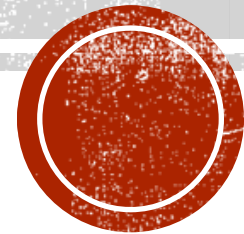


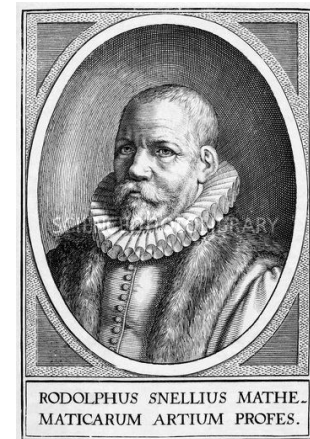
# KOLMIO MITTAUS

Vähän historiaa ja matemaattista perustaa



# KOLMIOMITTAUKSEN TAUSTAA

- Antiikista tietoja mm. Maan koon ja pyramidin korkeuksien määrittämisestä
- Modernin maanmittauksen kehitys Hollannissa 1600-luvulla (Snellius)
  - geodeettinen kartoitus
  - aluksi myös maapallon muodon selvittäminen
- Suomessa kolme merkittävää vaihetta
  1. Maupertuis`n retkikunta Tornionjokilaaksoon 1736-37
  2. Struven ketju (1816-1855, Suomessa 1830-1852)
  3. Suomen I luokan kolmioverkko 1919-1987



# MAUPERTUIS`N RETKIKUNTA

- 1600-luku: kiista onko maapallo litistynyt, ja jos on, niin onko navoilta (Newton) vai päiväntasaajalta (Cassini&Descartes)
- Ranskan tiedeakatemia lähetti retkikunnat päiväntasaajalle Peruun ja napapiirille Tornionjokilaaksoon (20.6.1736-9.6.1737)
- Tavoitteena mitata yhden asteen meridiaanin (eli pituuspiirin) kaaren pituus molemmissa paikoissa

Teoriassa pituus  $\frac{40008 \text{ km}}{360^\circ} = 111,13 \text{ km}/^\circ$

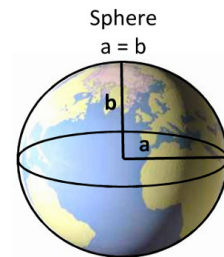
Retkikuntien tulos:

Tornionjoki 111,9 km

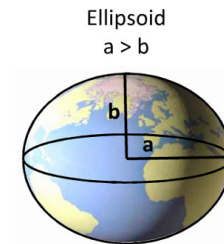
Peru 111,2 km

→ Maa litistynyt navoilta

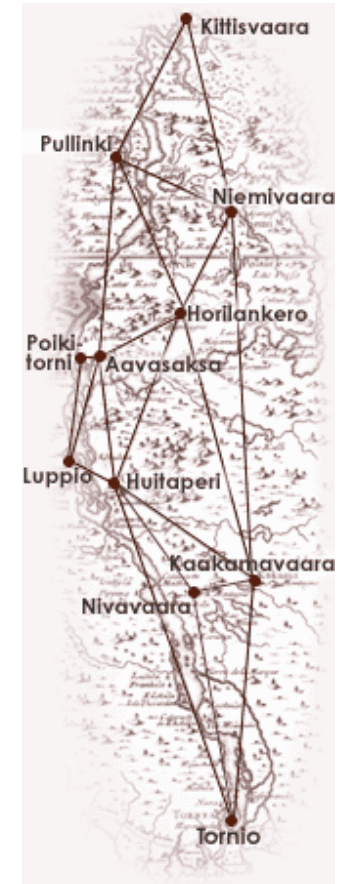
- Retkikunnan matkalla monia vaikutuksia tieteessä ja kulttuurissa



a = Semi major axis  
b = Semi minor axis



$\frac{a-b}{a}$  = flattening



# STRUVEN KETJU

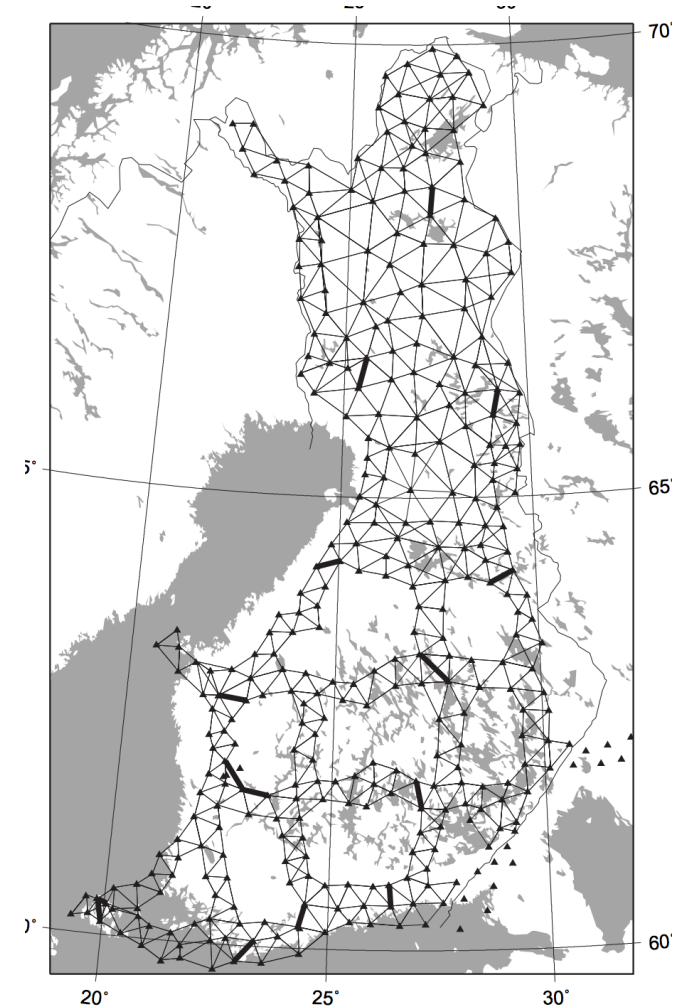
- saksalainen G.W. von Struve (1793-1864) ja virolainen Carl von Tenner (1783-1859)
- mittaukset 1816-1855 Mustamereltä Jäämerelle
- 2820 km, 265 mittauspistettä (tornia)
- Mittausyksikköinä toiste (1 toiste = 1,949 m) ja gooni (400 goonia = 360°)
- tavoitteet Maan muodon tarkentaminen ja paremmat kartat (tiede ja politiikka)
- Suomessa mittaukset 1830-1852, Keski-Suomen alueella 6/1834 - 7/1835
  - Keski-Suomessa 14 mittauspistettä (mm. Oravivuori, Vaaterinvuori, Roninmäki, Laajavuori, Multamäki)
- Ketjusta maailmanperintökohde 2005, Suomessa 6 pistettä (mm. Oravivuori)



# I LUOKAN KOLMIOMITTAUKSET



- toteutettiin 1919-1987
- kattoivat lopulta koko Suomen, 340 mittauspistettä
- toimi pohjana koko Suomen peruskartastolle
- tornit värjivät maisemaa koko 1900-luvun ja niiden jäänteitä voi vieläkin nähdä ainakin Lapissa
- Jäi tarpeettomaksi pian valmistuttuaan satelliittipaikannuksen vuoksi



# TAUSTALLA OLEVA MATIKKA

- Sinilause

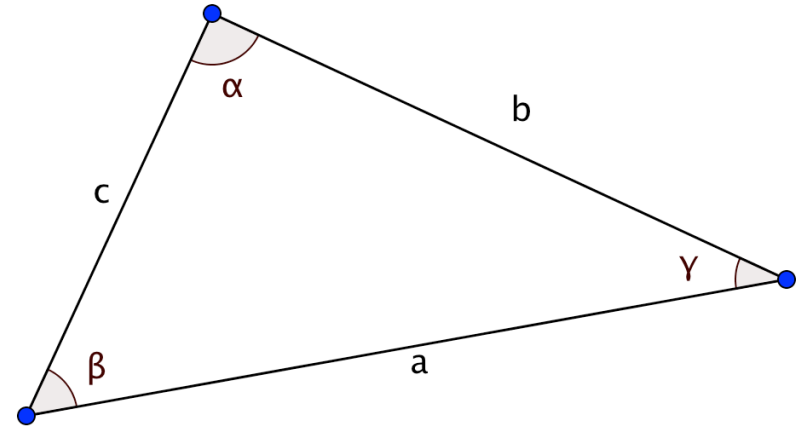
$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$$

- Kosinilause

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$$

(erikoistapauksena Pythagoraan lause)

- Lisäksi paljon tähtitiedettä ja teknisiä laitteita



# MITÄ MITTIIN JA LASKETTIIN

- Aluksi maastoon tehtiin perusviiva (Struvessa 3 Suomessa olevaa perusviivaa)
- Pituus tyypillisesti 1-3 km, tarkkuus  $\pm 2$  mm
- Mittaus jäykällä, kalibroituilla tangoilla (Struve), myöhemmin ns. invarlangoilla
- Perusviivan molemmista päistä tuli olla näkymä ainakin kahteen mittaustorniin



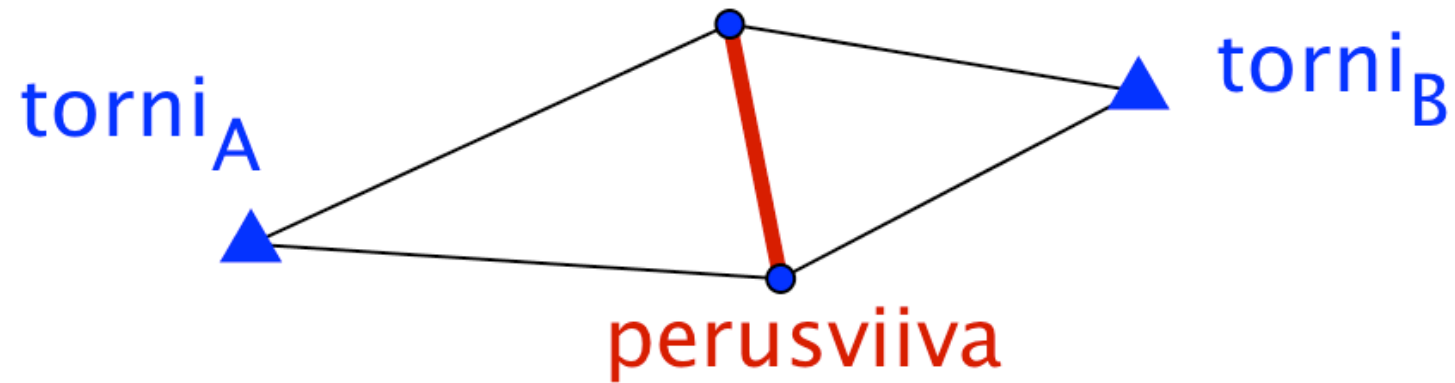
# MITTAUKSEN MALLINNUS

- Tästä siis aloitettiin

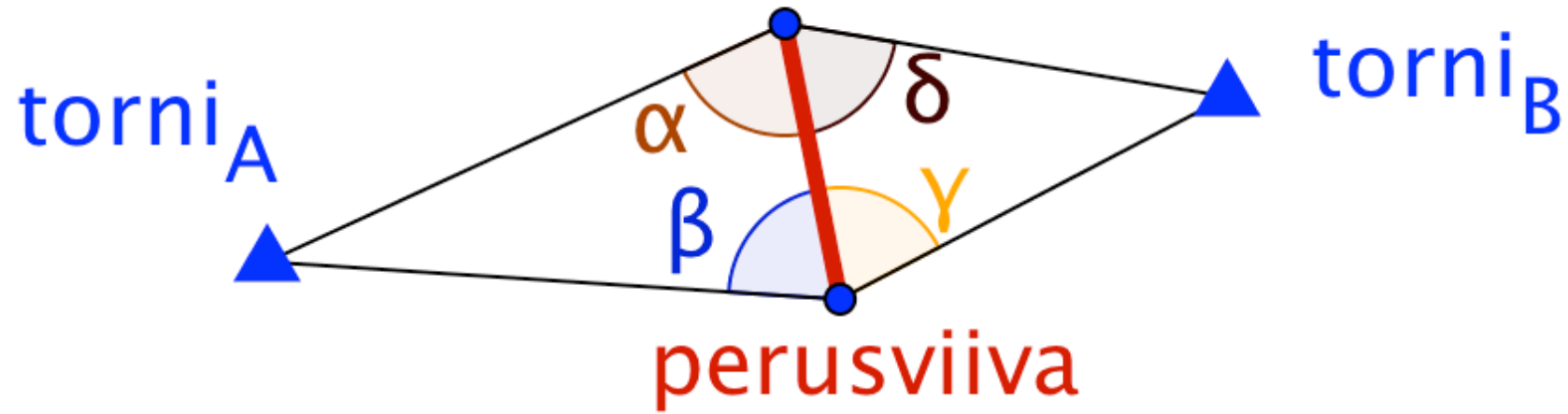




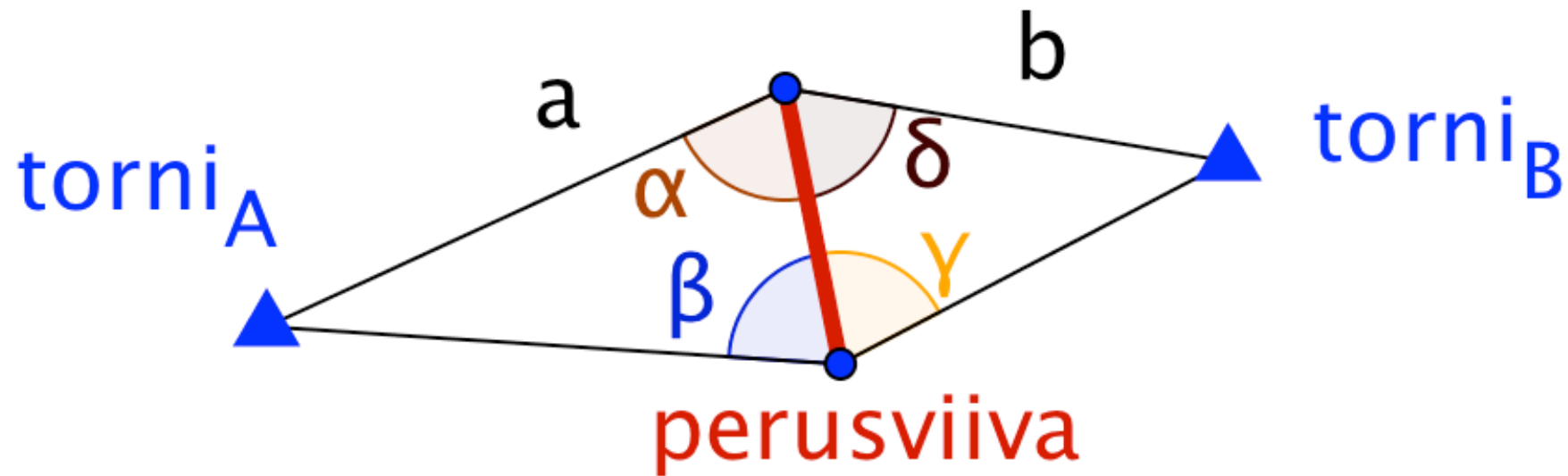
- Ja varmistettiin näkymä perusviivan päistä torneihin A ja B.



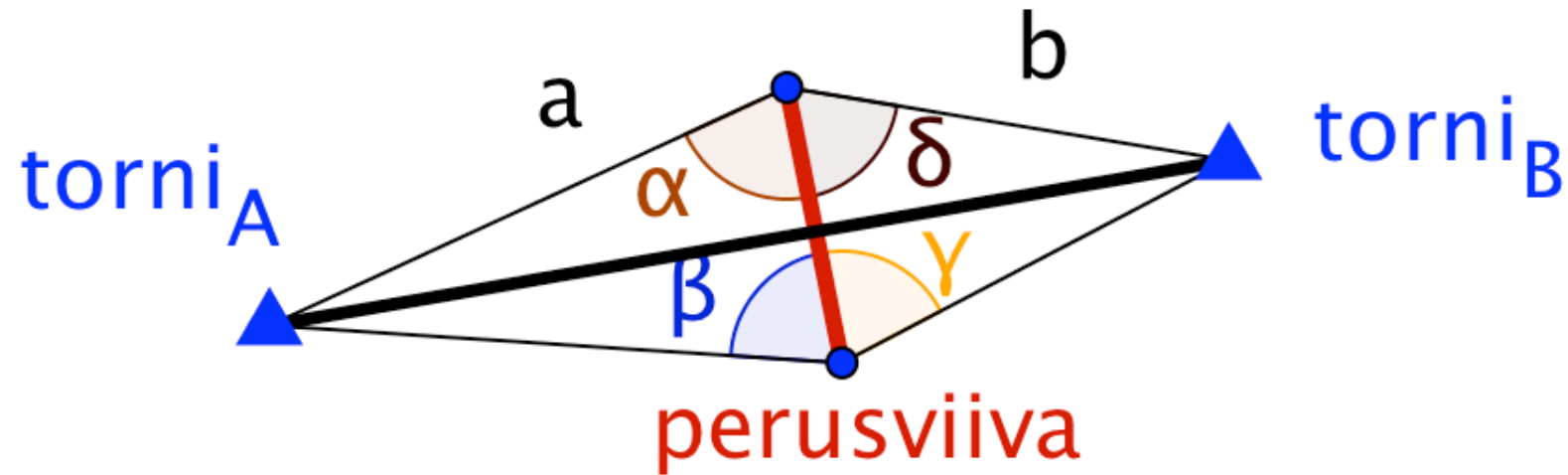
- Mitattiin kulmat perusviivan ja tornien välillä



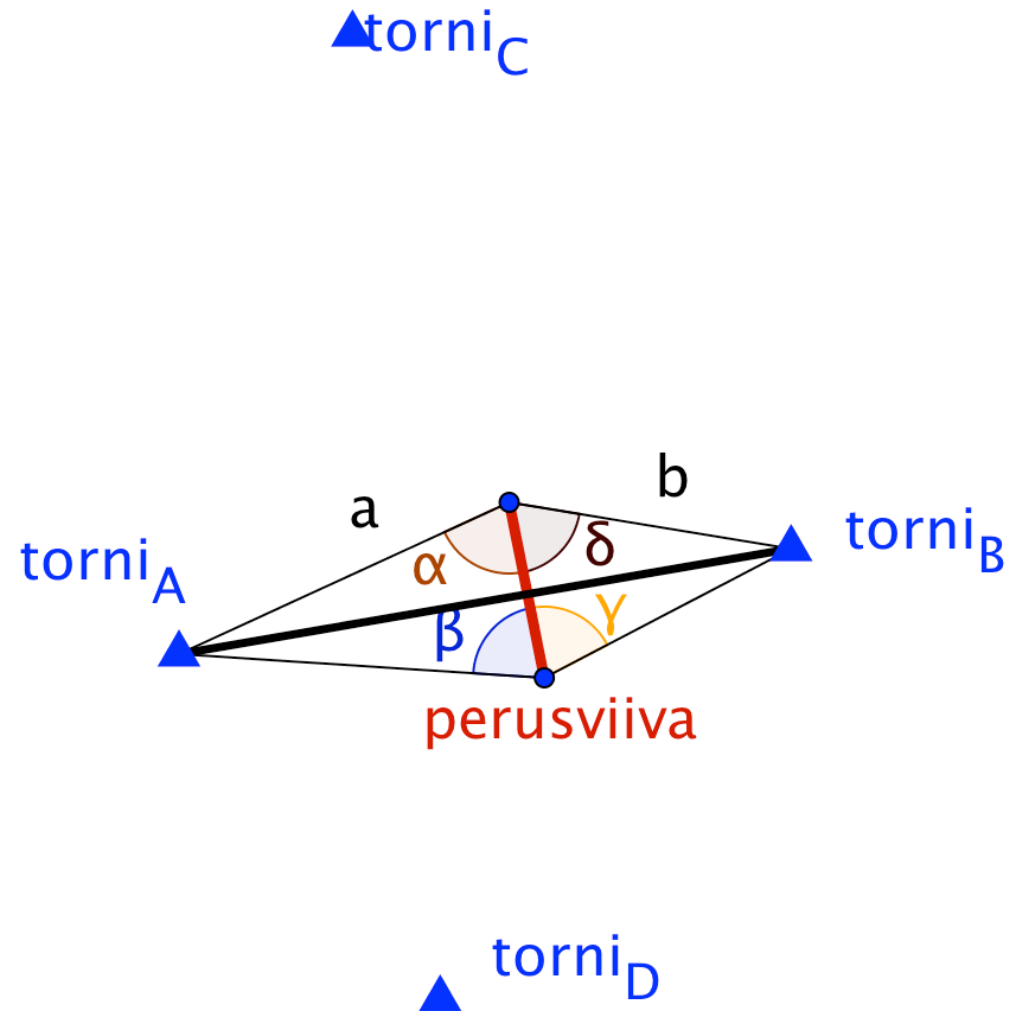
- Tämän jälkeen lasketaan perusviivan ja tornien väliset etäisyydet  $a$  ja  $b$  käyttämällä sinilausetta



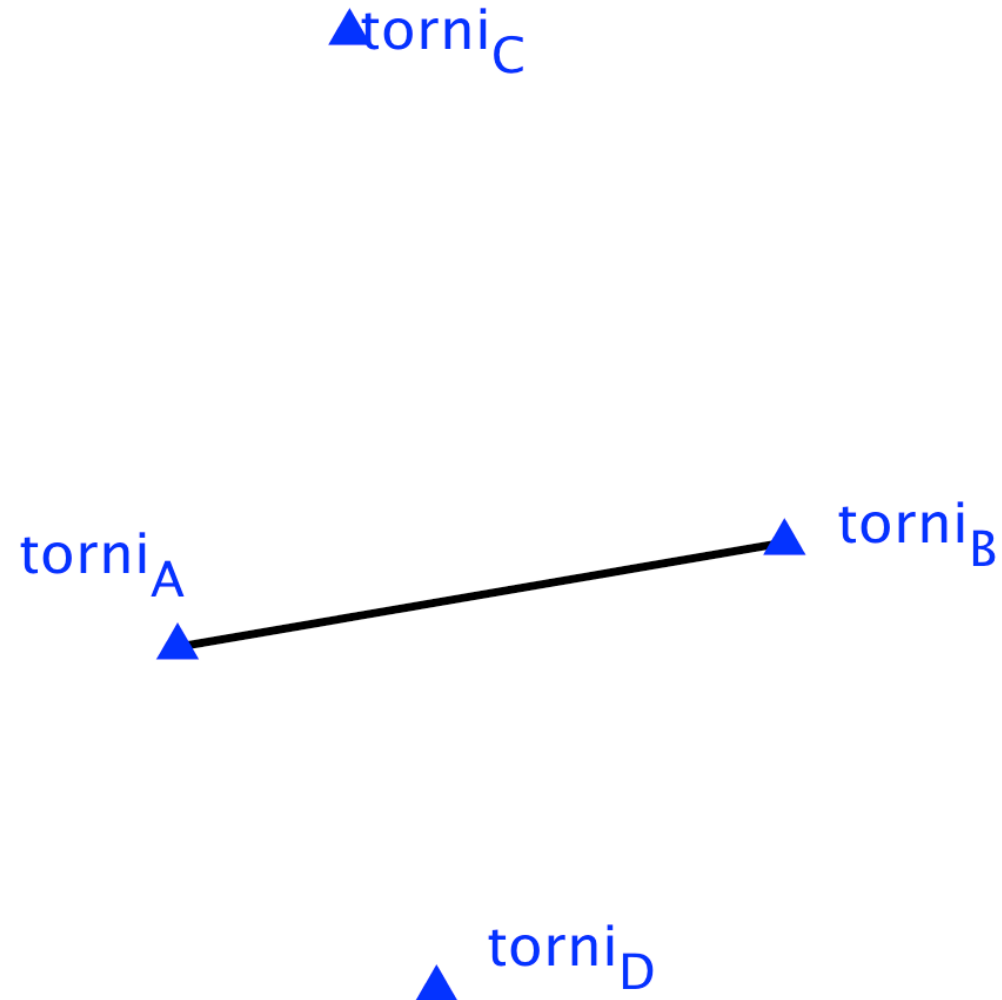
- Ja edelleen tornien A ja B välinen etäisyys kosinilauseella. Tämä etäisyys Struvesta tyypillisesti 20-50 km.



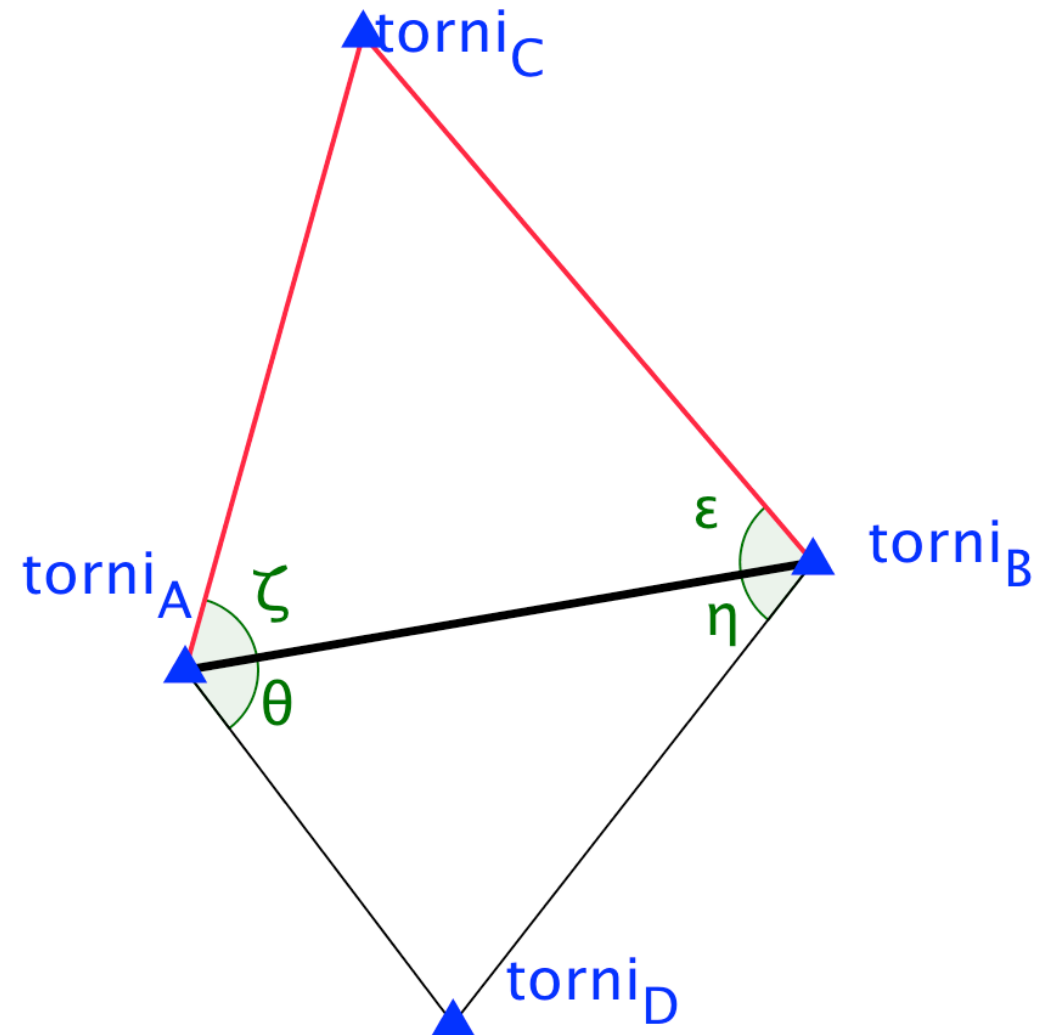
- Tämän jälkeen otetaan mukaan kaksi muuta tornia C ja D, joihin on näkyvyys torneista A ja B



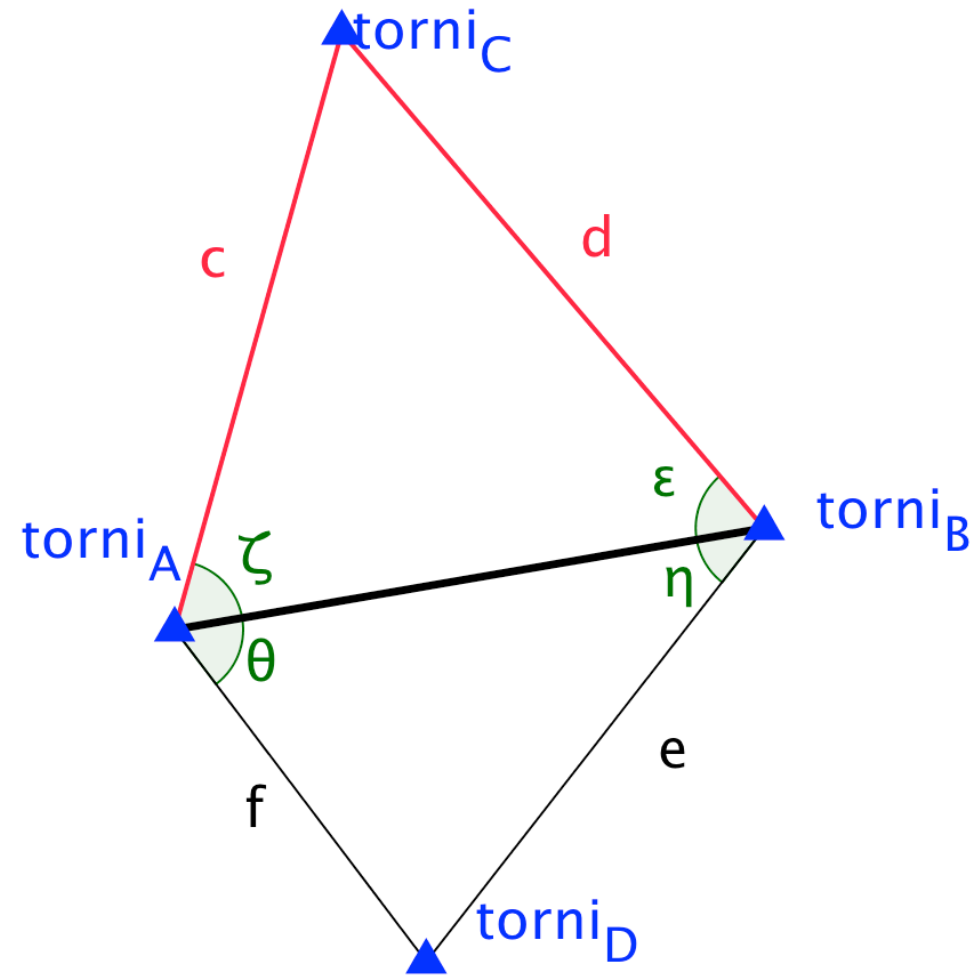
- Hävitetään häiritsevät apuviivat ja kulmat sekä perusviiva. Nyt tiedetään siis tornien A ja B välinen etäisyys



- Ja mitataan kulmat tornien välillä

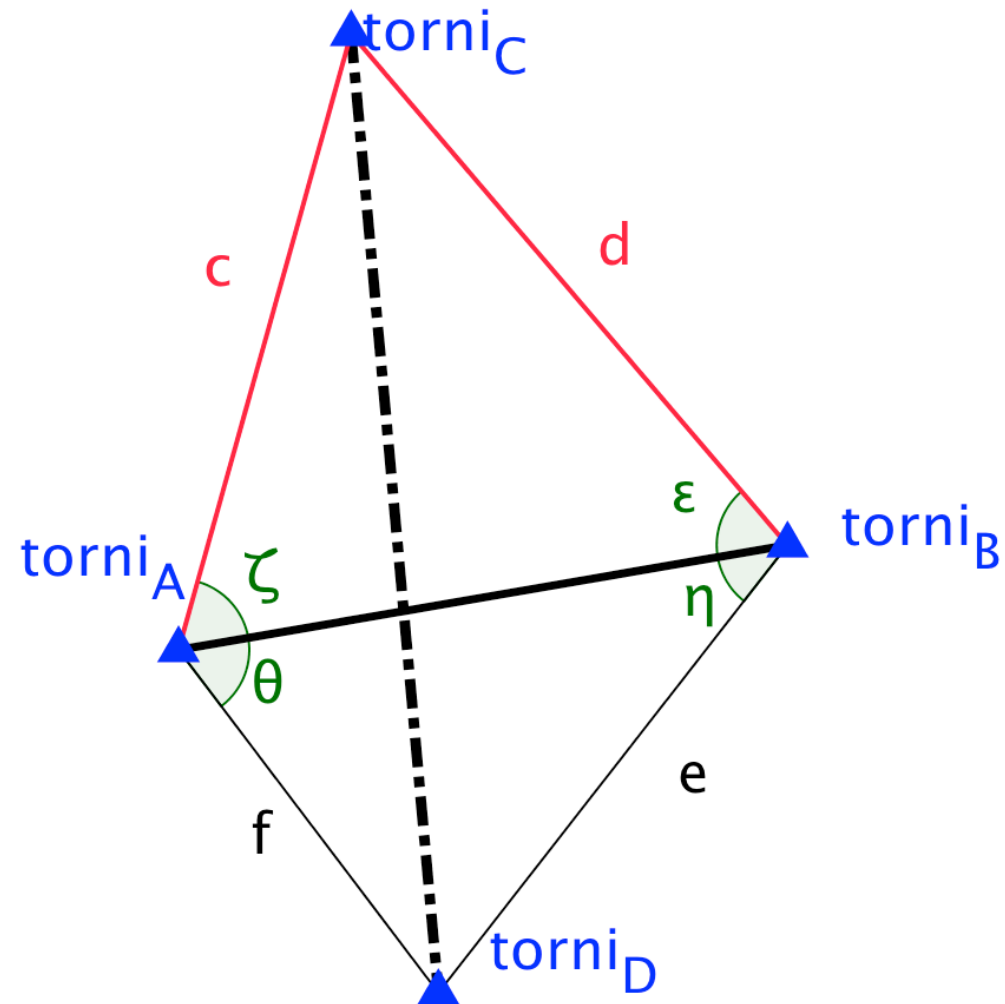


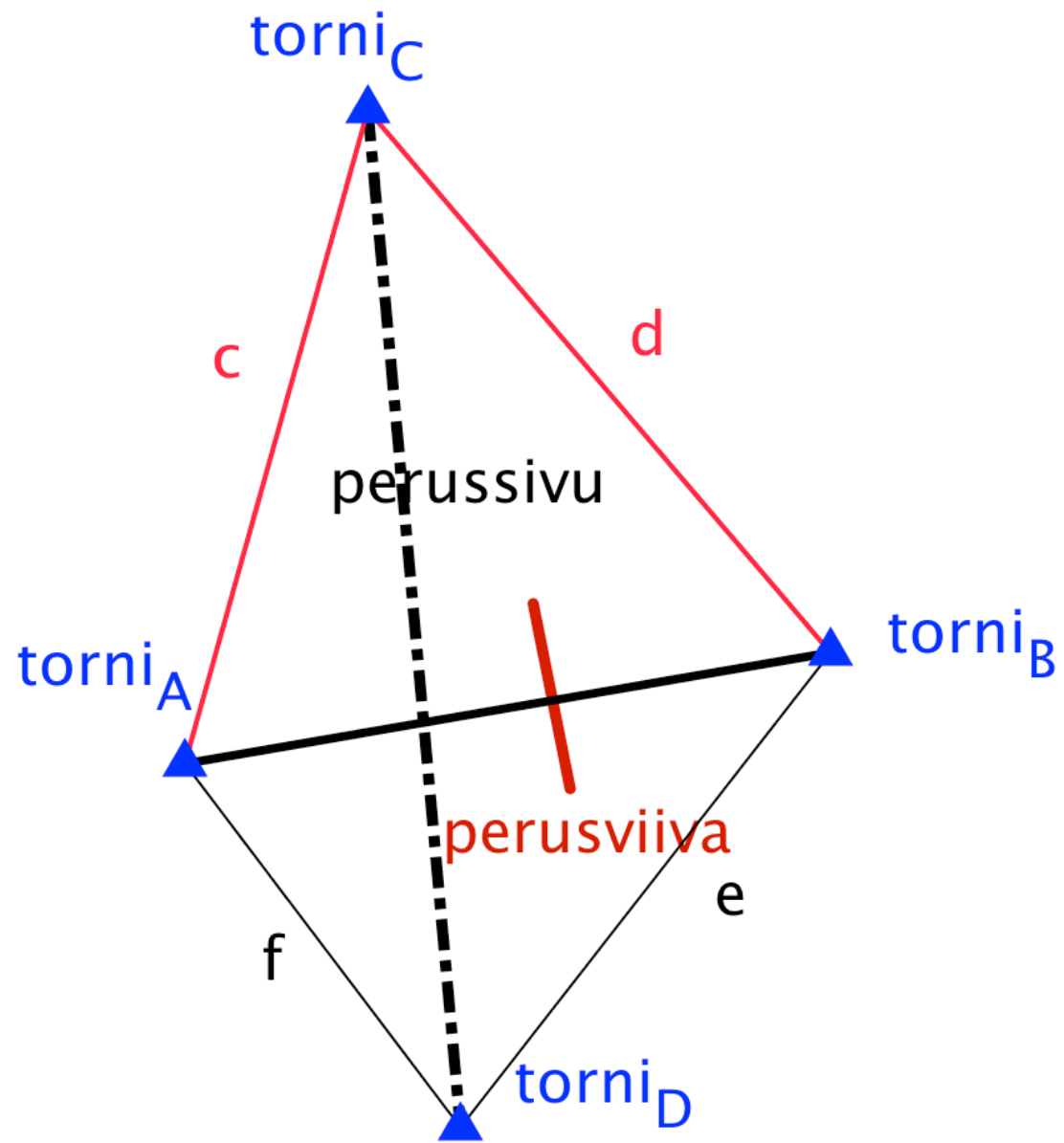
- Tämän jälkeen lasketaan ja tornien väliset etäisyydet käyttämällä sinilausetta



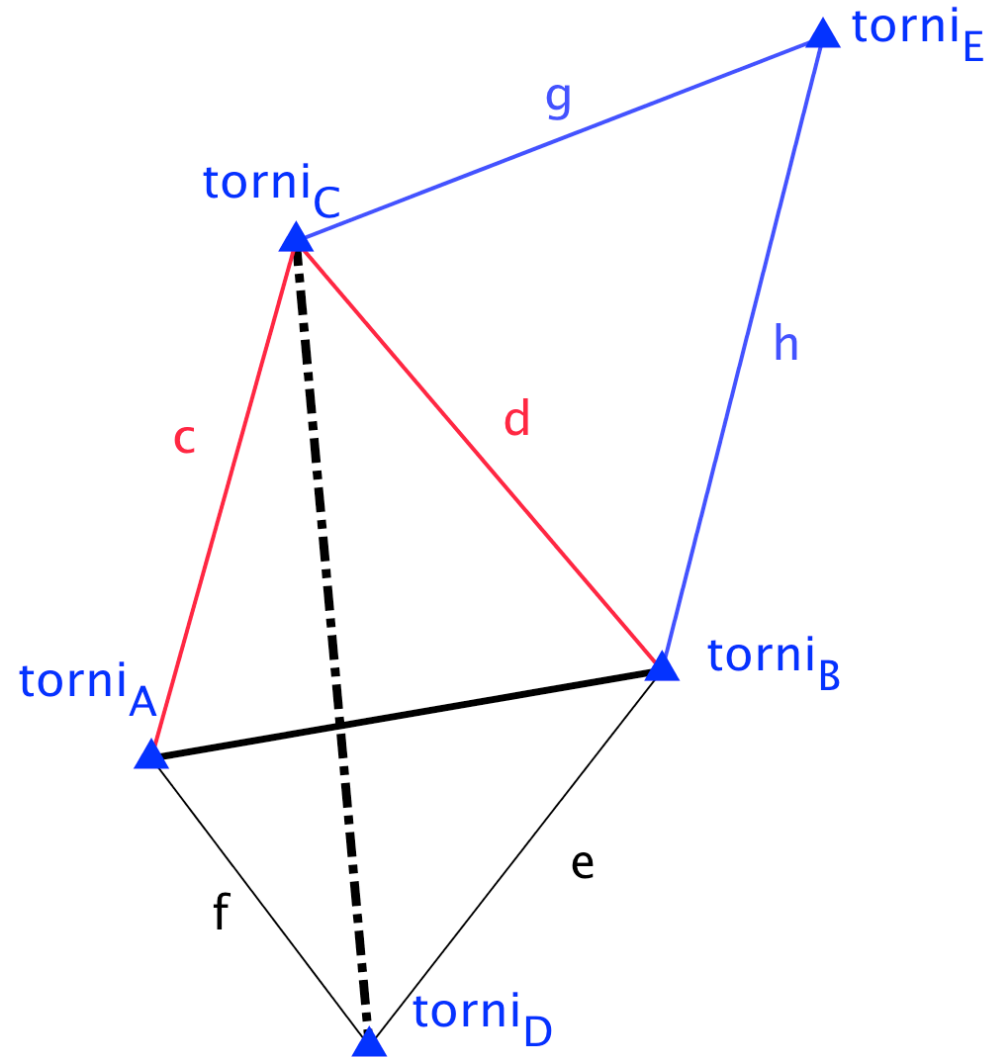


- Ja edelleen tornien C ja D välinen etäisyys kosinilauseella. Tätä kutsutaan perusviivasta johdetuksi perussivuksi

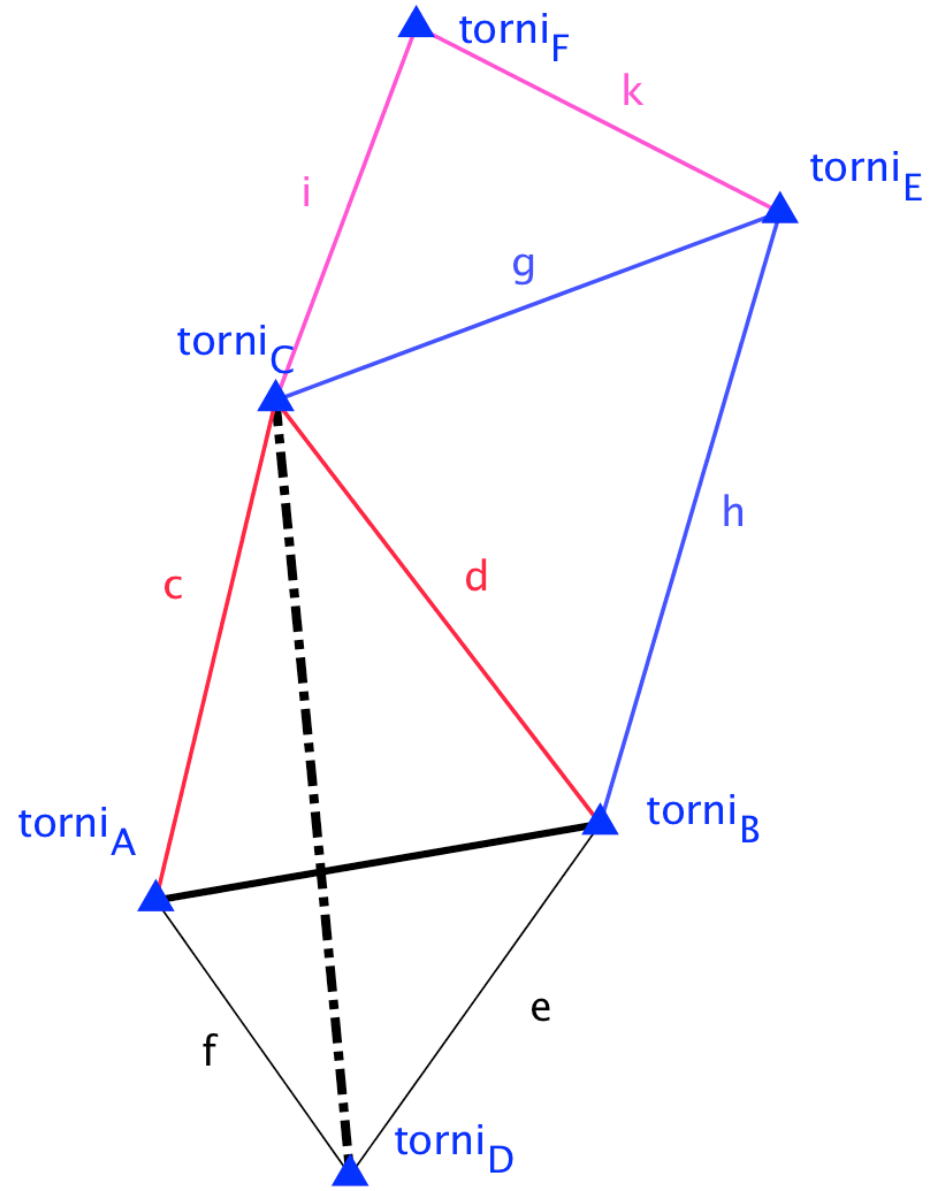




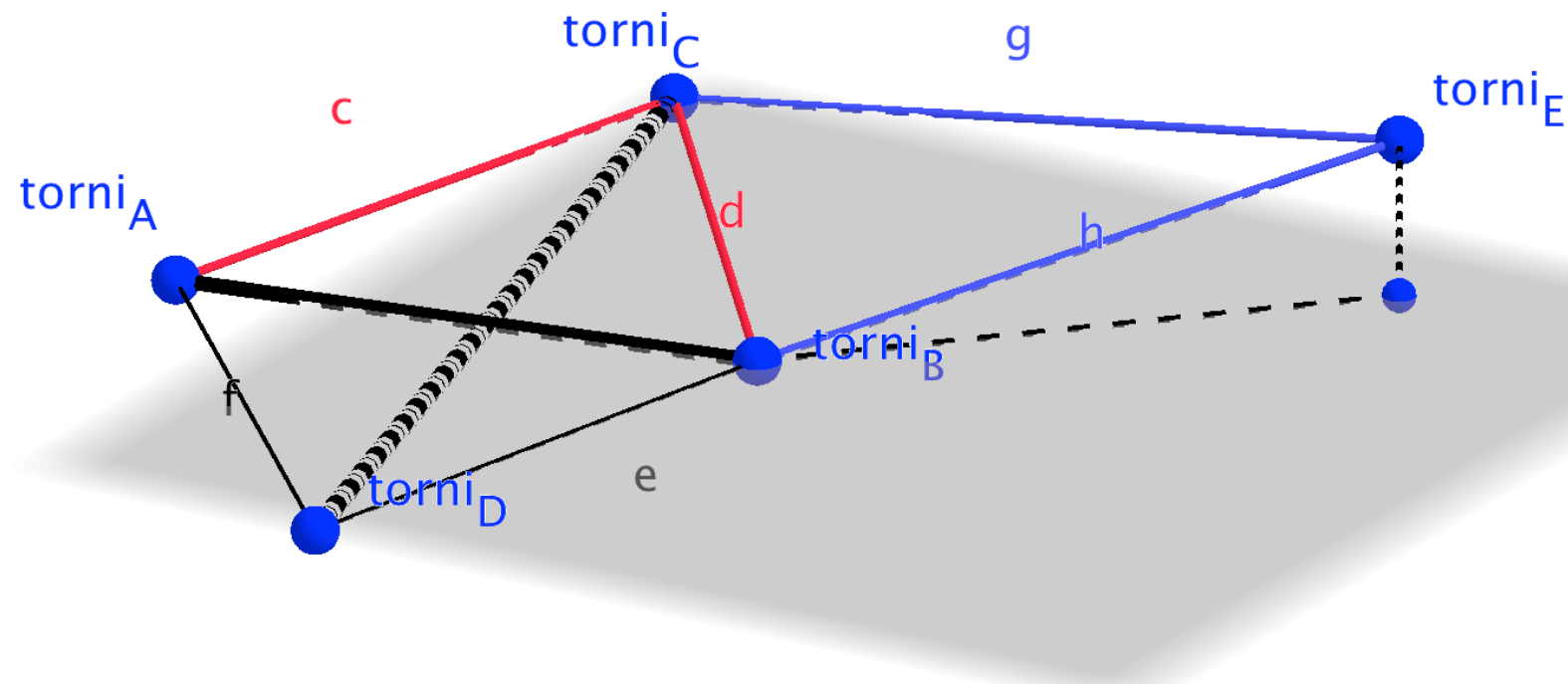
- Samoin voidaan ketjuun liittää seuraava torni E mittaamalla kulmat torneista B ja C ja laskemalla etäisyydet  $g$  ja  $h$  sinilauseella



- Ja edelleen torni F. Nyt voidaan tehdä myös varmennusmittauksia, jos torni F nähdään myös muista torneista kuin C ja E.



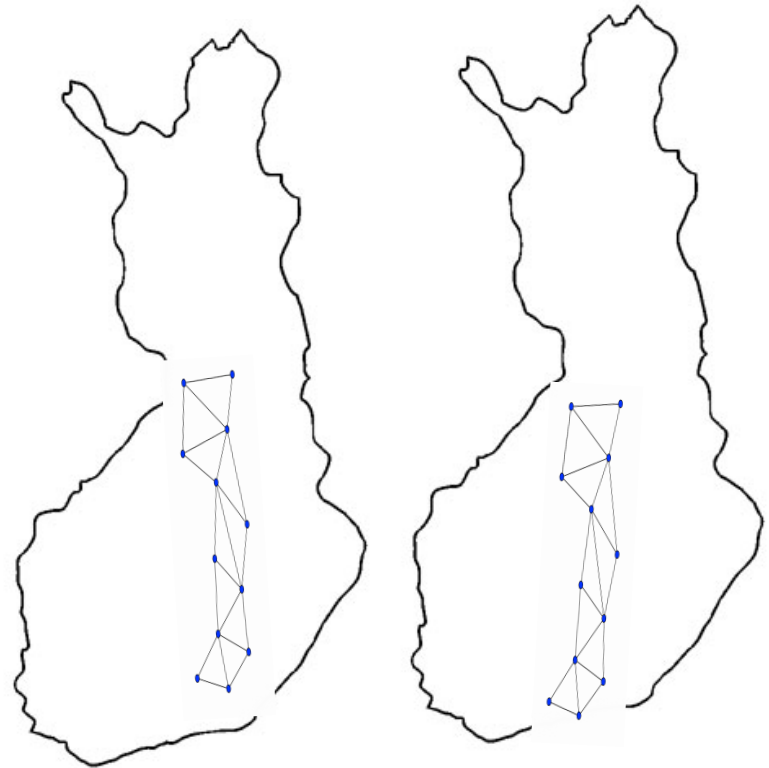
- Kolmion kärkipisteet olivat eri korkeustasossa eli ne piti vielä projisoida samaan tasoon.



# TÄHTITIEEELLISET MITTAUKSET



- Käytettiin tunnettuja tähtiä ja niiden sijainteja tähtitaivaalla
- Saatiin sijoitettua kolmioverkko Maan pinnalle oikeaan paikkaan ja asentoon
- Struvessa tähtitieteellinen paikannus tehtiin Suomessa kolmessa pisteessä



**Kiitos mielenkiinnosta ja  
antoisaa retkeä  
Oravivuorelle!**

