \text{ cm}}{2\pi} \right)^3 - \left(\frac{21,5 \text{ cm}}{2\pi} \right)^3 \right) :$
 $\frac{4 \cdot \pi \cdot \left(\frac{21,5 \text{ cm}}{2\pi} \right)^3}{3} \approx 14,6 \%$

S135. $\frac{4 \cdot \pi}{3} \cdot (2^3 - 1^3) : \left(\frac{4 \cdot \pi \cdot 2^3}{3} \right) = 87,5 \%$

S136. $\frac{2\pi r^2}{4\pi r^2} = 50 \%$

S137. $r = \sqrt{\frac{113}{4\pi}} \text{ cm} \approx 3,00 \text{ cm}$

S138. a) 3,0 cm **b)** 8,00 cm **c)** 10 cm

S139. a) 11 **b)** 6 **c)** 1,5

S140. 5,8 cm

S141. $A_{\text{pienet}} = 2 \cdot 4\pi \cdot \left(\sqrt[3]{\frac{3 \cdot 0,5}{4\pi}} \right)^2 \text{ dm}^2$

$$= 6,09\dots \text{ dm}^2 \approx 6,1 \text{ dm}^2$$

$$A_{\text{suuri}} = 4\pi \cdot \left(\sqrt[3]{\frac{3 \cdot 1,0}{4\pi}} \right)^2 \text{ dm}^2$$

$$= 4,83\dots \text{ dm}^2 \approx 4,8 \text{ dm}^2$$

$$\frac{A_{\text{pienet}} - A_{\text{suuri}}}{A_{\text{suuri}}} \approx 26 \%$$

S142. $A_{\text{kartio}} = \pi \cdot (27 \text{ mm})^2 + \pi \cdot 27 \text{ mm} \cdot 45 \text{ mm}$
 $= 1\,944\pi \text{ mm}^2$

$$A_{\text{lieriön vaippa}} = 2 \cdot \pi \cdot 27 \text{ mm} \cdot 36 \text{ mm}$$

$$= 1\,944\pi \text{ mm}^2$$

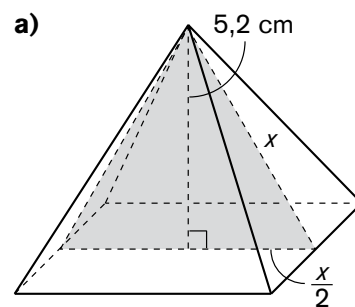
S143. $V = \frac{4\pi r^3}{2 \cdot 3} + \pi r^3 :$

$$= \left(\frac{4}{6} + 1 \right) \cdot \pi r^3$$

$$= 1\frac{2}{3} \pi \cdot \frac{3 \cdot 5,0 \text{ m}^3}{4\pi}$$

$$= 6,25 \text{ m}^3 \approx 6,3 \text{ m}^3$$

S144. a)



b) $A_P = 4 \cdot \frac{5,2^2}{3} \text{ cm}^2 \approx 36 \text{ cm}^2$

S145. Ei mahdu, sillä pallon tilavuus

$$V_{\text{pallo}} = \frac{4\pi \cdot (6,25 \text{ cm})^3}{3} = 1\,022,65\dots \text{ cm}^3$$

on pienempi kuin jäätyneen veden tilavuus

$$V_{\text{jäätynyt vesi}} = 1,08 \cdot 1\,000 \text{ cm}^3 = 1\,080 \text{ cm}^3.$$

S146. $r = \frac{\sqrt{12^2 - 10^2}}{2} \text{ cm} \approx 3,3 \text{ cm}$

S147. a) 30 cm : 5,0 cm = 6; 6 · 60 = 360

b) $V = 50 \text{ cm} \cdot 30 \text{ cm} \cdot 30 \text{ cm}$

$$- 360 \cdot \frac{4\pi \cdot (2,5 \text{ cm})^3}{3} \approx 21\,000 \text{ cm}^3$$

S148. a) $V = \frac{(10 \text{ cm})^3}{6} \approx 170 \text{ cm}^3$

b) $A = 3 \cdot \frac{(10 \text{ cm})^2}{2} +$

$$\frac{\sqrt{10^2 + 10^2} \text{ cm} \cdot \sqrt{10^2 + 10^2} \text{ cm} \cdot \sin 60^\circ}{2}$$

$$\approx 240 \text{ cm}^2$$

25 Massa- ja tiheyslaskuja 192

- S149.** a) $m = 100,0 \text{ cm} \cdot 120,0 \text{ cm} \cdot 7,0 \text{ cm} \cdot 0,15 \text{ g/cm}^3 = 12\,600 \text{ g} \approx 13 \text{ kg}$
 b) $m = 100,0 \text{ cm} \cdot 120,0 \text{ cm} \cdot 7,0 \text{ cm} \cdot 7,80 \text{ g/cm}^3 = 655\,200 \text{ g} \approx 660 \text{ kg}$

- S150.** a) $\frac{400 \text{ g}}{0,90 \text{ g/cm}^3} \approx 440 \text{ cm}^3$
 b) $\frac{400 \text{ g}}{0,90 \text{ g/cm}^3} : 200 \text{ cm}^2 \approx 2,2 \text{ cm}$

- S151.** Ei jaksa, sillä muistomerkin massa on $325 \text{ cm} \cdot 45 \text{ cm} \cdot 90 \text{ cm} \cdot 2,7 \text{ g/cm}^3 = 3\,553\,875 \text{ g} \approx 3,6 \text{ t}$.

- S152.** a) $V = 2 \cdot 2,5 \text{ cm} \cdot 12,0 \text{ cm} \cdot 50,0 \text{ cm} + 7,0 \text{ cm} \cdot 4,0 \text{ cm} \cdot 50,0 \text{ cm} = 4\,400 \text{ cm}^3$
 b) $m = 4\,400 \text{ cm}^3 \cdot 7,80 \text{ g/cm}^3 \approx 34\,000 \text{ g} = 34 \text{ kg}$

- S153.** a) $\frac{700 \text{ g}}{19,3 \text{ g/cm}^3} \approx 36,3 \text{ cm}^3$
 b) $\frac{700 \text{ g}}{10,5 \text{ g/cm}^3} \approx 66,7 \text{ cm}^3$

- S154.** a) $\frac{700 \text{ g}}{19,3 \text{ g/cm}^3} : (20 \text{ cm} \cdot 15 \text{ cm}) \approx 0,12 \text{ cm} = 1,2 \text{ mm}$
 b) $\frac{700 \text{ g}}{10,5 \text{ g/cm}^3} : (20 \text{ cm} \cdot 15 \text{ cm}) \approx 0,22 \text{ cm} = 2,2 \text{ mm}$

- S155.** Ei olisi, sillä korkeuksien erotus on vain yksi millimetri.

29 Funktio 193

- S156.** a) on b) on c) on
 d) ei ole e) ei ole

- S157.** a)

0	↘	46
1	↗	47
2	↘	44
3	↗	45

 x f(x)
- b)

0	→	-13
1	→	-22
2	→	-31
3	→	-40

 x f(x)

- S158.** a) $f(x) = x - 7$ b) $f(x) = -8x + 3$
S159. a) on b) ei ole
 c) on d) ei ole

S160.

T	E	H	N
U	I	U	N
L	L	O	A
E	L	M	O
M	E	E	T

TEHNU IUNLL OAE LM OMEET

S161.

M	E	T	K	O	I	A
A	M	I	K	N	V	L
T	A	I	A	K	A	H

MATEMATIIKKA ON KIVAA

30 Funktion arvo 194

- S163.** a) 6 b) 9+
 c) 26 pistettä d) 13 pistettä
- S164.** a) Kolmannessa sarakeessa on ensimmäisen ja toisen sarakeen lukujen summa. $x = 45$
 b) Kolmannessa sarakeessa on ensimmäisen ja toisen sarakeen lukujen tulo. $x = 72$
- S165.** a) Lukujonon jokainen jäsen saadaan kertomalla luvun järjestysnumero luvulla 3. Seuraavat jäsenet ovat 15, 18 ja 21.
 b) Lukujonon jokainen jäsen saadaan kertomalla luvun järjestysnumero luvulla 4 ja vähentämällä tulosta luku 5. Seuraavat jäsenet ovat 15, 19 ja 23.
- S166.** a) $f(n) = 4n$ b) $f(100) = 400$
S167. a) $f(n) = -2n$ b) $f(100) = -200$

S168. a)

Kuvion n:o	Pisteitä
1	1
2	3
3	5
4	7
5	9

- b) $2n - 1$ pistettä
 c) 59 pistettä
 d) 51. kuvio

Kotitehtävät

1 Kertausta: Suorakulmainen kolmio 229

K1. Kolmio	ABC	DEF
α :n vastainen kateetti (cm)	6,5	1,5
α :n viereinen kateetti (cm)	11,3	2,6
hypotenuusa (cm)	13,0	3,0

K2. $x = 52$ mm

K3. a) Suorakulmaiset kolmiot ABC ja DEF ovat yhdenmuotoiset, sillä niissä on kaksi yhtä suurta kulmaa 37° ja 90° .

b) $x = 8,1$ m

K4. a) $\sphericalangle B = 90^\circ - 74^\circ = 16^\circ$.

Suorakulmaiset kolmiot ABC ja DEF ovat yhdenmuotoiset, sillä niissä on kaksi yhtä suurta kulmaa 16° ja 90° .

b) $EF = 144$ cm c) $DF = 42$ cm

K5. 16,0 m

3 Kulman sini, kosini ja tangentti 229

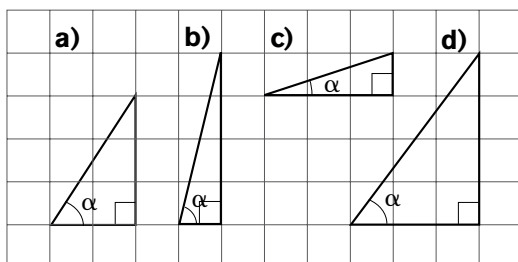
K6. a) 25,0 cm b) 24,0 cm c) 0,960

K7. a) 6,0 cm b) 3,2 cm c) 1,875

K8. a) 0,242 b) 0,968 c) 0,250
d) 0,242 e) 4,000 f) 0,968

K9. a) $\sin 53^\circ$ ja $\cos 37^\circ$ b) $\tan 53^\circ$
c) $\sin 37^\circ$ ja $\cos 53^\circ$ d) $\tan 37^\circ$

K10.



5 Kulman ratkaiseminen 230

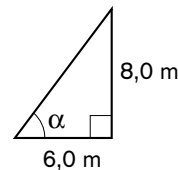
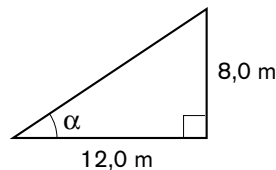
K11. a) $\alpha \approx 32^\circ$ b) $\alpha \approx 44^\circ$

K12. a) $\alpha \approx 39^\circ$ ja $\beta \approx 51^\circ$

b) $\alpha \approx 53^\circ$ ja $\beta \approx 37^\circ$

K13. a) 34°

b) 53°



K14. 38° ja 52°

K15. $\alpha \approx 30^\circ$, $\beta \approx 60^\circ$ ja $\gamma \approx 90^\circ$

6 Kateetin ratkaiseminen 230

K16. a) 2,0 cm

b) 3,5 cm

K17. a) 12,9 m

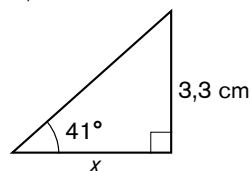
b) 8,5 m

K18. a) 7,2 cm

b) 5,9 cm

K19. 5,2 m

K20. 3,8 cm



7 Hypotenuusan ratkaiseminen 231

K21. a) 12 m

b) 7,0 cm

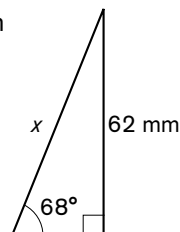
K22. a) 16 cm

b) 2,7 cm

K23. 1 600 m

K24. 350 cm

K25. 67 mm



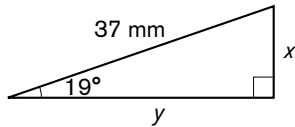
8 Kolmioharjoittelua**231**

K26. a) $x \approx 5,1$ m b) $y \approx 12$ m
 c) $A \approx 30$ m²

K27. a) $x \approx 9,4$ m b) $y \approx 18$ m
 c) $A \approx 70$ m²

K28. a) $\sphericalangle A \approx 38^\circ$ b) $\sphericalangle C \approx 52^\circ$
 c) $AC \approx 4,4$ cm

K29. 7,4 m

K30.

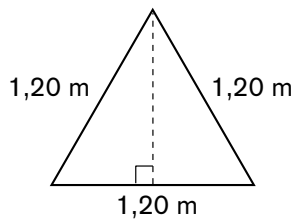
$x \approx 12$ mm, $y \approx 35$ mm

9 Kertausta: Pythagoraan lause**232**

K31. a) $x = 20$ b) $x = 24$

K32. a) 89 mm b) 73 cm

K33. a) 6,1 cm b) 22,3 m

K34.

a) 1,04 m b) $A \approx 0,624$ m²

K35. a) $1,2^2 + 3,5^2 = 13,69$ ja $3,7^2 = 13,69$, on
 b) $18^2 + 24^2 = 900$ ja $30^2 = 900$, on

10 Suorakulmaisen kolmion sovelluksia**232**

K36. $A \approx 14$ cm²

K37. 390 m

K38. a) $AC \approx 5,8$ cm b) $CD \approx 4,1$ cm

K39. $\alpha \approx 50^\circ$ ja $\beta \approx 130^\circ$

K40. $1,9^\circ$

12 Kappaleita**233**

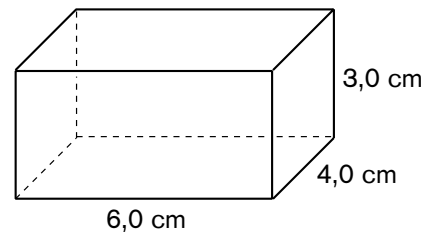
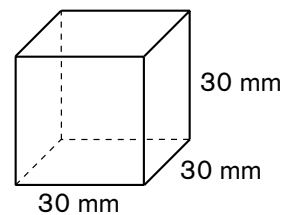
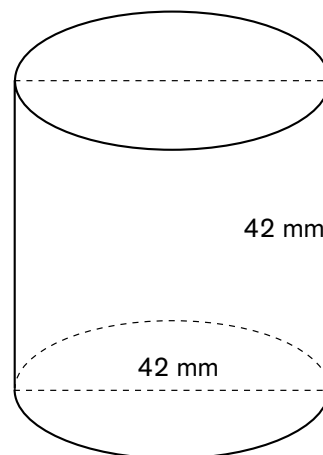
K41. a) C ja E b) H
 c) A, C ja E d) A, B, C ja E
 e) B f) F ja H g) F

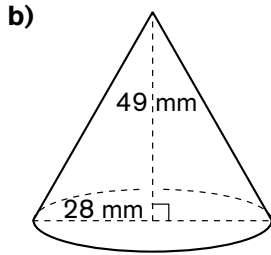
K42. a) suorakulmainen särmiö
 b) suora ympyrälieriö
 c) suora ympyräkartioiden
 d) suora kolmisivuinen särmiö
 e) säännöllinen nelisivuinen pyramidi
 f) pallo

K43. a) tulitikkurasia ja muropaketti
 b) säilykepurkki ja tennispallopakkaus
 c) jäätelötuutti ja kartiokynttilä
 d) tennispallo ja jäätelöpallo

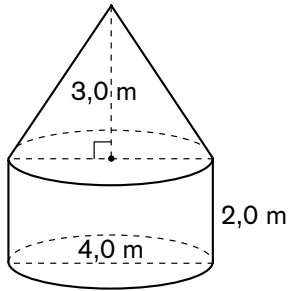
K44. a) neljän b) kolmen
 c) kahdeksan d) ei yhdenkään

K45. a) $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 = 55$
 b) $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2 + 9^2 + 10^2 = 385$

13 Kappaleiden piirtäminen**233****K46.****K47.****K48. a)**



K49.



K50. b) 8 c) 4 d) 0

14 Kertausta: Pinta-alan ja tilavuuden yksiköt

234

K51.

ha	a	m ²
0,00005	0,005	0,5
0,00012	0,012	1,2
0,6	60	6 000
0,015	1,5	150

dm ²	cm ²
50	5 000
120	12 000
600 000	60 000 000
15 000	1 500 000

K52.

m ³	dm ³	cm ³	mm ³
0,05	50	50 000	50 000 000
0,0025	2,5	2 500	2 500 000
0,0003	0,3	300	300 000
0,47	470	470 000	470 000 000

K53. a) $A \approx 29 \text{ cm}^2$ b) $A = 12 \text{ cm}^2$

K54. a) $A = 21 \text{ a}$ b) $A \approx 1,7 \text{ a}$

K55. a) $\frac{50\,000 \text{ mm}^3}{4 \cdot 25 \text{ mm}^3} = 500, 500 \text{ päiväksi}$

b) $\frac{40 \text{ €}}{500} = 0,08 \text{ €, } 8 \text{ senttiä}$

15 Suorakulmisen särmiön tilavuus ja pinta-ala

234

K56. a) $V = 125\,000 \text{ mm}^3 \approx 130 \text{ cm}^3$

$$A = 15\,000 \text{ mm}^2 = 150 \text{ cm}^2$$

b) $V = 27\,000 \text{ cm}^3 = 27 \text{ dm}^3$

$$A = 5\,400 \text{ cm}^2 = 54 \text{ dm}^2$$

K57. a) $V = 38\,500 \text{ cm}^3 \approx 39 \text{ dm}^3$

$$A = 7\,450 \text{ cm}^2 \approx 75 \text{ dm}^2$$

b) $V = 6\,048 \text{ cm}^3 \approx 6,0 \text{ dm}^3$

$$A = 2\,208 \text{ cm}^2 \approx 22 \text{ dm}^2$$

K58. a) $V = 4\,913 \text{ cm}^3 \approx 4,9 \text{ l}$

b) $V = 27\,907,5 \text{ cm}^3 \approx 28 \text{ l}$

K59. $\frac{6,0 \text{ m}^3}{0,8 \text{ m} \cdot 0,1 \text{ m}} = 75 \text{ m}$

K60. $40 \text{ cm} \cdot 30 \text{ cm} \cdot 1,5 \text{ cm}$
 $= 1\,800 \text{ cm}^3 = 1,8 \text{ dm}^3$

16 Lieriön tilavuus

235

K61. a) $V = 1\,400 \text{ cm}^3$

b) $V = 41\,400 \text{ mm}^3 \approx 41 \text{ cm}^3$

K62. a) $V = \pi \cdot (3,0 \text{ cm})^2 \cdot 6,0 \text{ cm} \approx 170 \text{ cm}^3$

b) $V = \pi \cdot (5,0 \text{ cm})^2 \cdot 2,5 \text{ cm} \approx 200 \text{ cm}^3$

K63. a) $V = \pi \cdot (3,5 \text{ cm})^2 \cdot 10,0 \text{ cm}$

$$= 384,8\dots \text{ cm}^3 \approx 380 \text{ cm}^3$$

b) $1,5 \cdot 384,8\dots \text{ cm}^3$

$$= 577,2\dots \text{ cm}^3 \approx 5,8 \text{ dl}$$

K64. a) 4,1 m

b) $A_V \approx 110 \text{ m}^2$

c) $A_P \approx 8,1 \text{ m}^2$

d) $V \approx 65 \text{ m}^3$

K65. a) $A = \frac{\pi \cdot (6,0 \text{ m})^2}{2} + 12,0 \text{ m} \cdot 8,0 \text{ m}$

$$= 152,54\dots \text{ m}^2 \approx 153 \text{ m}^2$$

b) $V = 152,54\dots \text{ m}^2 \cdot 3\,005 \text{ m}$

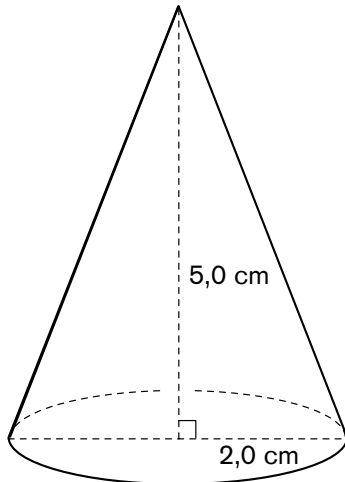
$$\approx 458\,000 \text{ m}^3$$

17 Kartion tilavuus
235

- K66.** a) $V = 37,2 \text{ cm}^3 \approx 37 \text{ cm}^3$
 b) $V = 289 \text{ cm}^3 \approx 290 \text{ cm}^3$
 c) $V = 1\,260 \text{ cm}^3 \approx 1\,300 \text{ cm}^3$
 d) $V = 5,973 \dots \text{ dm}^3 \approx 6,0 \text{ dm}^3$

K67. $V = 62,5 \text{ cm}^3 \approx 63 \text{ cm}^3$

K68. a)



b) $V = \frac{\pi \cdot (2,0 \text{ cm})^2 \cdot 5,0 \text{ cm}}{3}$
 $= 20,94 \dots \text{ cm}^3 \approx 21 \text{ cm}^3$

K69. a) $V_{\text{pyramidi}} = \frac{(10 \text{ cm})^3}{2 \cdot 3}$
 $= 166,66 \dots \text{ cm}^3 \approx 170 \text{ cm}^3$

b) Kuution tilavuus on kuusinkertainen pyramidin tilavuuteen verrattuna.

K70. a) $V = \frac{\pi \cdot (5,6 \text{ cm})^2 \cdot 9,0 \text{ cm}}{3}$
 $= 295,56 \dots \text{ cm}^3 \approx 300 \text{ cm}^3$

b) $V = \frac{\pi \cdot (3,9 \text{ cm})^2 \cdot 8,0 \text{ cm}}{3}$
 $= 127,42 \dots \text{ cm}^3 \approx 130 \text{ cm}^3$

18 Tilavuuksia
236

K71. mahtuu, sillä $V_{\text{paketti}} \approx 430 \text{ cm}^3$ ja $V_{\text{lieriö}} \approx 500 \text{ cm}^3$

K72. $V_{\text{särmiö}} = 2\,346\,687 \text{ mm}^3 \approx 2\,300 \text{ cm}^3$,
 $V_{\text{tuutit}} = 848\,230,0 \dots \text{ mm}^3 \approx 850 \text{ cm}^3$,
 $\frac{V_{\text{särmiö}} - V_{\text{tuutit}}}{V_{\text{särmiö}}} \approx 64 \%$

K73. $V = (1,8 \text{ m})^2 \cdot 4,5 \text{ m} + \frac{(1,8 \text{ m})^2 \cdot 1,1 \text{ m}}{3}$
 $= 15,768 \text{ m}^3 \approx 16 \text{ m}^3$

K74. $V_{\text{vuoka}} = \pi \cdot (11,3 \text{ cm})^2 \cdot 6,4 \text{ cm} \approx 2,57 \text{ l}$ ja
 $V_{\text{kakku}} = 1,75 \cdot 1,4 \text{ l} = 2,45 \text{ l}$;
 kyllä mahtuu

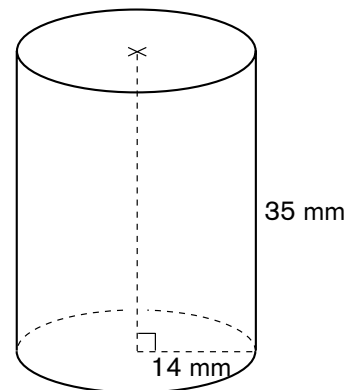
K75. $V_{\text{pyramidi}} = \frac{(10 \text{ cm})^2 \cdot 15 \text{ cm}}{3} = 500 \text{ cm}^3$

$V_{\text{kartio}} = \frac{\pi \cdot (5,0 \text{ cm})^2 \cdot 15 \text{ cm}}{3}$
 $= 125\pi \text{ cm}^3 = 392,69 \dots \text{ cm}^3$

$\frac{V_{\text{kartio}}}{V_{\text{pyramidi}}} = 0,7853 \dots \approx 79 \%$

19 Lieriön pinta-ala
236

K76.



- a) $A_V \approx 31 \text{ cm}^2$
 b) $A_P \approx 6,2 \text{ cm}^2$
 c) $A = A_V + 2 \cdot A_P \approx 43 \text{ cm}^2$

K77. a) $A_V = 84 \text{ cm}^2$, $A_V = 132 \text{ cm}^2$ tai
 $A_V = 144 \text{ cm}^2$

b) $A_V = 153,6 \text{ cm}^2 \approx 150 \text{ cm}^2$

K78. $A \approx 860 \text{ cm}^2$

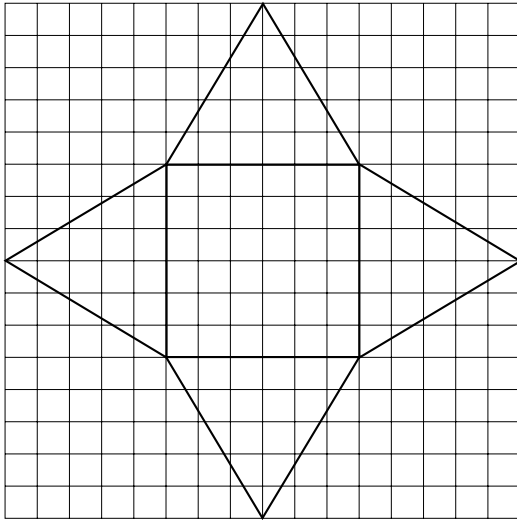
K79. a) $V \approx 1000 \text{ cm}^3$

b) $A_V \approx 710 \text{ cm}^2$

c) $A \approx 810 \text{ cm}^2$

K80. $A = \pi \cdot 30 \text{ cm} \cdot 20 \text{ cm}$
 $+ \pi \cdot 16 \text{ cm} \cdot 20 \text{ cm}$
 $+ 2 \cdot \pi \cdot (15 \text{ cm})^2 - 2 \cdot \pi \cdot (8,0 \text{ cm})^2$
 $= 3\,901,8 \dots \text{ cm}^2 \approx 39 \text{ dm}^2$

K81.



$$\text{K82. } A = 3,0 \text{ cm} \cdot 3,0 \text{ cm} + 4 \cdot \frac{3,0 \text{ cm} \cdot 2,0 \text{ cm}}{2} = 21 \text{ cm}^2$$

- K83. a)** Voidaan, muodostuu suora nelisivuinen pyramidi.
b) Ei voida, sillä kaksi tahkoista tulee olemaan päällekkäin ja yhdellä pohjan särmällä ei ole lainkaan sivutahkoa.
c) Voidaan, muodostuu suora kolmisivuinen pyramidi.
d) Ei voida, sillä yksi sivutahko puuttuu.

- K84. a)** $x = 135 \text{ cm}$
b) $A_V \approx 292 \text{ dm}^2$

- K85. a)** $6,5 \text{ cm}$
b) $A_V \approx 86 \text{ cm}^2$
c) $A \approx 130 \text{ cm}^2$

21 Suoran ympyräkartion pinta-ala 237

$$\text{K86. a)} A_V \approx 57 \text{ cm}^2 \quad \text{b)} A_V \approx 110 \text{ cm}^2$$

$$\text{K87. a)} A_V = \pi \cdot 1,3 \text{ cm} \cdot 3,6 \text{ cm} \approx 15 \text{ cm}^2$$

$$\text{b)} A \approx 20 \text{ cm}^2$$

$$\text{K88. a)} r = \sqrt{40^2 - 24^2} \text{ cm} = 32 \text{ cm}$$

$$\text{b)} A_V \approx 4 \text{ 000 cm}^2$$

$$\text{c)} V \approx 26 \text{ 000 cm}^3$$

$$\text{K89. a)} A \approx 110 \text{ cm}^2 \quad \text{b)} A \approx 75 \text{ cm}^2$$

$$\text{K90. a)} r = \sqrt{68^2 - 60^2} \text{ mm} = 32 \text{ mm}$$

$$\text{b)} A \approx 10 \text{ 000 mm}^2$$

$$\text{K91. } A \approx 14,3 \text{ m}^2$$

$$\text{K92. a)} A_V \approx 37 \text{ m}^2$$

$$\text{b)} A_V \approx 880 \text{ cm}^2$$

$$\text{K93. a)} A \approx 220 \text{ cm}^2$$

$$\text{b)} 370$$

$$\text{K94. } A = \pi \cdot 60 \text{ mm} \cdot 64 \text{ mm} + \pi \cdot 226 \text{ mm} \cdot 64 \text{ mm} + \pi \cdot (113 \text{ mm})^2 - \pi \cdot (30 \text{ mm})^2 = 94 \text{ 791,2... mm}^2 \approx 950 \text{ cm}^2$$

$$\text{K95. a)} A_P \approx 13 \text{ cm}^2$$

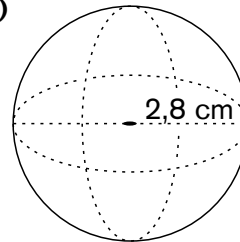
$$\text{b)} x = 5,0 \text{ cm}$$

$$\text{c)} y \approx 7,1 \text{ cm}$$

$$\text{d)} A_V \approx 48 \text{ cm}^2$$

23 Pallo

K96. a)



$$\text{b)} V = 4 \cdot \pi \cdot (2,8 \text{ cm})^3 : 3 \approx 92 \text{ cm}^3$$

$$\text{c)} A = 4 \cdot \pi \cdot (2,8 \text{ cm})^2 \approx 99 \text{ cm}^2$$

$$\text{K97. a)} V \approx 9,2 \text{ cm}^3, A \approx 21 \text{ cm}^2$$

$$\text{b)} V \approx 110 \text{ 000 cm}^3, A \approx 11 \text{ 000 cm}^2$$

$$\text{K98. a)} A = 4 \cdot \pi \cdot (11 \text{ m})^2 : 2 \approx 760 \text{ m}^2$$

$$\text{b)} A = 4 \cdot \pi \cdot (8,5 \text{ m})^2 : 2 \approx 450 \text{ m}^2$$

$$\text{K99. a)} \frac{129 \text{ mm}}{2\pi} = 20,53... \text{ mm} \approx 20,5 \text{ mm}$$

$$\text{b)} A = 4 \cdot \pi \cdot (20,53... \text{ mm})^2 \approx 5 \text{ 300 mm}^2$$

$$\text{c)} V = \frac{4 \cdot \pi \cdot (20,53... \text{ mm})^3}{3} \approx 36 \text{ 300 mm}^3$$

$$\text{K100. a)} V = \frac{2\pi \cdot (95 \text{ mm})^3}{3} - \frac{2\pi \cdot (65 \text{ mm})^3}{3} = 1 \text{ 220 508,7... mm}^3 \approx 1 \text{ 200 cm}^3$$

$$\text{b)} A = 2\pi \cdot (95 \text{ mm})^2 + 2\pi \cdot (65 \text{ mm})^2 + \pi \cdot (95 \text{ mm})^2 - \pi \cdot (65 \text{ mm})^2 = 98 \text{ 331,8... mm}^2 \approx 980 \text{ cm}^2$$

24 Tilavuuksia ja pinta-aloja 239

- K101.** a) $V = (5,0 \text{ cm})^3 = 125 \text{ cm}^3$
 $\approx 130 \text{ cm}^3$
 b) $V = \pi \cdot (2,5 \text{ cm})^2 \cdot 5,0 \text{ cm}$
 $\approx 98 \text{ cm}^3$
 c) $V = \frac{4 \cdot \pi \cdot (2,5 \text{ cm})^3}{3} \approx 65 \text{ cm}^3$

K102. $\frac{\pi \cdot (5,0 \text{ cm})^2 \cdot 10 \text{ cm}}{3}$;
 $(\pi \cdot (5,0 \text{ cm})^2 \cdot 10 \text{ cm}) = 1:3$

K103. $V = \frac{2\pi \cdot (0,24 \text{ dm})^3}{3} +$
 $\frac{\pi \cdot (0,24 \text{ dm})^2 \cdot 1,7 \text{ dm}}{3}$
 $\approx 0,13 \text{ dm}^3 = 1,3 \text{ dl}$

- K104.** a) $V_{\text{iso}} = 333,33... \text{ cm}^3 \approx 330 \text{ cm}^3$
 b) $V_{\text{pieni}} = 41,66... \text{ cm}^3 \approx 42 \text{ cm}^3$
 c) $\frac{V_{\text{pieni}}}{V_{\text{iso}}} = \frac{1}{8}$

K105. $A = 4 \cdot \pi \cdot (3,2 \text{ cm})^2 +$
 $2 \cdot \pi \cdot 3,2 \text{ cm} \cdot 6,4 \text{ cm} \approx 260 \text{ cm}^2$

25 Massa- ja tiheyslaskuja 239

- K106.** a) $V = 20\,000 \text{ cm}^3$
 b) $m = \rho \cdot V$
 $= 0,450 \text{ g/cm}^3 \cdot 20\,000 \text{ cm}^3$
 $= 9\,000 \text{ g} = 9,0 \text{ kg}$
- K107.** a) $V = 216\,000 \text{ cm}^3 \approx 220\,000 \text{ cm}^3$
 b) $m = 198\,072 \text{ g} \approx 200 \text{ kg}$
- K108.** a) $V = 5\,472 \text{ cm}^3 \approx 5\,500 \text{ cm}^3$
 b) $m = 13\,680 \text{ g} \approx 14 \text{ kg}$
- K109.** a) $V = 4\,000 \text{ mm}^3 = 4,0 \text{ cm}^3$
 b) $\rho = \frac{m}{V} = \frac{10,8 \text{ g}}{4,0 \text{ cm}^3} = 2,7 \text{ g/cm}^3$
- K110.** $m \approx 150 \text{ kg}$ ($V \approx 116 \text{ m}^3$)

29 Funktio 240

- K111.** a) Funktiokone kertoo syötteen luvulla 5.
 b) 20 c) 0 d) 5x
- K112.** a) Funktio vähentää syötteestä luvun 2.
 b) 2 c) -6 d) $x - 2$
- K113.** a) $f(x) = x + 1$
 b) $f(x) = -x - 18$
- K114.** a) 3,60 € b) 0,18 € c) 3,0 kg
- K115.** a) $p(x) = 3x$ b) $p(x) = 6x$

30 Funktion arvo 240

- K116.** a) 1 b) -4
- K117.** a) $f(6) = 3$ b) $f(0) = -3$
 c) $f(-3) = -6$
- K118.** a) $f(2) = -5$ b) $f(-1) = 4$
 c) $f\left(-\frac{1}{3}\right) = 2$
- K119.** a) $f(x) = -2x - 1$ b) $f(x) = 2x + 12$
 c) $f(x) = x^2 - 20$ d) $f(x) = -2x - 1$
- K120.** a) $p(x) = 16x - 4$ b) $p(3) = 44$
 c) $x = 1$

31 Funktion kuvaaja ja nollakohdat 241

- K121.** a) $f(0) = -2$ b) $f(3) = 1$
 c) $f(4) = 2$
- K122.** a) $f(x) = -3$, kun $x = -1$
 b) $f(x) = 0$, kun $x = 2$
- K123.** a) $g(0) = -3$ b) $g(-2) = 1$
 c) $g(x) = -1$, kun $x = -1$
- K124.** a) $h(0) = 2$ b) $h(3) = 1$
 c) $x = -3$
- K125.** a) $f(0) = -1$
 b) $f(2) = 3$
 c) $f(-2) = 3$
 d) $f(x) = 0$, kun $x = -1$ tai $x = 1$