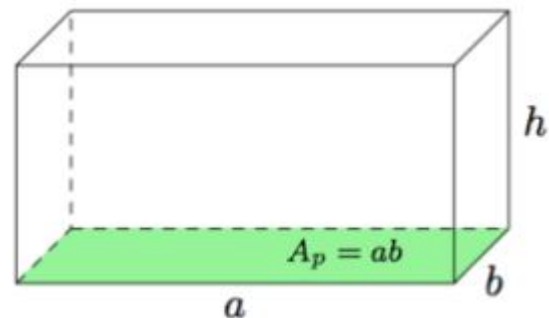
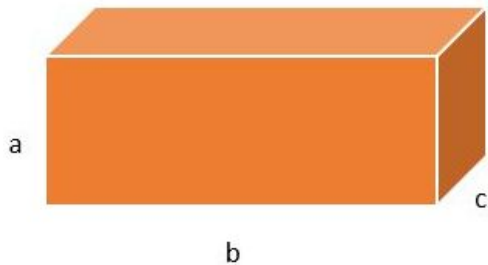

Tilavuuksia ja pinta-aloja

Suorakulmaisen särmiön tilavuus ja pinta-ala

Kpl 15



Suorakulmaisesta särmiön pinta-ala



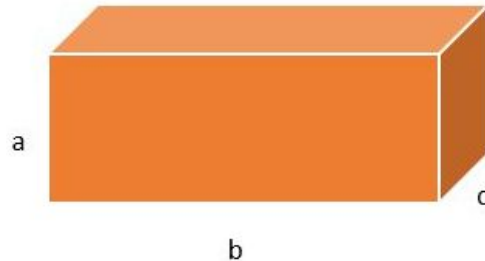
Kuutiolla $A = 6a^2$

[Kuutio tasossa](#)

Suorakulmaisen särmiön tilavuus

Tilavuus lasketaan

$$V = a \cdot b \cdot c$$



Kuutiolla $V = a^3$

[Geogebra](#)

Tilavuus ja pinta-ala

Esimerkki

Suorakulmaisen särmiön pituus on 7,0 m, leveys 4,0 m ja korkeus 5,0 m. Laske sen

a) tilavuus

b) pinta-ala.

$$a) \quad V = 7,0 \text{ m} \cdot 4,0 \text{ m} \cdot 5,0 \text{ m} = 140 \text{ m}^3$$

Tilavuus on 140 m³

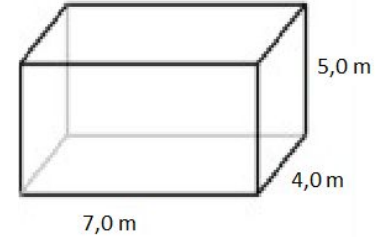
$$b) \quad A = 2 \cdot 7,0 \cdot 4,0 + 2 \cdot 4,0 \cdot 5,0 + 2 \cdot 7,0 \cdot 5,0$$

$$A = 56 + 40 + 70 = 166$$

Särmiön pinta-ala on 170 m²

$$A = 2ab + 2bc + 2ac$$

$$V = a \cdot b \cdot c$$



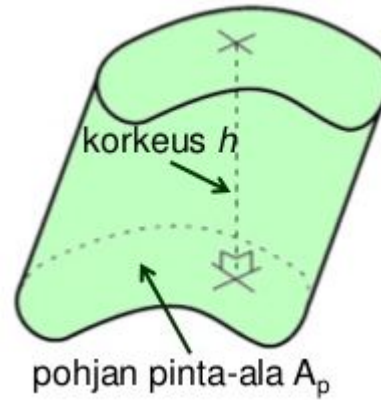
Tehtäviä	s 37
141	142
142	143
143	144
144	146

KT 57

Lieriön tilavuus

Lasketaan kaavalla

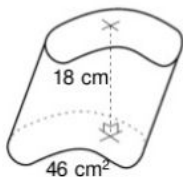
$$V = A_{\text{pohja}} \cdot h$$



Lieriön tilavuus

Esim. Laske kappaleen tilavuus

a)

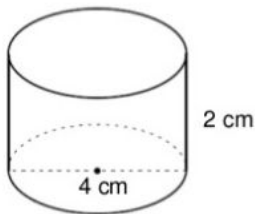


$$a) \quad A_p = 46 \text{ cm}^2, h = 18 \text{ cm}$$

$$V = 46 \text{ cm}^2 \cdot 18 \text{ cm} = 828 \text{ cm}^3$$

Tilavuus 830 cm³

b)



$$b) \quad A_p = \pi \cdot (2 \text{ cm})^2, h = 2 \text{ cm}$$

$$V = \pi \cdot (2 \text{ cm})^2 \cdot 2 \text{ cm} = 25,13274123 \text{ cm}^3$$

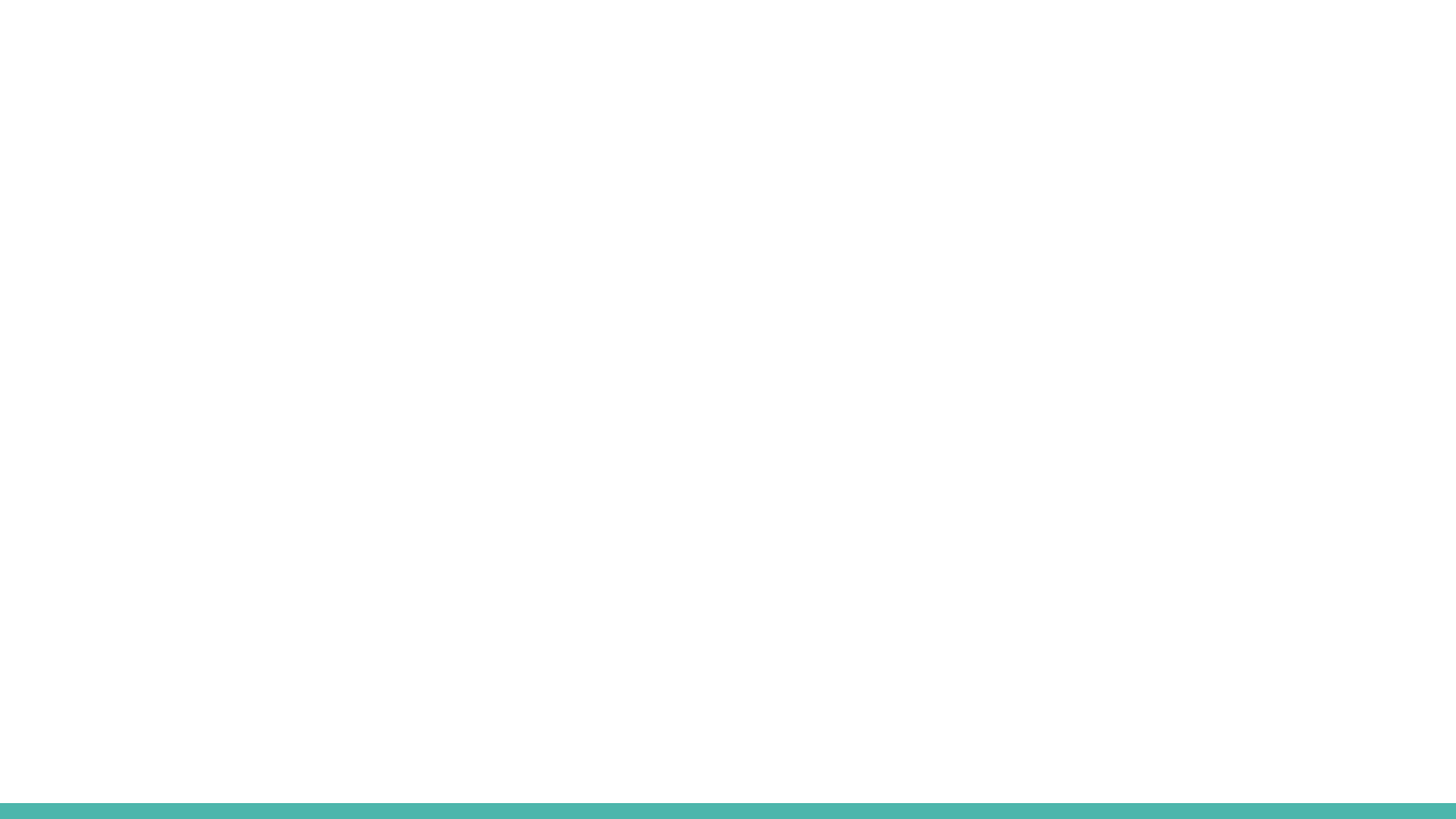
Tilavuus 30 cm³

$$V = A_{\text{pohja}} \cdot h$$

$$A_{\text{ympyrä}} = \pi r^2$$

$$A_{\text{kolmio}} = ab/2$$

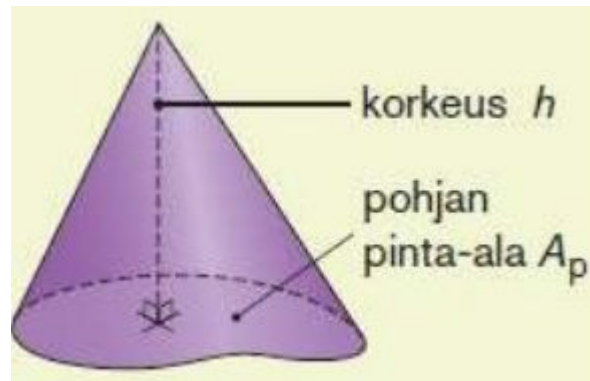
Tehtäviä	s 39
148	149
149	151
151	152
152	154



Kartion tilavuus kpl 17

Lasketaan kaavalla

$$V = \frac{A_p \cdot h}{3}$$



Huom. Lieriön tilavuus $V = A_{\text{pohja}} \cdot h$

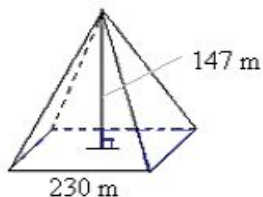
3 pyramidia

$$V = \frac{A_p \cdot h}{3}$$

Kartion tilavuus

Kpl 17

Kheopsin pyramidi oli alunperin 147 m korkea ja sen pohjasärmän pituus oli 230 m. Lasketaan pyramidin tilavuus.



$$A_p = (230 \text{ m})^2, \quad h = 147 \text{ m}$$

$$V = \frac{(230 \text{ m})^2 \times 147 \text{ m}}{3}$$

$$V = 2592100 \text{ m}^3$$

Pyramidin tilavuus 2 600 000 m³

$$= 2,6 \cdot 10^6 \text{ m}^3$$

Tehtäviä

s 41

158

159

160

162

162

164

164

165

KT 162

KOKEESSA ANNETTAVAT LASKUKAAVAT:

$$V = A_p \cdot h$$

$$A_v = \pi \cdot r \cdot s$$

$$V = \frac{A_p \cdot h}{3}$$

$$V = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$$

$$A_v = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$

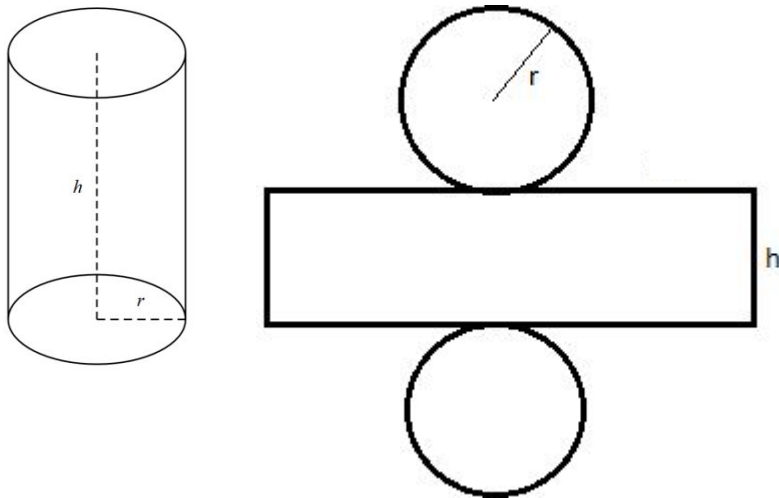
$$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

Auton tuulilasinpesunestesäiliö on 3l_____

Tuulilasinpesunestettä myydään purkeissa joiden korkeus on 19 cm ja pohja on 18x12. montako täydennystä saa kun laimennus on 1:5

Lieriön pinta-ala

Lieriön kokonaispinta-alaan lasketaan pohjat ja vaippa



Vaipan pinta-ala lasketaan pohjan piiri • korkeus

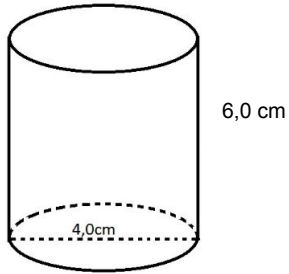
Suoran ympyrälieriön vaipan ala

$$A_v = 2\pi rh$$

[Lieriön ala](#)

$$A_v = 2\pi rh$$

Lieriön pinta-ala



$$A_p = \pi \cdot (2,0 \text{ cm})^2$$

$$= 12,56637 \text{ cm}^2$$

$$A_v = (2 \cdot \pi \cdot 2,0 \text{ cm}) \cdot 6,0 \text{ cm}$$

$$= 75,39822 \text{ cm}^2$$

$$A_l = 2 A_p + A_v$$

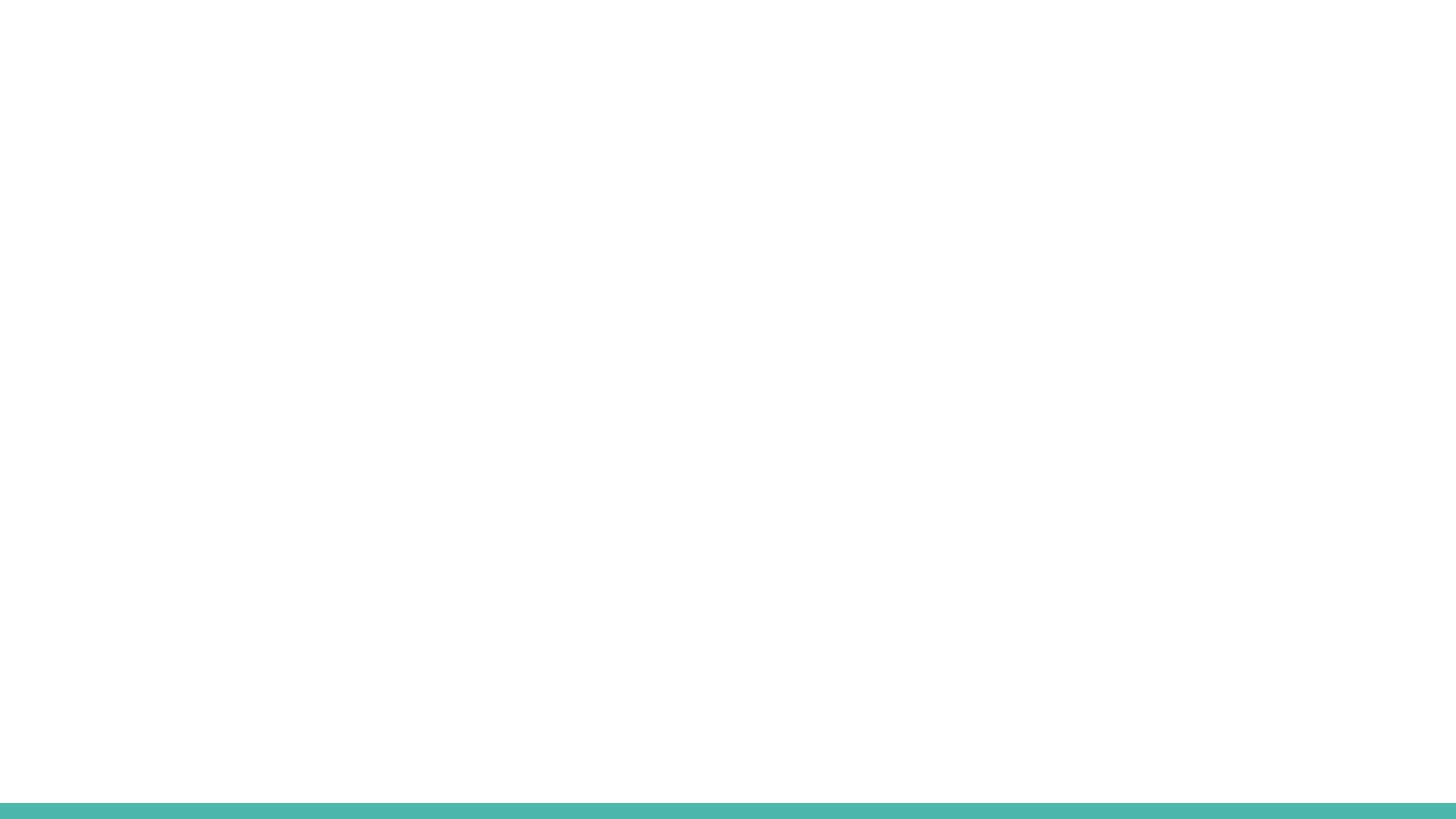
$$A_l = 2 \cdot \pi \cdot (2,0 \text{ cm})^2 + (2 \cdot \pi \cdot 2,0 \text{ cm}) \cdot 6,0 \text{ cm}$$

$$A_l = 100,5309649 \text{ cm}^2$$

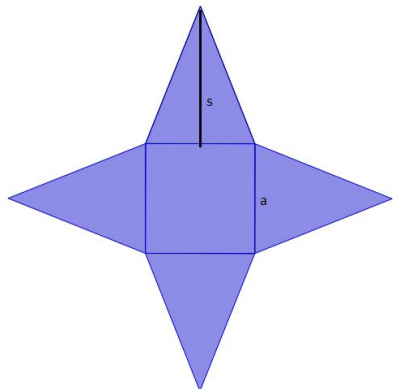
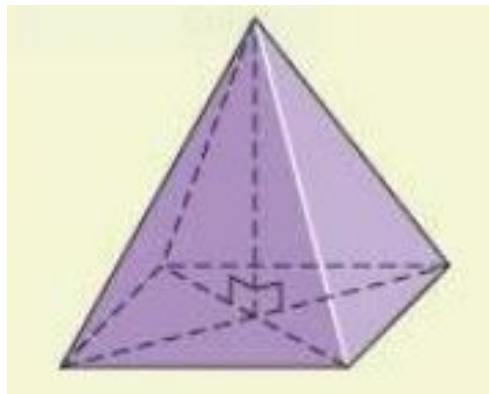
Lieriön pinta-ala 100 cm²

Laske lieriön pinta-ala.

Tehtäviä	s 45
174	176
176	179
179	180
180	181



Pyramidin pinta-ala



Pyramidin pinta-ala

Pohja + sivutahkot

Säännöllinen nelisivuinen pyramidi

$$a^2 + 4 \cdot (as/2)$$

Säännöllinen kolmisivuinen pyramidi

$$A_{\text{pohja}} + 3 \cdot (as/2)$$

[Geogebra](#)

Pyramidin pinta-ala

Kheopsin pyramidin alkuperäinen korkeus oli 146 m. Sen sivutahkon korkeus oli 186 m ja pohjaneliön sivun pituus 232 m. Laske pyramidin kokonaispinta-ala.

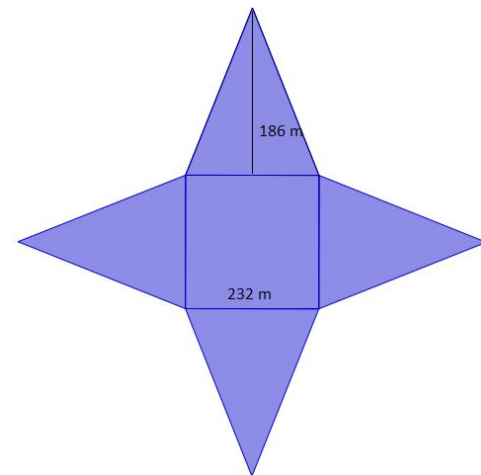
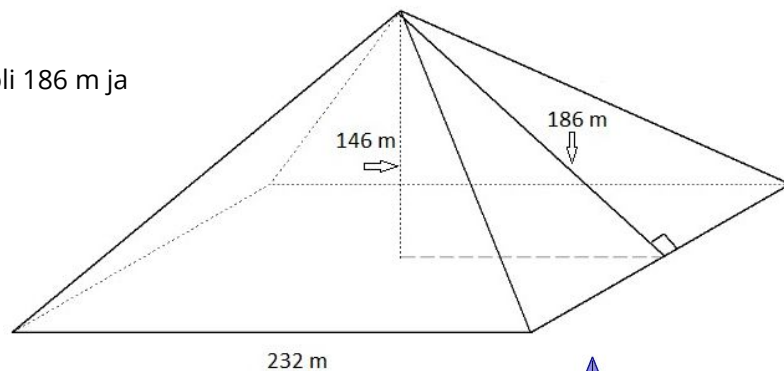
Pohja + 4 kolmion muotoista sivutahkoa

$$A_k = A_p + A_v$$

$$= (232 \text{ m})^2 + 4 \cdot (232 \text{ m} \cdot 186 \text{ m} : 2)$$

$$= 53\,824 \text{ m}^2 + 86\,304 \text{ m}^2$$

$$= 140\,128 \text{ m}^2 = 14,0 \text{ ha}$$



Tehtäviä	s 47
183	
184	
185	
187	

Pyramidin tilavuus

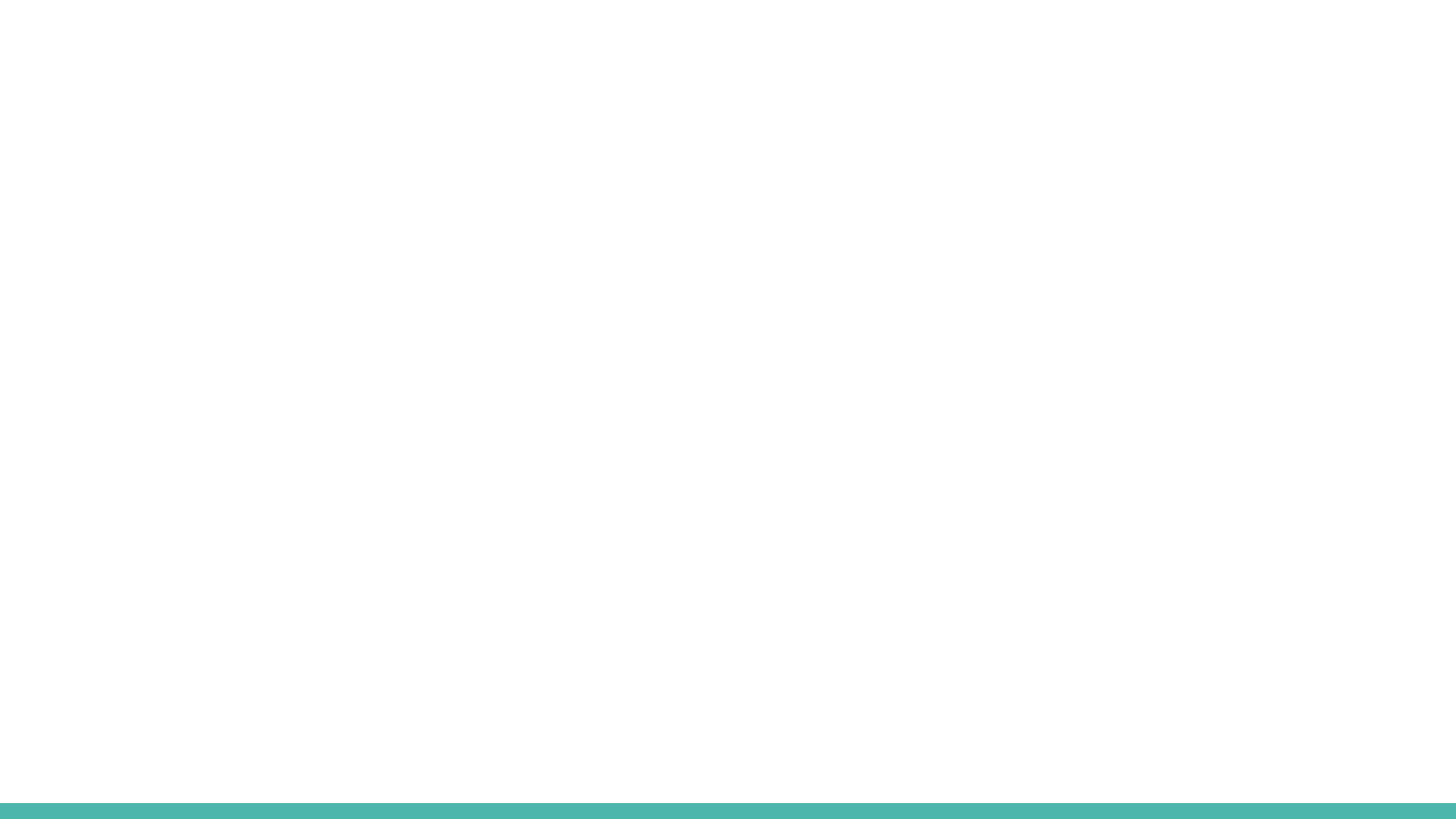
KT

Helpompi

K82

Haasta itseäsi

K84



Kartion pinta-ala

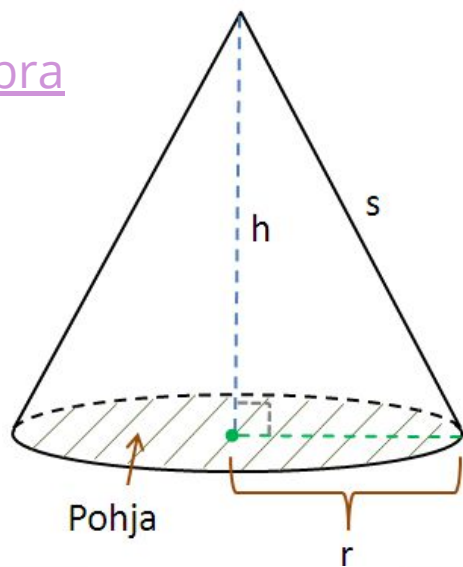
kpl 21 s 48

Ympyräkartio tasoon levitettynä on sektori, jonka säde on sivujana **s** ja kaaren pituus on **$2\pi r$** , eli pohjaympyrän kaaren pituus

Vaipan pinta-ala lasketaan

$$A_v = \pi \cdot r \cdot s$$

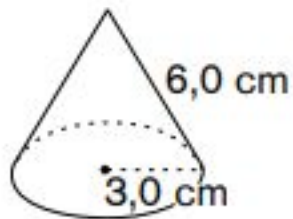
π • pohjan säde • sivujana



Kartion pinta-ala

kpl 21 s 48

$$A_V = \pi \cdot r \cdot s$$



Laske kartion pinta-ala

$$A_V = \pi \cdot r \cdot s$$

$$A_V = \pi \cdot 3,0 \text{ cm} \cdot 6,0 \text{ cm}$$

$$A_V = 56,54866776 \text{ cm}^2$$

Ympyräkartiin kuuluu myös pohjan pinta-ala $\pi \cdot r^2$

$$A_p = \pi \cdot (3,0 \text{ cm})^2$$

$$A_p = 28,2743388 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{kartio}} = \text{vaipan ala} + \text{pohjan ala}$$

$$A_{\text{kartio}} = 56,54866776 \text{ cm}^2 + 28,2743388 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{kartio}} = 84,82300165 \text{ cm}^2$$

Kartion pinta-ala **85 cm²**

Tehtäviä	s 49
190	191
191	193
193	194
194	196

KT

Helpompi

K86

Haasta itseäsi

K90

Pinta-aloja

kpl 22 s 50

Maalaustelan leveys on 18 cm ja halkaisija 4,7 cm. Kuinka suuren pinta-alan telalla maalaa, kun tela pyörii kierroksen? Montako kertaa tela vähintään pyörähtää kun maalataan 4,0m leveä ja 3,0m korkea seinä?

Tela on ympyrälieriö, joka maalaa pyörähdysten aikana vaipan suuruisen alan. $A_v = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$

$$A_{\text{yksi pyörähdys}} = 2 \cdot \pi \cdot 2,35 \text{ cm} \cdot 18 \text{ cm} = 265,7787385 \text{ cm}^2$$

Seinän pinta-ala $4,0 \text{ m} \cdot 3,0 \text{ m} = 12 \text{ m}^2$ muuta samoihin yksiköihin

$$12 \text{ m}^2 = 120\,000 \text{ cm}^2$$

$$120\,000 \text{ cm}^2 : 265,7787385 \text{ cm}^2 = 451,5033847$$

Vastaus: Tela pyörii vähintään 450 kertaa

	Tehtäviä	s 51
k76	200	203
185	201	206
197b	203	207
	204	208

KT

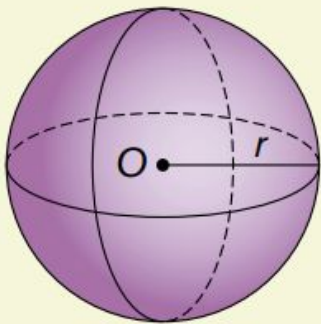
Helpompi

k92

Haasta itseäsi

K93

Pallon tilavuus ja pinta-ala kpl 23 s 53



Missä r on pallon säde

Jos pallo halkaistaan kahtia keskeltä, leikkauspinta on $\pi \cdot r^2$ kokoinen isoympyrä. Kokonaispinta-ala on nelinkertainen isoympyrään verrattuna

Pallon tilavuus ja pinta-ala kpl 23 s 53

$$V = \frac{4\pi r^3}{3}$$

$$A = 4\pi r^2$$

Laske pallon tilavuus ja pinta-ala
kun pallon säde on 2,8 cm

$$V = 4 \cdot \pi \cdot r^3 : 3$$

$$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

$$V = 4 \cdot \pi \cdot (2,8 \text{ cm})^3 : 3$$

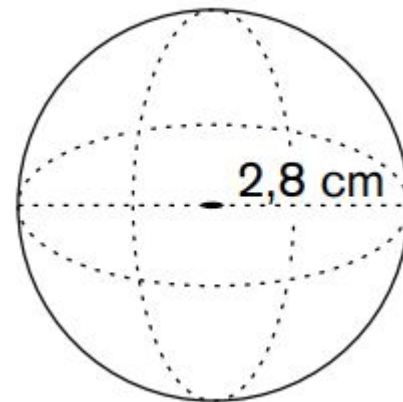
$$A = 4 \cdot \pi \cdot (2,8 \text{ cm})^2$$

$$V = 91,95232258 \text{ cm}^3$$

$$A = 98,52034562$$

Tilavuus 92 cm³

Pinta-ala 99 cm²



Tehtäviä	s 53
212	214
213	216
214	217
216	220

KT

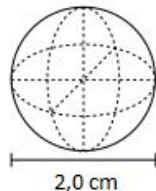
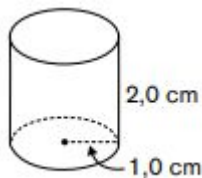
Perustehtävä

k97

Haasta itseäsi

K100

KPL 24 s.55



KOKEESSA ANNETTAVAT LASKUKAAVAT:

$$V = A_p \cdot h \quad \text{Lieriön tilavuus}$$

$$A_v = \pi \cdot r \cdot s \quad \text{Kartion vaipan pinta-ala}$$

$$V = \frac{A_p \cdot h}{3} \quad \text{Kartion tilavuus}$$

$$V = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3} \quad \text{Pallon tilavuus}$$

$$A_v = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h \quad \text{Lieriön vaipan pinta-ala}$$

$$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2 \quad \text{Pallon pinta-ala}$$

Mikä on ympyrälieriön vaipan ja pallon pinta-alojen suhde

$$A_v = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$

$$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

$$A_v = 2 \cdot \pi \cdot 1,0 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm}$$

$$A = 4 \cdot \pi \cdot (1,0 \text{ cm})^2$$

$$A_v = 4\pi \text{ cm}^2$$

$$A = 4\pi \text{ cm}^2$$

Suhde

$$4\pi \text{ cm}^2 : 4\pi \text{ cm}^2$$

1 : 1

Pinta-ala	Tilavuus	Vetomitat
mm ²	mm ³	ml
cm ²	cm ³	cl
dm ²	dm ³	dl
m ²	m ³	l
a		dal
ha		hl
km ²		kl

Suhdeluku 100

1000

10

Tehtäviä

s 53

222
223
225
227

