



Riikka Palkki, tohtorikoulutettava, Oulun yliopisto

*Joustava yhtälönratkaisu* (2014-2019) on LUMA SUOMI –kehittämishojelman eräs hanke, jossa on kehitetty uutta materiaalia ja uusia oppimisen tapoja yläkoulun yhtälönratkaisuun. Joustava yhtälönratkaisu (JYR) – materiaalin taustalla on tutkimustietoa matematiikan oppimisesta. Oppilaat työskentelevät tunneilla pienryhmissä, mutta myös opettajalla on roolinsa uusien käsitteiden esittelijänä ja yhteenvetojen tekijänä. Yhtälönratkaisuun tarvittavat muunnokset esitetään yhdellä kerralla. Oleellisia ovat erilaiset ratkaisutavat, jumissa olemisen ja virheiden arvostaminen, kielentäminen sekä päättelyn ja perustelujen korostaminen.

Materiaalissa paneudutaan ensin käsitteelliseen pohjaan ja myöhemmin joustavuuden kehittämiseen eri ratkaisutapojen käytön avulla. Materiaalia on kehitetty pilottikokeilujen jälkeen yhteistyössä opettajien kanssa ja sitä on käyttänyt noin 1000 oppilasta. Materiaalin käyttöön järjestetään lähikoulutuksia eri puolilla Suomea sekä verkkokoulutus keväällä 2019. Materiaali on saatavilla ilmaiseksi osoitteessa <https://ouluma.fi/joustava-yhtalönratkaisu/materiaali/>

*Vertailutehtävissä* esitetään rinnakkain kaksi eri ratkaisutapaa samaan tehtävään (ks. kuva). Oppilaiden on tarkoitus analysoida ja vertailla eri ratkaisutapoja. Tämän on todettu kehittävän matematiikan käsitteellistä ja proseduraalista osaamista sekä strategista joustavuutta, mikä on askel myös ongelmanratkaisutaitojen oppimisen suuntaan. Huomio kiinnittyy ratkaisuprosessiin ja perusteluihin. Voidaan puhua *vertailumenetelmästä*, josta lisätietoa löytyy: <https://www.lumat.fi/index.php/lumat/article/view/327>

Vertailutehtävissä voi joskus olla tarkoituksellinen virhe. Tällaisten tehtävien on todettu muun muassa kehittävän matematiikan käsitteellistä osaamista. Tehtävien voisi ajatella tuovan oppilaille virheet luonnollisemmaksi osaksi oppimista, kun virheet nähdään oppimismahdollisuuksina ja keskustelunherättäjinä. Virheen tekeminen saa aivosolujen välit säkenöimään!

**Esimerkki 1** Kalle ja Leena ovat ratkaisseet yhtälön  $45y + 90 = 60y$  seuraavilla tavoilla:

	Kallen ratkaisu	Leenan ratkaisu	
Aluksi yhdistän vasemman puolen termit keskenään.	$45y + 90 = 60y$	$45y + 90 = 60y$	Aluksi vähennän molemmilta puolilta 45y.
	$135y = 60y$	$45y - 45y + 90 = 60y - 45y$	Muokkaan yhtälön molempia puolia suorittamalla yhteenlaskut.
Tämän jälkeen vähennän molemmilta puolilta 60y.	$135y - 60y = 60y - 60y$	$90 = 15y$	Lopuksi jaan yhtälöä puolittain luvulla 15.
Lopuksi jaan yhtälöä puolittain luvulla 75 ja saan vastauksen.	$75y = 0$	$\frac{90}{15} = \frac{15y}{15}$	Suoritan jakolaskut puolittain ja saan yhtälön ratkaisun.
	$\frac{75y}{75} = \frac{0}{75}$	$6 = y$	
	$y = 0$		



a) Kuvaile, mitä eroa Kallen ja Leenan ratkaisuisissa on. \_\_\_\_\_

b) Kumpi on oikeassa? Miksi? Miten tarkistat tämän? \_\_\_\_\_

c) Mikä virhe on tehty? Kirjoita omin sanoin sääntö, jolla virhe voidaan välttää. \_\_\_\_\_