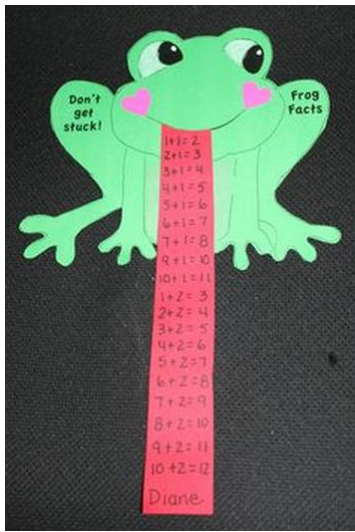


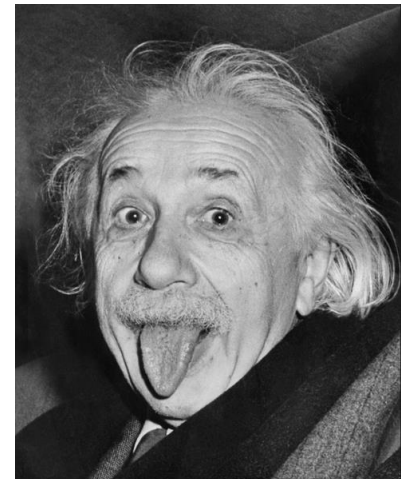
Se mistä hiki on noussut esimerkiksi pintaan, on hetki jolloin kysyn vaikkapa, että mitä laskun 4x5 sisällä on ja oppilas ei osaa kertoa. Eikä välttämättä edes tiedä mitä mieletöntä kysymykselläni tarkoitan. Kyseessä on kertotaulu, ei siellä sisällä mitään ole. (ope 6, Repo 2012)

# Kielitietoinen matematiikan opetus



POMM-JO-opintojakso  
Syksy 2021

Markus Hähkiöniemi  
Merja Kauppinen



# Näkökulmia kielitietoiseen matematiikan oppimiseen

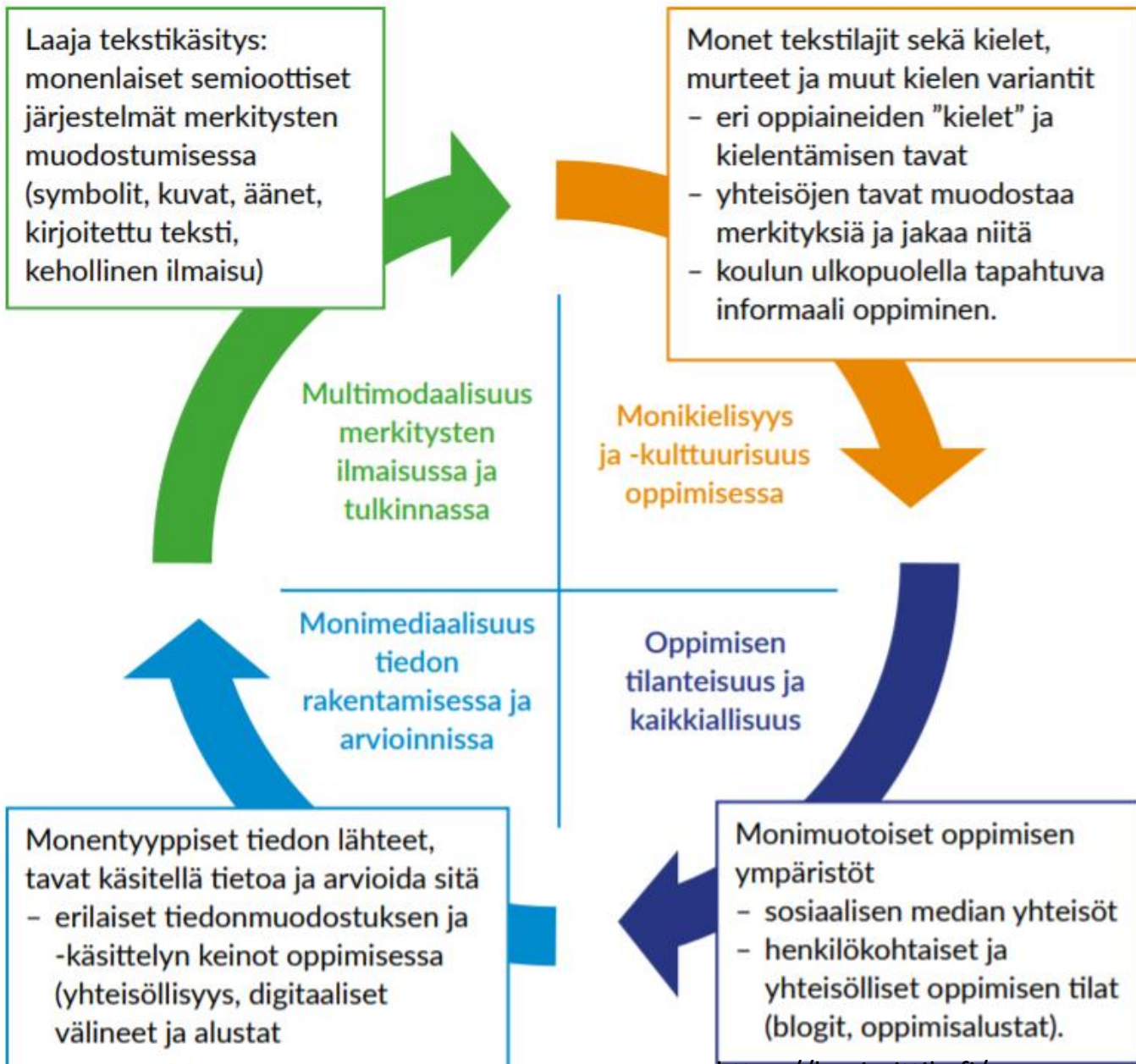


# 1 Tiedonalakohtainen kieli = matematiikan tapa käyttää kieltä

- Päättelyn kielentäminen (jos ... niin) ja perusteleminen
- Käsitteet ja niiden määrittely
- Symbolien, kuvien, taulukoiden jne. käyttäminen
- Tarkkuus
- Abstraktius

→ vrt. monilukutaito POPS 2014:ssä (seuraava dia)

## KUVIO 2. Monilukutaito oppimisessa ja opiskelussa



# 2 Oppimistilanteeseen rakentuva kielellinen vuorovaikutus

- tavoitteena matemaattisen ajattelun (päättelyn) näkyväksi tekeminen sekä sen tukeminen ja rikastaminen
- keinoina luokkahuonepuhe, oppijan selostaminen, vertaisvuorovaikutus,
- oppilaan oman ajattelun kulku vuorovaikutustilanteessa näkyväksi:
  - Kertova – kuvaileva – selostava – argumentoiva tekstityyppi:  
Tekstityypit ovat kerrostuneita eli rakentuvat toistensa pohjalta (ks. seuraava dia)
  - Miten kuljetat oppijaa kohti seuraavaa tasoa?

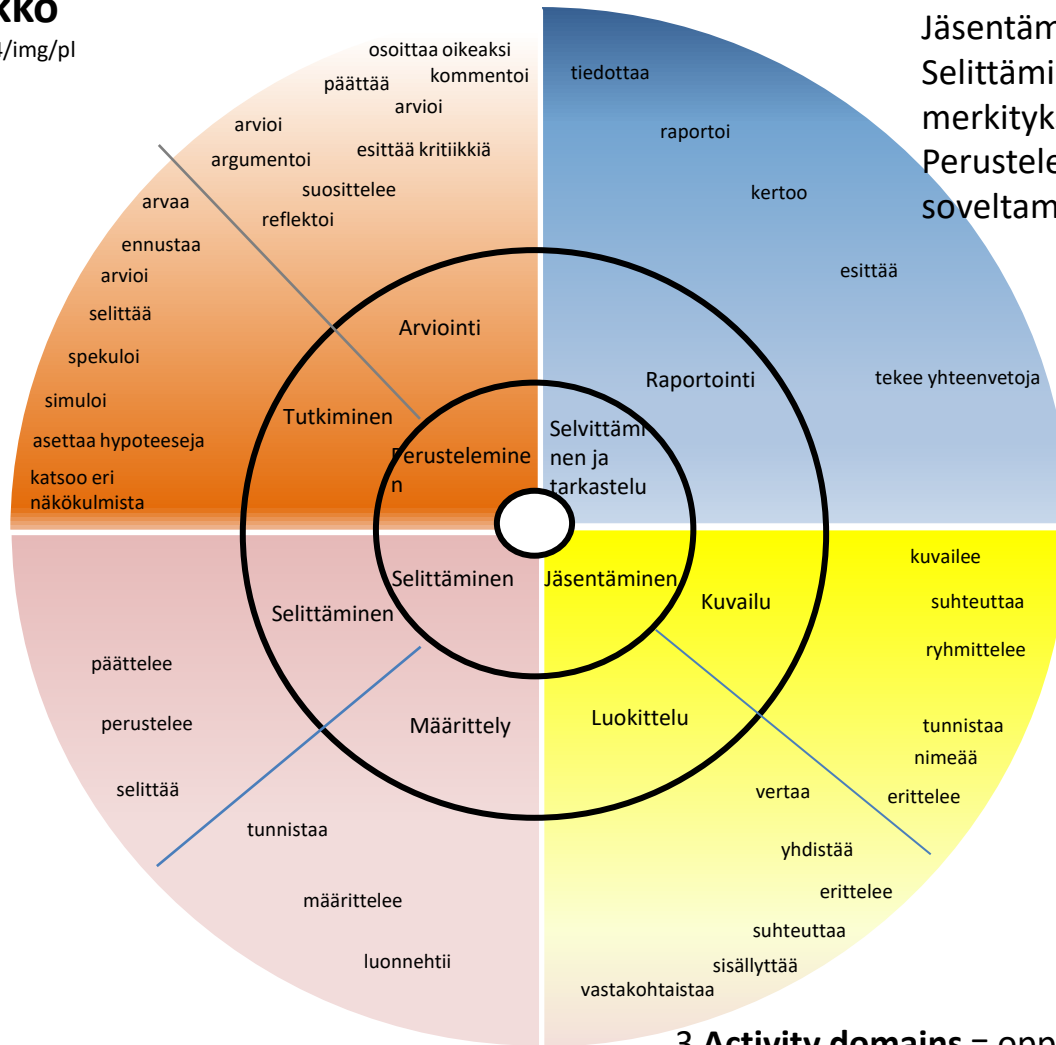
# Tekstityyppien jaottelua

(ks. esim. Werlich 1983; Cope & Kalantzis 1993; Luukka 2003; Rose 2008)

KERTO VAT	KUVA AVAT	SELITTÄVÄT	PERUSTELE VAT	OHJAA VAT
Miten jokin asia, ilmiö tai tapahtuma eteni?  Tapahtumasarja esiin, toiminnan selostaminen  Temporaaliset ja kausaaliset suhteet	Millainen jokin asia, ilmiö tai tapahtuma on?  Tilanteiden, tapahtumien ja ilmiöiden kuvailua havainnollisesti	Miten ja miksi jotakin on ja tapahtuu?  Syyt ja seuraukset esiin, kausaaliset suhteet  Erittelyä: erot ja yhtäläisyydet esiin	Miksi jokin on jollakin tavalla? Miltä se näyttyy eri kannoilta katsottuna?  Tuoda esiin näkemys sekä perustella se tai tuoda esiin useita näkökantoja	Miten asia, ilmiö tai tapahtuma olisi suoritettava?  Vaiheittaisuus, ohjailevat ja tähdentävät ilmaukset

# Monilukutaitokiekko

<http://pluriliteracies.ecml.at/Portals/4/img/pluriliteracies-wheel.jpg>



**1 Functions** = oppiaineen toiminta-alue:  
 Selvittäminen: tiedon tuottaminen  
 Jäsentäminen: tiedon järjestely  
 Selittäminen: tiedon merkityksellistäminen  
 Perustelemine n: tiedon soveltaminen

**2 Genres** = ajattelun rakentuminen:  
 Raportointi  
 Kuvailu & luokittelu  
 Selittäminen & määrittely  
 Tutkiminen ja arviointi

**3 Activity domains** = oppilaan toiminnan kuvaus (→ tekstin tuottaminen)

# 3 Kielelliset aktiviteetit osana matemaattista ajattelua

- Matematiikkapuhe (POMM-MA-demoilla)
  - Yhteistoiminnallinen ongelmanratkaisu, esim. Hähkiöniemi, Kauppinen & Tarnanen (2020) <https://jyx.jyu.fi/handle/123456789/68034>
  - Toimintavälineiden käyttö
  - Sanalliset tehtävät
  - Matematiikkapelit (POMM-MA-demoilla)
  - Tarinallistaminen eri keinoin, esim.
    - Fantasiakirjallisuus: johdattaa pohtimaan mahdollisia maailmoja ja ongelmanratkaisua niissä, vallitsee oma logiikkansa (vaikuttavat tekijät, syy–seuraus-suhteet ym.)
    - Matematiikkatarinat (ks. seuraava dia), matematiikkalasit; <https://matikkatarinat.fi/>
    - Draama, roolipelit
- Asioiden väliset suhteet & matemaattiseen ajatteluun kiinnittyvän toiminnan näkyväksi tekeminen



# Esimerkkejä matematiikkatarinoista:

Mari Mörö, *Ihan sopiva maailma*

- Kuvakirjassa hahmo mittaa kaikkea: ”Vähky mittasi askeleensa postilaatikolle. Lehti ja kirje saivat Vähkyn pähkäilemään, mitä niistä piti mitata.”

Brenda Williams, *Oikea prinsessa: matemaaginen tarina*

<https://www.finna.fi/Record/lukki.133160>

Jukka Laajarinne & Martti Ruukonen, *Madonluvut: matemaattisia (seikkailuja) sekoiluja* <https://www.goodreads.com/fi/book/show/23278167-madonluvut>

Pedagogiset ideat:

- Matemaattiset käsitteet elollistetaan, jolloin hahmojen kanssa on helppo ystävystyä ja samastua niihin; huumori mukana
- Tarinaan sisältyy matemaattista ongelmanratkaisua, kuvituksessa vihjeitä
- Laskutoimitusten mallintaminen osana tarinaa

Ks. lisää Aerila & Kauppinen 2021, *Kirjasta kaveri*

# Ennakkotehtävät:

## 1 Palikkatornien rakentaminen

- Tee seuraava oppilastehtävä: Sinulla on käytössä sinisiä ja punaisia palikoita. Montako erilaista kolmen palikan tornia voit tehdä?
- Katso sitten video, jossa Stephanie selittää, mistä hän tietää huomioineensa kaikki vaihtoehdot (4. luokka)
  - Katso videolta 47:00–50:40, 51:10–52:03, (& 53:06–54:30)

<https://lweb.cfa.harvard.edu/smgdvl/pmt/videos/pmt2.mp4>

## 2 Auton uusi käyttötarkoitus

- Lue seuraavalta dialta, mitä Esko (2. lk.) kertoo auton uudesta käyttötarkoituksesta.

Kirjoita **Flingaan** (<https://edu.flinga.fi/s/EF9BPM6>) **su iltaan mennessä** huomioitasi videosta ja tekstiesimerkistä:

- a) Mitä kielellisiä ilmiöitä havaitset videoesimerkissä?
- b) Miten kielen merkitys matematiikassa näyttäytyy videoesimerkissä?
- c) Mitä yhtäläisyyksiä Stefanien ja Eskon selityksissä on kielen näkökulmasta?
- d) Entä eroja?

# ”uusi käyttötarkoitus autolle”, Esko, 2. lk. (Minna Sääskilahti 2012)

35 Esko: =että niin siitä sais semmosen tuuletuskonneen  
36 että o- että ku sais tuuletus- ku ottais ne renkaat ja  
37 vaan ne ja ne jutut jotka siinä pyörii ja se auton  
38 moottori niin sais ne renkaat pyöris ja ottais ja  
39 laittais sen renkaan tilalle semmosen ropellin niin sais  
40 tuuletuskonneen ja sitte jos niitä ovi- ovia laittais  
41 niin ois hyvä tuulimylly siinä

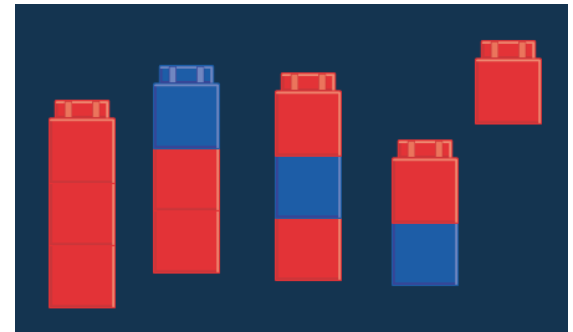


Kielelliset vihjeet,  
jotka kertovat  
siirtymästä oppilaan  
ajattelussa  
narratiosta  
kausaaliseen?

# Esimerkkejä kielitietoisuudesta matematiikan oppimisessa

# Esimerkki 1. Multimodaalisuus matematiikan opiskelussa

- Ennakkotehtävä:
  - Konkreettiset palikat
  - Diagrammit
  - Luonnollinen kieli
- monimediainen merkityksenanto (ks. monilukutaitoympyrä)



R	B	R	R	B	R	B	B	
R	R	B	R	B	B	B	R	
R	R	R	B	R	B	B	B	

# Esimerkki 2. Luetun ymmärtäminen

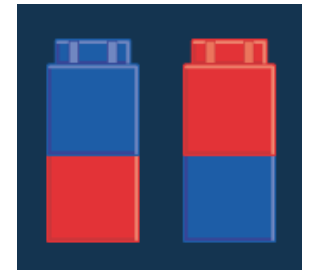
- Ennakkotehtävä: Sinulla on käytössä sinisiä ja punaisia palikoita. Montako erilaista kolmen palikan tornia voit tehdä?
  - Pohdinta ryhmissä
    - Miten luetun ymmärtäminen tulee esiin ennakkotehtävän esimerkeissä?
  - Kirjoittakaa **Flingaan** pohdintojanne:  
<https://edu.flinga.fi/s/ETPT45P>

# Esimerkki 2. Luetun ymmärtäminen

- Ennakkotehtävä: Sinulla on käytössä sinisiä ja punaisia palikoita. Montako erilaista kolmen palikan tornia voit tehdä?
  - Tehtävässä on paljon yksinkertaistuksia
    - palikoita on paljon = teoreettisesti palikoita on rajattomasti
    - käytössä sinisiä ja punaisia = jokainen palikka on joko sininen tai punainen
    - tornien erilaisuus = värit ovat eri järjestyksessä
    - montako erilaista voit tehdä = montako erilaista on teoreettisesti olemassa

# Esimerkki 2. Luetun ymmärtäminen

- Ennakkotehtävä: Sinulla on käytössä sinisiä ja punaisia palikoita. Montako erilaista kolmen palikan tornia voit tehdä?
  - Opettaja voi konkretisoida lisää
    - palikoita on paljon
      - iso laatikollinen, riittää varmasti, lainataan lisää, jos loppuu
    - käytössä sinisiä ja punaisia
      - ”onko pakko olla kumpaakin väriä”
    - tornien erilaisuus
      - näyttävät erilaisilta, ”nämä ovat erilaiset”
    - montako erilaista voit tehdä
      - rakentaminen





# Esimerkki 2: Luetun ymmärtäminen

” Sinulla on käytössäsi sinisiä ja punaisia palikoita. Montako erilaista kolmen palikan tornia voit tehdä?”

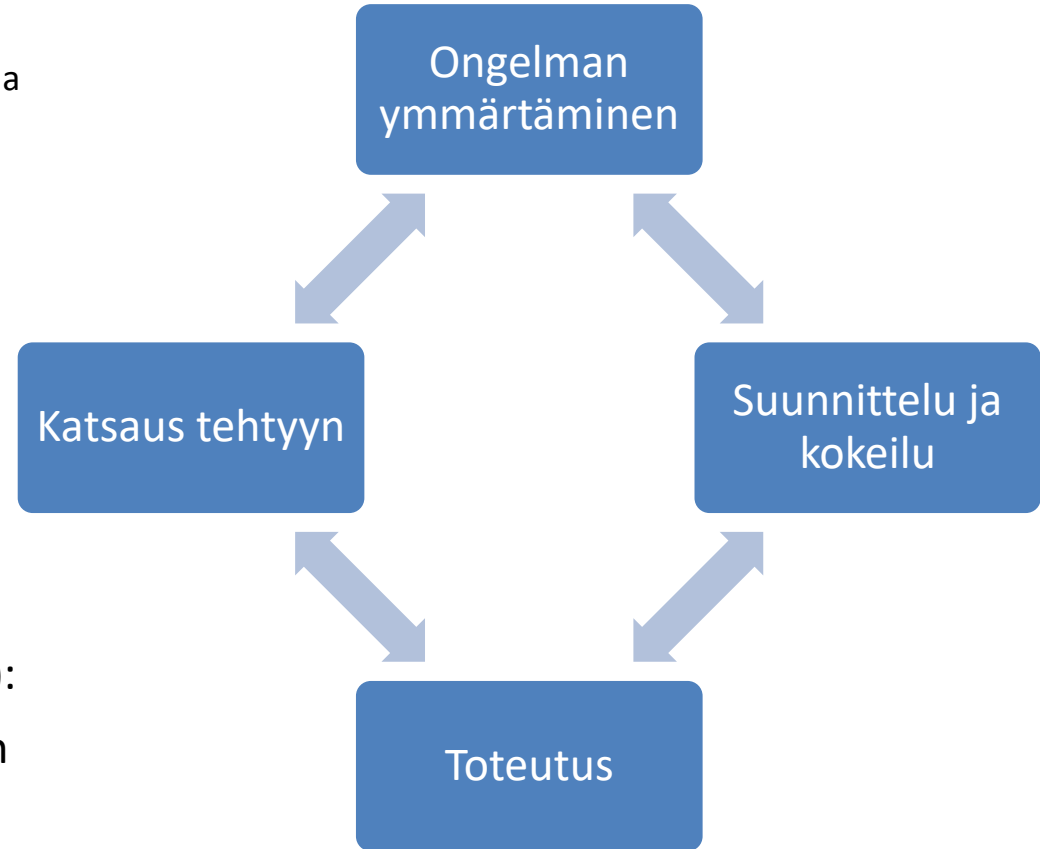
Ongelmanratkaisun keskeinen vaihe:

## ongelman ymmärtäminen

- Tietojen poiminen
- Mitä kysytään?
- Mitä tiedetään?
- Millaisia rajoitteita on annettu?

Vertaa kielen näkökulmaan (eri tasot):

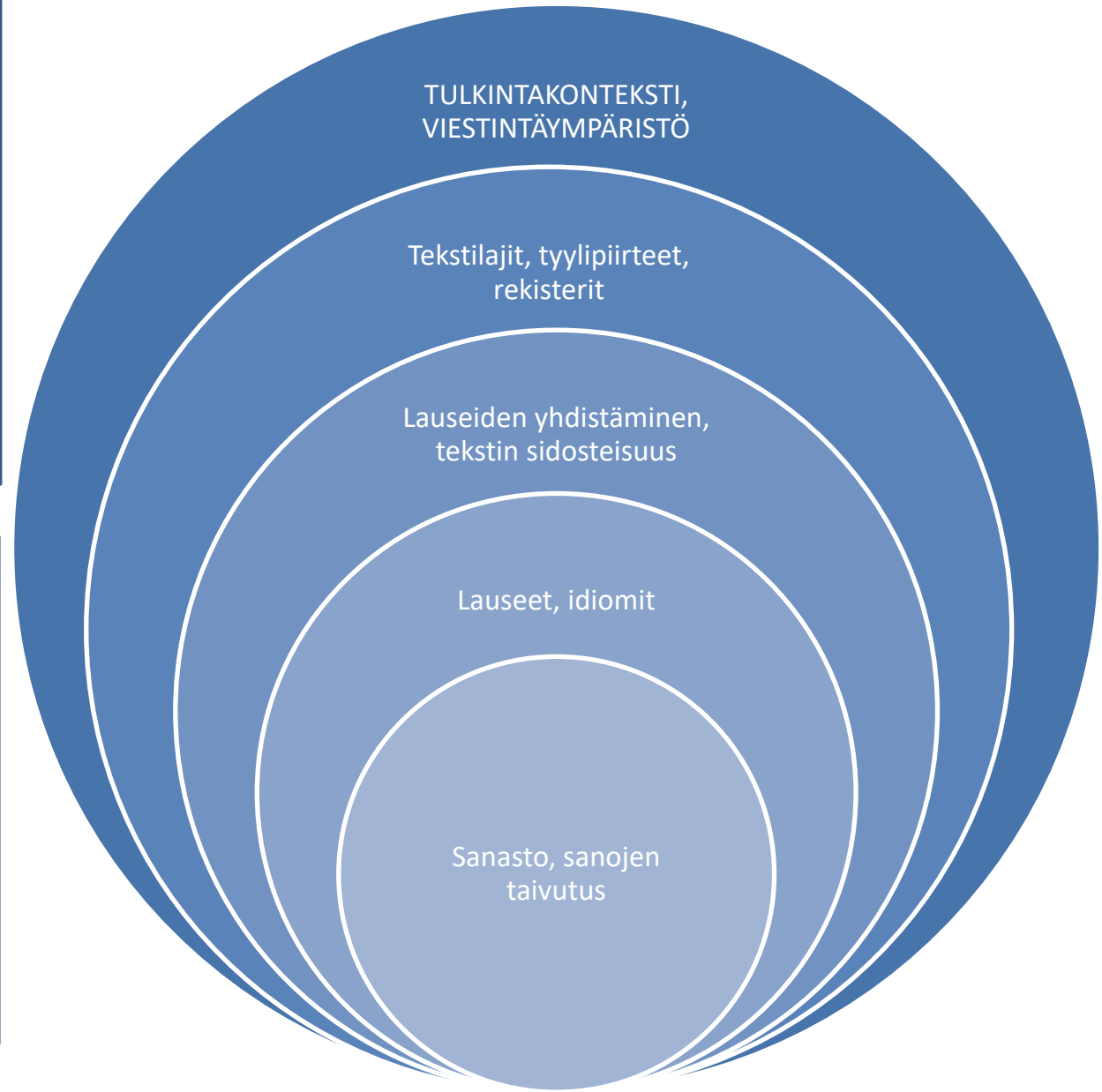
1. tulkintakontekstin ymmärtäminen
2. sanaston tunnistaminen
3. suhteiden ilmaisu, vertailu; partikkelit ym.
4. tehtävään sisältyvät toimintaa ilmaisevat verbit



Auta oppilasta ymmärtämään, älä ymmärrä hänen puolestaan.

# Kielen tasot luetun ymmärtämisessä

*Kettu ja susi jakoivat keskenään 60 cm pitkän meetvurstipalan. Viekas kettu otti itselleen kolme kertaa niin pitkän palan meetvurstia kuin susi sai. Paljonko kettu sai? Entä susi?*



# Sanalliset tehtävät

Millaista matemaattista osaamista? Pitäisikö tehtävänannon perusteella tietää jotain, soveltaa jotakin, vai jopa osata perustella jotakin?

*Roope jakoi 12 karkkia Annan kanssa siten, että hän itse sai kolminkertaisen määrän Annaan verrattuna. Kuinka monta karkkia Roope sai?*

Autenttisuutta lisääviä mutta olennaisen löytämistä vaikeuttavat seurojen, yritysten ja henkilöiden nimet.

Tarkkuuden ja suhteen ilmaisut.

Auta oppilasta ymmärtämään, älä ymmärrä hänen puolestaan.

Perusopetuksessa lukutaito on monien tutkimuksien mukaan suoraan yhteydessä kykyyn ratkaista matematiikan sanallisia tehtäviä (esim. Vilenius-Tuohimaa, Aunola & Nurmi 2007).

# Esimerkki 3. Tekstityypit

- Minkä tyyppistä tekstiä (puhetta) oppilaat (Stefanie ja Esko) tuottivat ennakkotehtävän videoilla?

# Esimerkki 3. Tekstityypit

- Stefanien yleinen tekstityyppi: argumentoiva
  - tarkentaen matematiikkaan: perustelu / todistus
- Matemaattisen perustelun tekstilajin oppiminen ei ole yksinkertaista
  - Esim. tornien lukumäärä on  $2 \cdot 3$  (värit  $\cdot$  korkeus)
  - Esim. ”ei löytynyt enempää”, ”muillakin on 8”, ”olin huolellinen”
- Vertaa toiseen tekstityyppiin
  - Kuvaileva: Tässä on viiva alaspäin ja tässä on sen vastakohta.
  - Selostava: Ensin rakensin nämä, sitten nämä ...
- Suhdeilmaukset ja lausetajun kehittäminen: aikaa, paikkaa, tapaa, syytä, seurausta, keinoa ilmaisevat sanat ja rakenteet

# Esimerkki 3. Suhteiden hahmottaminen ja ilmaiseminen kielellisesti

- Suhdeilmaukset ja lausetajun kehittäminen: aikaa, paikkaa, tapaa, syytä, seurausta, keinoa ilmaisevat sanat ja rakenteet
- Miten seuraava harjoitus kehittää tietoisuutta asioiden välisistä suhteista?

<http://www.perunakellari.fi/sijamuodot2.htm>

# Lasten tarinat kognitiivisen kehityksen kannalta

(Geist & Aldridge 2002)



- Tuotetun kerronnan loogisuus, johdonmukaisuus, koherenssi -

Hajanaisia,  
rinnakkaisia ajatuksia

3 v

Lauseiden  
yhdistely  
kerrottaessa  
tarinaa kuvien  
avulla

Ajatusten sitominen  
peräkkäin → joitakin  
yhtenäisiä ilmaisuja,  
ristiriitaisuuksia

5 v

Lauseiden  
ajallinen  
yhdistäminen,  
peräkkäiset  
tapahtumat

Lyhyet, ymmärrettävät  
tarinat;  
kompastuminen  
yksityiskohtiin,  
aukollisuus

9 v

Kausaaliset jaksot,  
osittain yksit.kohtaisten  
tapahtumien  
yhdistäminen

Paljon tietoa ja  
yksityiskohtia, mutta  
suunta katoaa ja  
ajautuminen  
sivuraiteille, pystyy  
palamaan kuitenkin  
lähtökohtaan

Kertomuskeeman  
hallitseminen missä  
ajassa ja paikassa  
tahansa

Yhtenäinen,  
huolellisesti  
rakennettu kerronta

Oppilas kertoo, kuinka hän  
päätyi ratkaisuun:  
verbaalisen kerronnan  
visuaalistaminen ->  
symbolien hyödyntäminen -  
> selitystä ja perustelua  
kerronnan lomaan.

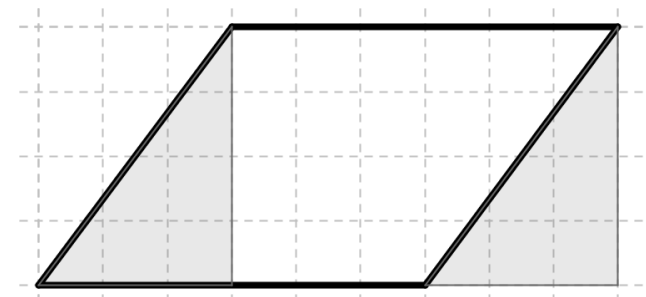
# Esimerkki 4. Tarkkuus

- Huomioita ennakkotehtävästä tarkkuuden ja täsmällisyyden kannalta



# Esimerkki 4. Tarkkuus

- Pintataso: Huomio sanojen käytön täsmällisyydessä
- Syvätaso: Huomio matemaattisessa täsmällisyydessä
- Esimerkkejä
  - Ennakkotehtävä
    - Pinta-taso: Stuck apart → separated
    - Syvätaso: Perustelu on aukoton. Strategiana jakaa tapaukset ryhmiin ja listata systemaattisesti kaikki tapaukset.
  - “Suunnikkaasta leikataan kolmio ja siirretään niin, että muodostuu neliö.”
    - Pinta-taso: Ei tule neliö vaan suorakulmio.
    - Syvätaso: Miksi leikkasit niin, että muodostuu suorakulmio?



Pelissä huomion  
kiinnittämiseen

# Loppukoonti: Ohjeita kielen huomioimiseen matematiikan opetuksessa

- Keskity matemaattiseen ajatteluun, ei vain kielen oikeellisuuteen
  - Oppilaiden ideoiden, ei vain termien kuunteleminen
  - Tämä voi olla vaikeaa opettajalle. Hyväksy se ja ole kärsivällinen.
- Keskity kielenkäyttöön matematiikan käytänteissä, ei vain yksittäisiin sanoihin
  - Luo oppilaille tilanteita mm. päättelyyn, argumentointiin, säännönmukaisuuksien etsintään, ongelmanratkaisuun, yleistämiseen, mielikuvituksen käyttöön.
  - Esim. toisten ideoiden rakentava tarkastelu, kysymysten esittäminen ja yhdessä eteenpäin kehittäminen
- Hyödynnä kielenkäytön monimuotoisuus
  - Esitysmuodot (toimintavälineet, kuvat, diagrammit, taulukot, sanat, symbolit, eleet)
  - Tuottamismuodot (puhe, kirjoitus, monimediainen tuottaminen)
  - Tekstilajit eli genret (oppikirjat, oppilaiden esitykset eri yleisöille, opettajan esitys, sanalliset tehtävät)
- Käytä arkikieltä resurssina, ei esteenä
  - Kielen käyttö kehittyy. Oppilaiden ideat eivät kuulosta oppikirjan tekstiltä.
  - Miten talutat oppijaa arkikielestä matematiikan tapaan kielentää ilmiöitä?