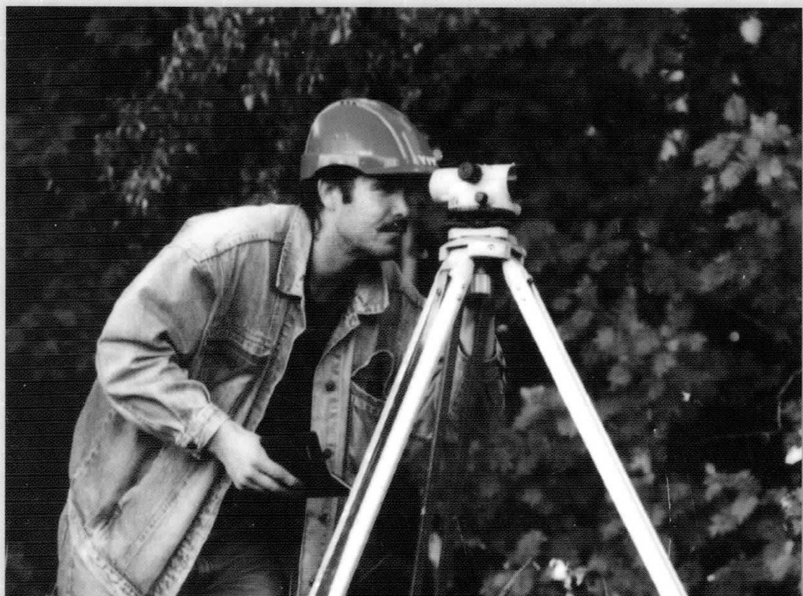
PASI RANTANEN

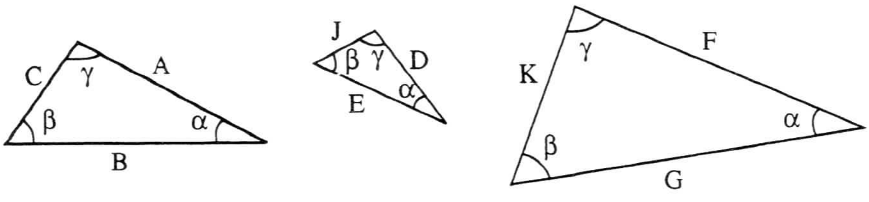


Maanmittaus-laskennan perusteet

4.3 KOLMIOT

Kolmion suhteista ja yhtenevyyksistä on apua myös moniin maastomittaustapahtumiin.

Yhtenevissä kolmioissa kulmien suuruudet ovat samanlaisia, mutta kolmioiden koot voivat olla erilaisia. Seuraavassa esimerkkejä yhtenevistä kolmioista.



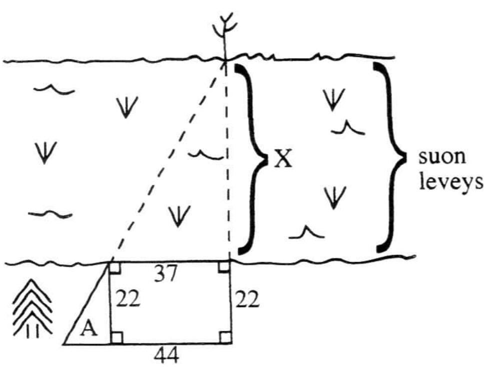
α, β ja γ yhtäsuuria kulmia jokaisessa kolmiossa —>

$\frac{A}{B} = \frac{D}{E} = \frac{F}{G}$ tai $\frac{A}{C} = \frac{D}{J} = \frac{F}{K}$ tai $\frac{B}{C} = \frac{E}{J} = \frac{G}{K}$ —> jos yksi sivu tuntematon —>

ristiin kertomalla saadaan tuntematon ratkaistua

Pelkillä mittanauhoilla ja kolmioiden suhteilla voidaan maastossa ratkaista visaisiakin ongelmia. Seuraavassa yksi esimerkki.

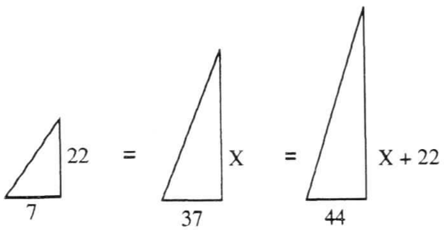
<u>Esimerkki 53)</u> Suon leveyden määrittämiseksi tehtiin alla olevan kuvion mukaiset mittaukset. Piti mitata suon leveys tietyssä kohdassa. Suon läpi ei voitu kävellä, joten muodostettiin toiselle puolelle suota apukuvio seuraavaan tapaan. Laske suon leveys.



Kuviosta löytyy 3 yhdenmuotoista kolmiota.

Kun kyseisistä 3 kolmiosta saadaan yksi kolmio tunnetuksi, saadaan muitten kolmioiden yksi tuntematon sivu ratkaistuksi kolmioiden suhteilla ristiinkertomalla.

A = 44–37 = 7 m



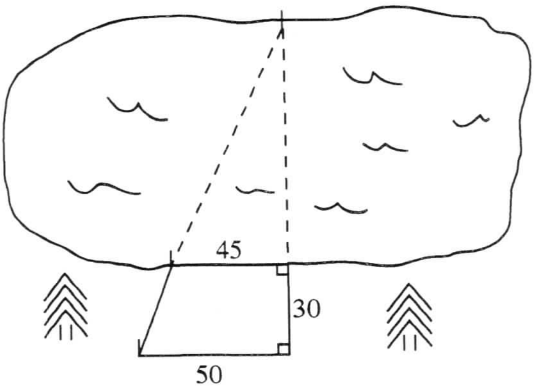
$$\frac{7}{22} = \frac{37}{x} \Rightarrow x = 116.268 \text{ m}$$

Suon leveys on 116.268 m tai käyttäen toista kolmiota

$$\frac{7}{22} = \frac{44}{x} \Rightarrow x = 138.286 \text{ m}$$

Suon leveys on 138.268–22.000 = 116.268m.

Tehtävä 72) Järven leveyden mittaamiseksi tehtii alla olevan kuvan mukaiset mittaukset mittanauhalla. Mikä on järven leveys?



5 MIELIVALTAISTEN KOLMIOIDEN MAANMITTAUSSOVELLUKSET

Mielivaltaisilla kolmioilla tarkoitetaan tässä sellaisia kolmioita, joissa ei ole yhtään suoraa kulmaa, ts. kolmiossa ei ole yhtään kulmaa, joka olisi tasan 100.0000 gon. Mielivaltaisten kolmioiden ratkaiseminen on hieman erilaista kuin suorakulmaisten kolmioiden ratkaiseminen. Seuraavassa on vertailtu suorakulmaisia ja mielivaltaisia kolmioita:

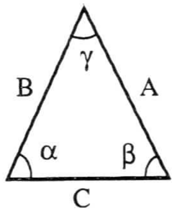
	Suorakulmaiset kolmio	Mielivaltaiset kolmiot
Ratkaisukaavat:	Pythagoraan lause Sin-, Cos- ja Tan-funktiot Sinilause, kosinilause	Sinilause Kosinilause
Muuta:	Kolme kulmaa, joista yksi suorakulma	Kolme kulmaa, joista yksikään ei ole suorakulmainen
	Kolmion kulmien summa 200 gon	Kolmion kulmien summa 200 gon

Suorakulmaisten kolmioiden ratkaisukaavat eivät sovellu mielivaltaisten kolmioiden ratkaisemiseen, mutta mielivaltaisten kolmioiden kaavoilla voidaan ratkaista myös suorakulmaiset kolmiot.

Kolmio on ratkaistu, kun siitä tunnetaan kaikki 3 kulmaa ja kaikki 3 sivua. Mielivaltaisia kolmioita ratkaistaan sini -ja kosinilauseitten avulla. Ensin selostetaan sinilauseen käyttösovelluksia maanmittauslaskennassa.

Sinilauseen käyttö maanmittauslaskennassa

Kolmiossa jonkin sivun ja sen vastaisen kulman sinin suhde on vakio kaikkien sivujen ja kulmien suhteen. Kaavana:



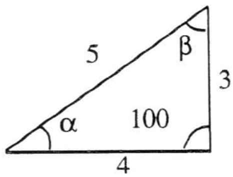
$$\frac{A}{\sin\alpha} = \frac{B}{\sin\beta} = \frac{C}{\sin\gamma}$$

Riittää, kun tunnetaan kolmioista yksi tunnettu pari (sivu ja sitä vastaava kulma) ja toisesta parista joko sivun pituus tai kulman suuruus, niin puuttuva neljäs osa yhtälöparia saadaan ratkaistua ristiinkertomalla. Toisin sanoen kaavassa esitetystä 3 parista riittää kaksi paria, joissa saa olla maksimissaan yksi tuntematon osa. Tämä yksi osa saadaan ratkaistua ristiinkertomalla.

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{x} \Rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{3}{x} \Rightarrow 1 \cdot x = 2 \cdot 3 \Rightarrow x = \frac{2 \cdot 3}{1} \Rightarrow x = 6$$

tuntematon saadaan kun kerrotaan tunnettu pari keskenään ja jaetaan tuntemattoman parilla

Esimerkki 54)



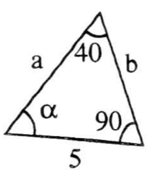
$$\frac{\sin 100}{5} = \frac{\sin\alpha}{3} \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{\sin\alpha}{3} \Rightarrow \alpha = \mathrm{A}\sin\frac{3}{5} = 40.9666 \text{ gon}$$

$$\frac{\sin 100}{5} = \frac{\sin\beta}{4} \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{\sin\beta}{4} \Rightarrow \beta = \mathrm{A}\sin\frac{4}{5} = 59.0334 \text{ gon}$$

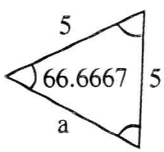
Tarkistus 100 + 59.0334 + 40.9666 = 200 gon (kolmioiden 200 gon sääntö).

Tehtävä 73) Ratkaise seuraavat kolmiot sinilauseen avulla. Kolmio on ratkaistu, kun tunnetaan kolmion kaikki sivut ja kaikki kulmat. Muista, että kolmion kulmien summa pitää olla 200 gon.

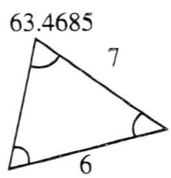
a)



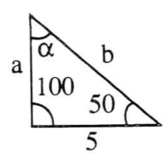
b)



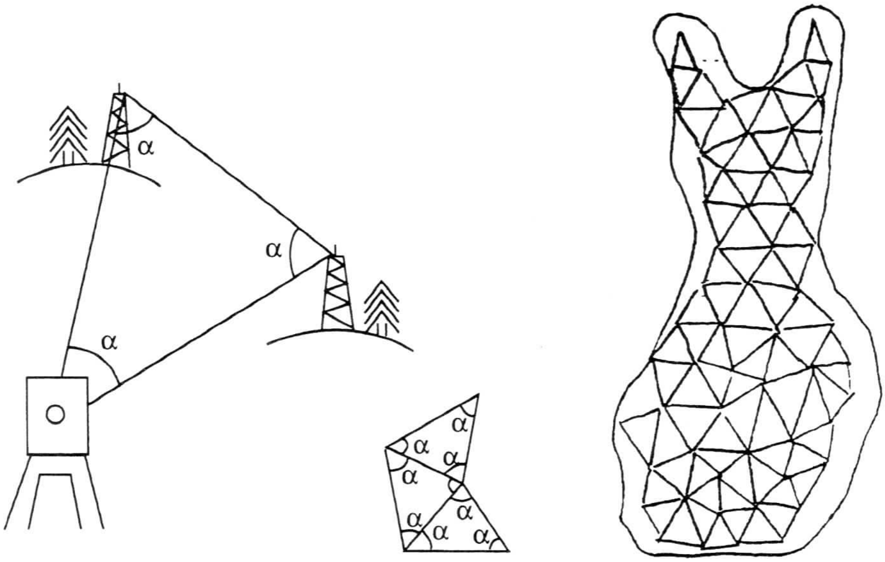
c)



d)

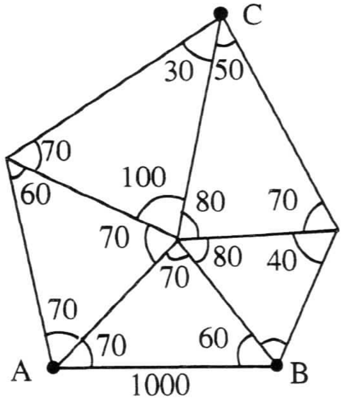


Sinilausetta tarvitaan joissakin maanmittauslaskusovelluksissa. Se sopii myöhemmin selostettaviin pinta-ala- ja leikkauslaskuihin, mutta myös tiettyihin muihinkin tunnettuihin sovelluksiin. Esimerkiksi kolmioverkko pystytään ratkaisemaan sinilauseen avulla. Suomihan on aikoinaan mitattu läpi kolmiomittaustornista toiseen kulmahavainnoilla. Tällöin on muodostunut kolmiota, joissa kaikki kulmat ovat olleet tiedossa, mutta sivujen pituuksia ei ole ollut tiedossa. Kolmiomittaustornien väli on saattanut olla kymmeniäkin kilometrejä, eikä aikoinaan ole ollut olemassa välineitä matkojen mittaamiseen kolmiomittaustornien välillä. Jotta kansallinen koordinaattijärjestelmä on voitu levittää koko Suomeen kolmiomittaustornista toiseen, on matkat pitänyt ratkaista jollakin tapaa. Ratkaisun tähän on antanut sinilause.



Jotta sinilauseen avulla on saatu kolmioitten sivujen pituudet ratkaistua, on pitänyt tietää yhden kolmion yhden sivun pituus. Niinpä yksi lyhyt sivu on mitattu tarkkaan (ns. perusmittauslinja/sivu). Kun ensimmäisen kolmion kaikki kulmat ja yksi sivu on tunnettu, on kolmion muutkin sivut saatu ratkaistua sinilauseella. Toisaalta kyseisen kolmion sivut ovat olleet kolmion sivuina naapurikolmioille, jolloin ne on voitu ratkaista, ja siten on kaikki Suomen kolmiot saatu ratkaistua matkojen suhteen ja koordinaatit laskettua koko maahan etelästä lähtien. Käytännössä matkoja tasoitellaan ottaen huomioon maan kaarevuudet yms., mutta periaatteiltaan kolmioverkko ratkeaa siis sinilauseen avulla.

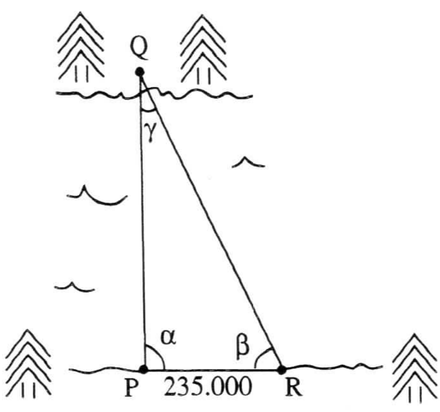
Tehtävä 74) Ratkaise oheinen kolmioverkko matkojen osalta sekä pisteen C koordinaatit.



$X_A = 1000$
$Y_A = 1000$
$X_B = 1000$
$Y_B = 2000$

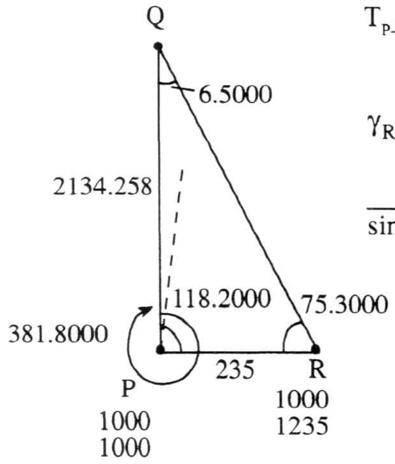
Sinilauseen avulla voidaan laskea matkoja ja kulmia pisteiden välille, vaikkei takymetri ole välttämättä edes asemapisteen päälläkään. Jos matka kohteeseen on yli takymetrin kantaman (käytännössä 1 000–1 500 m) tai kohteeseen/asemapisteelle ei saada mittauskojetta pystytettyä, on matka kohteeseen pakko ratkaista matemaattisesti.

Esimerkki 55) Järven toisella puolella on selvä piste (radiomasto tms.), johon pitäisi mitata tai laskea matka ja koordinaatit. Matka on niin pitkä, että takymetrillä ei voida mitata, tai sitten prismahenkilöä ei kustannus-hyötysyiden takia katsota tarpeelliseksi viedä järven toiselle puolelle. Tällöin mitataan omalla puolella järveä kaksi taitekulmahavaintoa kahdella pisteellä ja kyseisten pisteitten välinen matka. Seuraavassa havainnot.



$\alpha_{Q\text{-}R} = 118.2000$ gon
$\beta_{P\text{-}Q} = 74.3000$ gon
$S_{P\text{-}R} = 235.000$ m
$X_P = 1\ 000$, $Y_P = 1\ 000$, $X_R = 1\ 000$,
$Y_R = 1\ 235$

Halutaan ratkaista $S_{P\text{-}Q}$ ja X_Q ja Y_Q.



$T_{P\text{-}R} = 100.000$ gon.

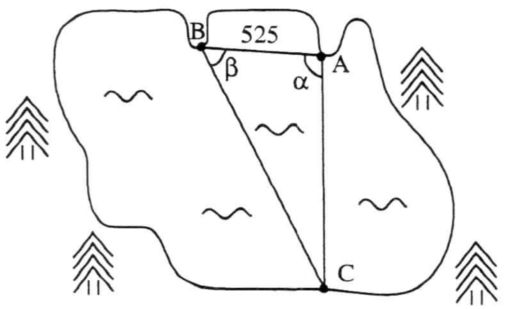
$$\gamma_{R-P} = 200.0000 - 75.3000 - 118.2000 = 6.5000 \text{ gon}$$

$$\frac{235}{\sin 6.5000} = \frac{S_{P-Q}}{\sin 75.3000} \Rightarrow \frac{235}{0.1019} = \frac{S_{P-Q}}{0.9257} \Rightarrow S_{P-Q} = 2134.258 \text{ m}$$

$$T_{P\text{-}Q} = 400.0000 - 18.2000 = 381.8000 \text{ gon}$$

$$X_Q = 1000 + 2134.258 * \text{Cos}381.8000 = 3047.634$$
$$Y_Q = 1000 + 2134.258 * \text{Sin}381.8000 = 398.125$$

<u>Tehtävä 75)</u> Melalahdessa matka järven yli oli liian pitkä matkan ja koordinaattien mittaamiseen pisteeseen C. Tällöin tehtiin pisteillä A ja B seuraavat alla esitetyt havainnot. Kuinka pitkä matka on pisteestä B pisteeseen C? Mitkä ovat pisteen C koordinaatit?



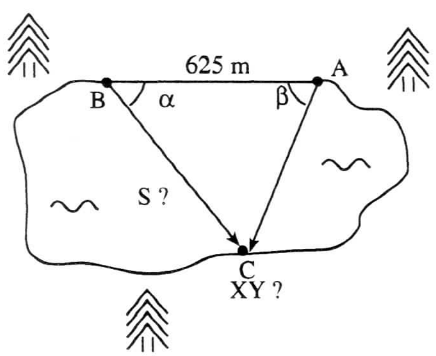
$\alpha_{C-B} = 101.0000$ gon

$\beta_{A-C} = 80.0000$ gon

$S_{A\text{-}B} = 525.000$ m

$X_B = 10000, Y_B = 10000, X_A = 9991.754,$
$Y_A = 10524.935$

<u>Tehtävä 76)</u> Melalahdessa matka järven yli oli liian pitkä matkan ja koordinaattien mittaamiseen pisteeseen C. Tällöin tehtiin pisteillä A ja B seuraavat alla esitetyt havainnot. Kuinka pitkä matka on pisteestä B pisteeseen C? Mitkä ovat pisteen C koordinaatit?



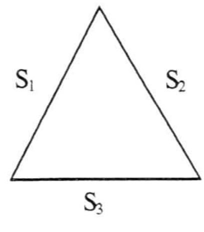
$\alpha_{A-C} = 70.8392$ gon

$\beta_{C-B} = 80.6271$ gon

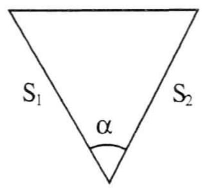
$S_{A\text{-}B} = 625.000$ m
$X_B = 10000, Y_B = 10000, X_A = 10000$
$Y_A = 10625$

On olemassa kaksi lähtötilannetta, jolloin kolmion ratkaisemiseen tarvitaan kosinilausetta.

1. Kolmiosta tunnetaan kaikki sivut, mutta ei yhtään kulmaa.

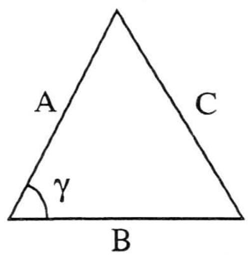


2. Kolmiosta tunnetaan kaksi sivua ja niiden välinen kulma



Kosinilauseella ratkaistaan ensin yksi puuttuva osa, minka jälkeen kolmion muitten tuntemattomien ratkaisu onnistuu sinilauseella. Tietysti koko kolmio voidaan ratkaista loppuun kosinilauseellakin.

Kosinilause voidaan muuntaa kahdeksi erilaiseksi lauseeksi sen mukaan, halutaanko ratkaista jotakin sivua tai kulmaa. Jonkin puuttuvan sivun ratkaisemiseen käytetään ns. yhden rivin lausetta, kun puuttuvan kulman ratkaisemiseen käytetään ns. kahden rivin lausetta. Kun lähtötilanne on se, että kolmiosta tunnetaan kaksi sivua ja niiden välinen kulma, käytetään seuraavaa kaavaa (yhden rivin lause):



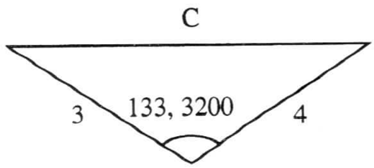
$$C = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB \cdot \cos\gamma}$$

jossa C = tunnetun kulman vastainen sivu, joka halutaan ratkaista

A ja B ovat tunnetut sivut tunnetun kulman molemmin puolin

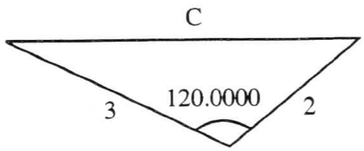
γ tunnettu kulma

Esimerkki 56) Tunnetaan kaksi sivua (3 m ja 4 m) ja niiden välinen kulma 133.3200 gon. Laske kolmannen sivun pituus.

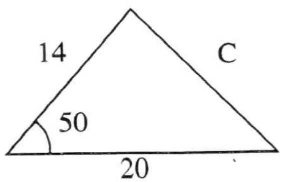


$$C = \sqrt{3^2 + 4^2 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos 133.3200} = 6.082 \text{ m}$$

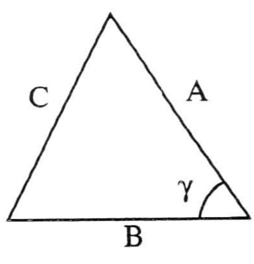
Tehtävä 78) Tunnetut kaksi sivua ovat 2 m ja 3 m, joiden välinen kulma on 120.0000 gon. Laske tunnetun kulman vastainen sivu.



Tehtävä 79) Tunnetut kaksi sivua ovat 20 m ja 14 m, joiden välinen kulma on 50.0000 gon. Laske tunnetun kulman vastainen sivu.



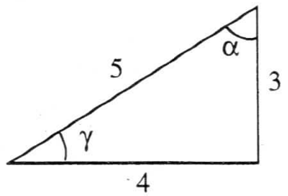
Kun lähtötilanne on se, että kolmiosta tunnetaan kaikki sivut mutta ei yhtään kulmaa, täytyy ainakin ensimmäinen kulma ratkaista seuraavalla kaavalla (ns. kaksirivinen kaava):



$$\gamma = A\cos\left(\frac{A^2 + B^2 - C^2}{2AB}\right)$$

Muistisääntönä on, että ylärivillä miinusmerkin perässä oleva luku on ratkaistavan kulman vastainen sivu. Muut sivut on helppo sijoittaa A:n ja B:n paikalle.

Esimerkki 57) Kolmion sivut ovat 3, 4 ja 5. Ratkaise kolmion kulmat.



$$\gamma = \mathrm{A}\cos\left(\frac{4^2 + 5^2 - 3^2}{2 \cdot 4 \cdot 5}\right) \Rightarrow$$

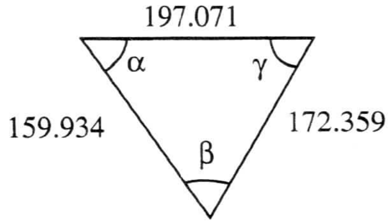
$$\gamma = \mathrm{A}\cos\left(\frac{16 + 25 - 9}{40}\right) = 40.9666 \text{ gon}$$

Toinen kulma kannattaa laskea sinilauseella

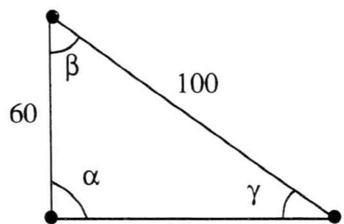
$$\frac{\sin\alpha}{4} = \frac{\sin 40.9666}{3} \Rightarrow \alpha = 59.0334 \text{ gon}$$

Kolmas kulma 200 - 40.9666 - 59.0334 = 100.0000 gon. Kyseessä sattui olemaan suorakulmainen kolmio. Täten tuli todistettua, että kosinilause toimii myös suorakulmaisessa kolmiossa.

Tehtävä 80) Kolmion tunnetut sivut ovat 159.934 m, 172.359 ja 197.071 m. Ratkaise pisteitten väliset taitekulmat.

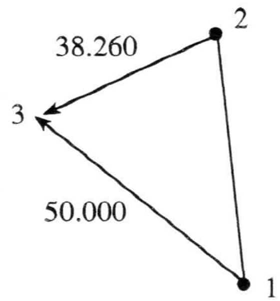


Tehtävä 81) Kolmion mitatut matkat ovat 60 m, 80 m ja 100 m. Ratkaise taitekulmat pisteitten välillä.



Kosinilausetta voidaan soveltaa maanmittaukseen mm. silloin, kun tunnetaan kaikki sivut mutta ei yhtään kulmaa. Seuraavassa esimerkki:

Esimerkki 58) Mittausryhmän mittauskoje on mennyt epäkuntoon. Pitäisi kuitenkin saada koordinaatit vielä yhdelle pisteelle, jolloin ryhmänjohtaja mittaakin kahdelta tunnetulta pisteeltä mittanauhalla tarkat ristimitat uudelle pisteelle alla olevan kuvan mukaisesti. Laske mittanauhahavainnoista koordinaatit uudelle pisteelle.

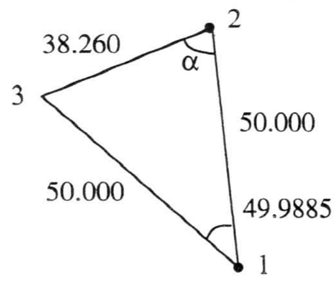


Lähtötiedot: $X_1 = 1000$, $Y_1 = 1000$, $X_2 = 1050$, $Y_2 = 1000$
Pisteeltä 1 mitattu matka pisteeseen 3 on 50 m ja pisteeltä 2 matka pisteeseen 3 on 38.260 m.

Pisteen 1 ja 2 välinen matka on 50 m (lasketaan koordinaateista

$$y = \mathrm{Acos}\left(\frac{50^2 + 50^2 - 38.260^2}{2 \cdot 50 \cdot 50}\right) = \mathrm{Acos}\,\frac{3536.1724}{5000} = 49.9885 \text{ gon}$$

$$\frac{\sin 49.9885}{38.260} = \frac{\sin\alpha}{50} \Rightarrow \alpha = 75.0057 \text{ gon}$$



$T_{2\text{-}1} = 200.0000$ gon —>$T_{2\text{-}3} = 200.0000 + 75.0057 = 275.0057$ gon

$X_3 = 1050 + 38.260 * \mathrm{Cos}275.0057 = 1035.362$
$X_3 = 1000 + 38.260 * \mathrm{Sin}275.0057 = 964.651$

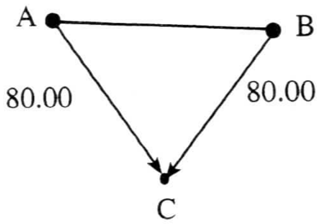
Pisteen 3 koordinaatit voi laskea myös 1 pisteeltä käsin:

$T_{1\text{-}2} = 0.0000$ gon. $T_{1\text{-}3} = 400.0000 - 49.9885 = 350.0115$ gon

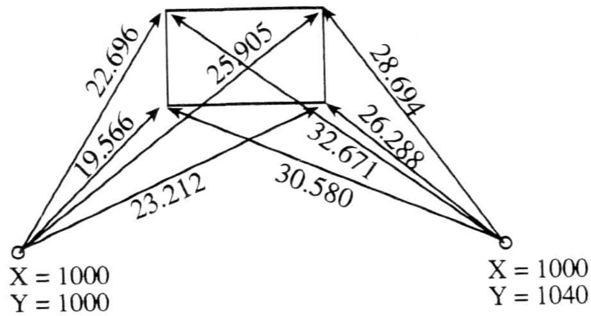
$X_3 = 1000 + 50 * \mathrm{Cos}350.0115 = 1035.362$
$Y_3 = 1000 + 50 * \mathrm{Sin}350.0115 = 964.651$

Edellisestä laskuesimerkistä voi huomata, että pienialaisessa mittauksessa, jossa matkat ovat keskimäärin alle 50 metrin (esimerkiksi rakennusmittaukset), ei takymetriä/teodoliittiä välttämättä tarvita ollenkaan, mikäli hallitsee maanmittauslaskennan. Koordinaatteja voidaan saada tarkasti myös ristinmitoilla pelkkää mittanauhaa käyttämällä.

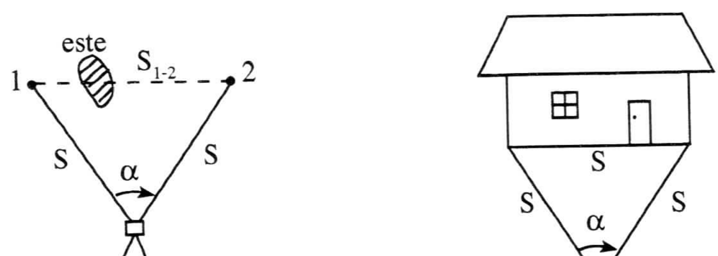
Tehtävä 82) Kohde on kartoitettu ristimitoilla tunnetuista pisteistä mittanauhalla. Havainnot alla olevassa kuvassa. $X_A = 1000$, $Y_A = 1000$, $X_B = 1000$, $Y_B = 1080$. Laske pisteen C koordinaatit.



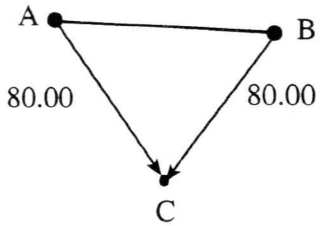
Tehtävä 83) Mittaustyömaalla kaksi tunnettua pistettä. Kyseisiltä pisteiltä on kartoitettu rakennus mittanauhalla ristimitoilla. Laske rakennuksien nurkkien koordinaatit sekä seinämitat.



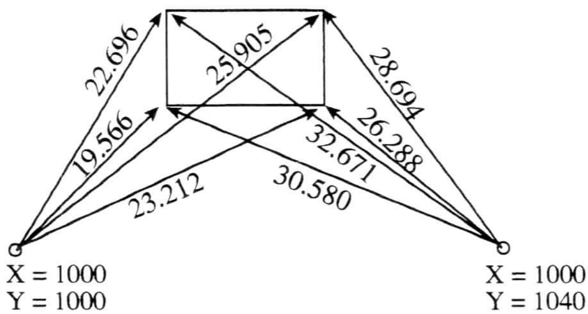
Kosinilauseesta on hyötyä myös muissakin sovelluksissa. Yksi maanmittaussovellus, jossa tarvitaan kosinilausetta, on ns. teodoliittiraja. Siinä mitataan yhdeltä kojeasemalta matkahavainnot kahdelle pisteelle, minkä lisäksi mitataan kyseisten pisteiden välinen taitekulma alla olevan kuvan mukaisesti. Vaikka mitattujen pisteiden välissä olisi este, voidaan kyseisten pisteiden välinen matka laskea kosinilauseen avulla.



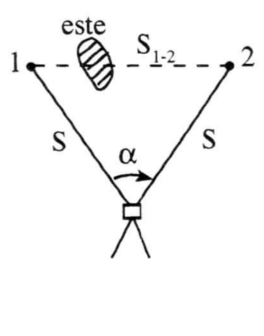
Tehtävä 82) Kohde on kartoitettu ristimitoilla tunnetuista pisteistä mittanauhalla. Havainnot alla olevassa kuvassa. $X_A = 1000$, $Y_A = 1000$, $X_B = 1000$, $Y_B = 1080$. Laske pisteen C koordinaatit.

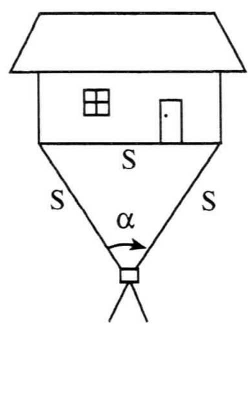


Tehtävä 83) Mittaustyömaalla kaksi tunnettua pistettä. Kyseisiltä pisteiltä on kartoitettu rakennus mittanauhalla ristimitoilla. Laske rakennuksien nurkkien koordinaatit sekä seinämitat.

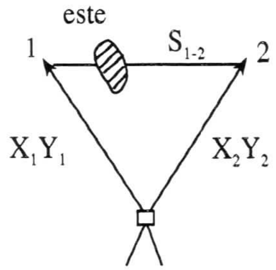


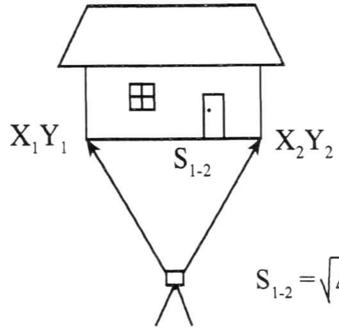
Kosinilauseesta on hyötyä myös muissakin sovelluksissa. Yksi maanmittaussovellus, jossa tarvitaan kosinilausetta, on ns. teodoliittiraja. Siinä mitataan yhdeltä kojeasemalta matkahavainnot kahdelle pisteelle, minkä lisäksi mitataan kyseisten pisteiden välinen taitekulma alla olevan kuvan mukaisesti. Vaikka mitattujen pisteiden välissä olisi este, voidaan kyseisten pisteiden välinen matka laskea kosinilauseen avulla.





Edellisessä esimerkissä matka pisteiden välille saadaan pelkällä taitekulmahavainnolla, jossa kojeen ei tarvitse olla koordinaateiltaan tunnetun pisteen päällä. Jos koje olisi orientoitu suuntakulmamaailmaan ja olisi koordinaateiltaan tunnetun asemapisteen päällä, saataisiin pisteiden välinen matka laskettua mitatuista koordinaateistakin geodeettisella käänteistehtävällä.

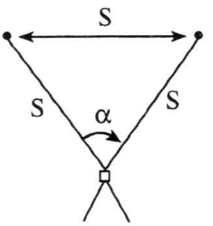


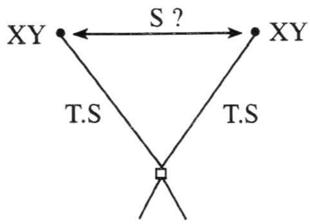


$$S_{1\text{-}2} = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2}$$

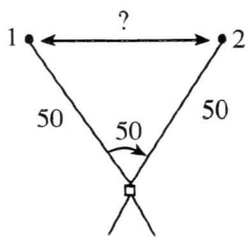
Mikäli kahden pisteen välissä on este, kuten joki tai rakennus, voidaan siis pisteiden välinen matka laskea kahdella tapaa:

1) kosinilauseella (ns. teodoliittiraja)
2) kartoittamalla pisteet ja laskemalla matka koordinaateista (geodeettinen käänteislause).



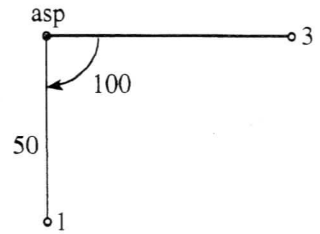


__Esimerkki 59)__ Kojeasemalta on havaittu kaksi rakennuksen nurkkaa. Matkahavainnot nurkkiin kojeasemalta ovat 50 m ja 50 m ja pisteiden välinen taitekulma on 50 gon. Kuinka pitkä on rakennuksen sivu?

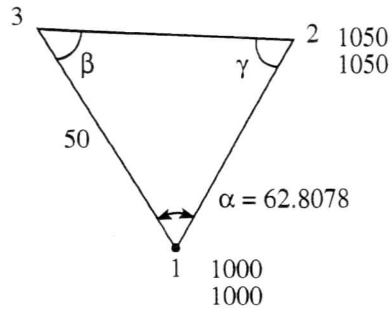


$$S_{1\text{-}2} = \sqrt{50^2 + 50^2 - 2 \cdot 50 \cdot 50 \cdot \cos 50}$$
$$S_{1\text{-}2} = \sqrt{5000 - 3535.5} = \sqrt{1464.5} = 38.260 \text{ m}$$

Tehtävä 84) Asemapisteen koordinaatit ovat 1000 ja 1000. Pisteelle 1 on matka 50 m. Pisteen 3 koordinaatit ovat 1000 ja 1100. Pisteiden 1 ja 3 välinen taitekulma on 100 gon. Laske pisteen 1 ja 3 välinen matka teodoliittirajana ja tarkista matka koordinaateista.

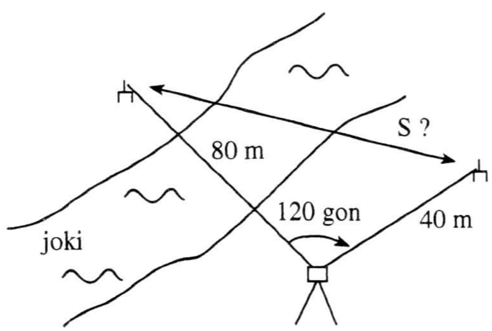


Tehtävä 85) Ratkaise kahdella tapaa alla oleva kolmio. Voit ratkaista kolmion kosinilauseella/sinilauseella tai koordinaateilla tekemällä oman koordinaattijärjestelmän. Koordinaattilaskennassa aseta vaikka $T_{1\text{-}3} = 0.0000$ gon, jolloin $T_{1\text{-}2} = 62.8078$ gon jne. Saat pisteille koordinaatit, joista voidaan ratkaista puuttuvien sivujen pituudet ja taitekulmien suuruudet geodeettisella käänteistehtävällä. Molemmilla tavoilla pitäisi tulla samat vastaukset.

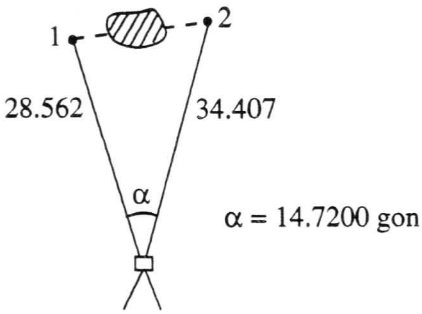


$S_{2\text{-}3}$?
$S_{1\text{-}2}$?
β ?
γ ?

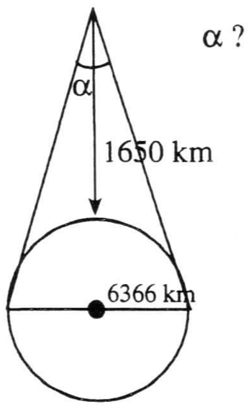
Tehtävä 86) Kahden pyykin välimatka piti määrittää tarkasti. Pyykkien välinen matka olisi mitattu mittanauhalla, mutta pyykkien välissä oleva joki esti asian. Ville Neuvokas keksi mitata pisteitten välisen matkan teodoliittirajana. Alla havainnot. Laske pyykkien välinen matka.



Tehtävä 87) Tukossa oleva rajalinja mitattiin sivulta ns. teodoliittirajana. Mittauksen tulokset on esitetty alla olevassa piiroksessa. Määritä tukossa olevan rajalinjan pituus a) kosinilausella b) ilman kosinilausetta (koordinaattiratkaisulla).



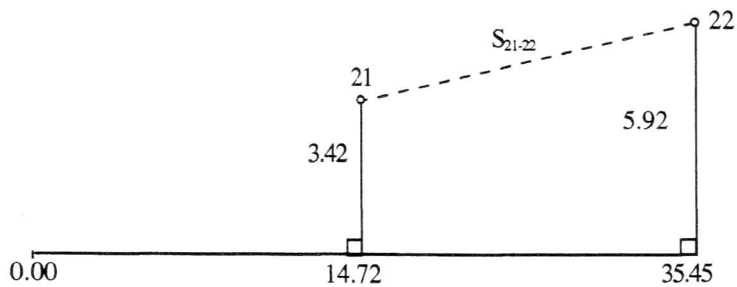
Tehtävä 87) Maapallo kuvataan 1 650 km:n korkeudesta. Millä kuvauskulmalla α pystytään kuvaamaan koko maapallo, jonka säde on 6 366 km? Ratkaise kulma α 1) trigonometrisillä funktioilla, 2) sinilauseella ja 3) kosinilauseella.



6 HARJOITUSTEHTÄVIÄ PERUSASIOISTA

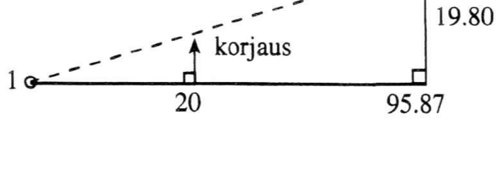
Seuraavassa on kertauslaskuja laskettavaksi tässä kirjassa tähän asti esitetyistä asioista.

Tehtävä 88) On kartoitettu suorakulmaisesti pyykit 21 ja 22. Havainnot ovat alla olevassa piiroksessa. Maastossa unohdettiin mitata rajalinjan 21–22 pituus. Rajamerkkien (-pyykkien) välinen etäisyys voidaan jälkikäteen kuitenkin määritellä kahdellakin tapaa kartoitusmittojen perusteella. Laske pyykkien 21–22 välinen etäisyys = rajamitta A- ja B-mittojen perusteella.

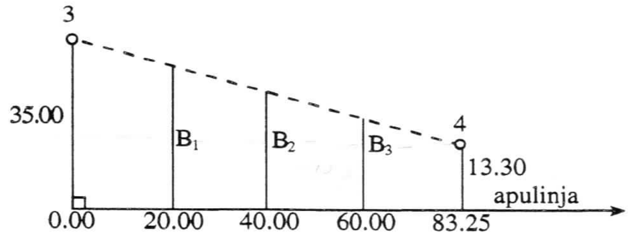


Vihje: Voit määritellä rajamitan kolmiosta Pythagoraan lauseella (= järkeilyllä) tai koordinaateista.

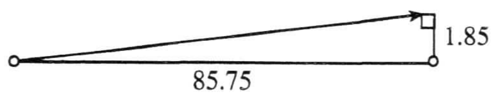
Tehtävä 89) Maastoon ajettu linja on mennyt 19.80 m ohi avattavasta rajapisteestä 2. Laske korjaus 20 metrin päähän lähtöpisteestä, jotta uusi linja saadaan lähtemään oikeaan suuntaan.



Tehtävä 90) Jos avattavan linjan lähellä on pelto tai tieaukko, kannattaa tähän aukkoon ajaa apulinja, jolta prismataan varsinaisen linjan alku- ja loppupisteet. Yhdenmuotoisten kuvioiden perusteella voidaan laskea suorakulmaiset paalutusmitat apulinjalta varsinaiselle linjalle. Laske rajalinjan 3–4 suorakulmaiset paalutusmitat B_1, B_2 ja B_3 apulinjalta.



Tehtävä 91) Rajalinjaa aukaistaessa meni ensimmäinen ajo ohi 1.85 m. Rajamitta on 85.75 m. Laske ohiajetun linjan korjausmitat 10 m:n välein sekä korjauskulma



Tehtävä 92) Asemapisteen X = 2214.56 ja Y = 9104.16. Kohteen koordinaatit ovat X = 2156.04 ja Y = 8897.42. Liitospisteen koordinaatit ovat X = 2224.56 ja Y = 9166.00. Laske säteittäiset ja suorakulmaiset merkintämitat kohteelle. Tee merkintämittojen taulukko eli paalutustaulukko, josta ilmenee suuntakulma, taitekulma, vaakamatka, A-mitta sekä B-mitta asemapisteeltä kohteelle.