YLIOPPILASTUTKINTOLAUTAKUNTA
STUDENTEXAMENSNÄMNDEN

MATEMATIIKAN KOE, LYHYT OPPIMÄÄRÄ 22.3.2017
HYVÄN VASTAUKSEN PIIRTEITÄ

Alla oleva vastausten piirteiden, sisältöjen ja pisteitysten luonnehdinta ei sido ylioppilastutkintolautakunnan arvostelua. Lopullisessa arvostelussa käytettävistä kriteereistä päättää tutkintoaineen sensorikunta.

Hyvästä suorituksesta näkyy, miten vastaukseen on päädytty. Ratkaisussa on oltava tarvittavat laskut tai muut riittävät perustelut sekä lopputulos. Arvioinnissa kiinnitetään huomiota kokonaisuuteen, ja ratkaisu pyritään arvioimaan kolmiosaisesti: alku, välivaiheet ja lopputulos. Laskuvirheet, jotka eivät olennaisesti muuta tehtävän luonnetta, eivät alenna pistemäärää merkittävästi. Sen sijaan tehtävän luonnetta muuttavat lasku- ja mallinnusvirheet saattavat alentaa pistemäärää huomattavasti.

Laskin on kokeen apuväline, jonka rooli arvioidaan tehtäväkohtaisesti. Jos ratkaisussa on käytetty symbolista laskintaa, sen on käytävä ilmi suorituksesta. Analysointia vaativien tehtävien ratkaisemisessa pelkkä laskimella saatu vastaus ei riitä ilman muita perusteluja. Sen sijaan laskimesta saatu tulos yleensä riittää rutiinitehtävissä ja laajempien tehtävien rutiiniosissa. Tällaisia ovat esimerkiksi lausekkeiden muokkaaminen, yhtälöiden ratkaiseminen sekä funktioiden derivointi ja integrointi.

A-osa

1.

(Oikea sijoitus ratkaisukaavaan TAI päättely $x = 2$)	1
$x = 2$ tai $x = -\frac{5}{2}$	1
Idea neliöimisestä	1
$\Rightarrow \sqrt{\frac{3}{2}} < \frac{4}{3}$	1
Kerrottu sulut auki	1
$\Rightarrow$sievennyksestä 16	1

2.

Opiskelijalippu maksaa 10 euroa, eläkeläislippu 14 euroa.	1
Yhteensä lipputuloja: $7 \cdot 10 + 5 \cdot 14 + 8 \cdot 20 = 70 + 70 + 160 = 300$.	1
$\Rightarrow$Keskihinta on $\frac{300}{20} = 15$ euroa.	1
TAI	
Opiskelija-alennus 10 euroa, eläkeläisalennus 6 euroa.	1
Alennus yhteensä $7 \cdot 10 + 5 \cdot 6 = 100$	1
$\Rightarrow$Keskialennus on $\frac{100}{20} = 5$ euroa ja keskihinta 15 euroa.	1
Piiretty suora $2y + 3x - 6 = 0$.	1
Piiretty positiiviset x- ja y-akselit alueen reunana.	1
Väritetty oikea osa, eli ylä-oikea nurkka.	1

3.

Vastauksesta 1 piste per kohta.	
D, A, B	
D, C, E	
HUOM.: näkövammaisten versiossa oikea rivi on DAB**A**CE.	

4.

Todennäköisyys, että kultamitali annetaan oikealle henkilölle on $\frac{1}{5}$.	1
Tämän jälkeen todennäköisyydet, että hopea ja pronssi menevät oikealle henkilölle ovat $\frac{1}{4}$ ja $\frac{1}{3}$.	1
$\Rightarrow$Vastaus on $\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{60}$.	1
Kolme mitalia voidaan jakaa kolmelle henkilölle 3! järjestyksessä.	1
Kunkin jaon todennäköisyys on $\frac{1}{60}$ a-kohdan nojalla.	1
$\Rightarrow$Vastaus on $\frac{3!}{60} = \frac{1}{10}$.	1

B1-osa

5.

120 eurolla saa $120 \cdot 9{,}3565 \approx 1122{,}78$ kruunua.	1
Kun nämä vaihtaa takaisin, saa $1122{,}78/9{,}8605 \approx 113,87$ euroa.	1
Tappio on siis noin $120 - 113{,}85 = 6{,}15$ euroa	1
Pyöristetty lähimpään kruunuun (ei tarvitse ottaa huomioon kymmentä senttiä, jonka tällöin ensimmäisessä vaihdossa saisi takaisin)	-0
Prosentit muutettu suhteiksi: 1,1619, 0,9190, 0,9275 ja 1,1189.	1
Tulo $1{,}1619 \cdot 0{,}9190 \cdot 0{,}9275 \cdot 1{,}1189$	1
$\approx 1{,}10813$ joten kasvua on noin 10,81 prosenttia.	1

6.

Päätyjen pinta-alat 30 ja 11 TAI piirros annetut pituudet merkittynä.	1
Kummankin laitasivun pinta-ala on $25 \cdot \frac{3+1{,}1}{2} = 51{,}25$.	1
Pohjan sivun pituus on $\sqrt{(1{,}9)^2 + 25^2} \approx 25{,}072$.	1
Pohjan pinta-ala on noin 250,72 ja uima-altaan yhteispinta-ala on 394,22 (m^2).	1
Laatan pinta-ala on $0{,}3 \cdot 0{,}2 = 0{,}06$ (m^2).	1
$\Rightarrow$Laattoja tarvitaan noin 6571 kappaletta, eli laatikoita 220 kappaletta.	1

7.

$b = 100$ (cm)	1
$0 = k \cdot 450 + 100$	1
$k = -\frac{100}{450} = -\frac{2}{9}$ (cm/h)	1
$120 - 0{,}005t^2 = 100 - \frac{2}{9}t$	1
$t = \frac{\frac{2}{9} \pm \sqrt{\frac{4}{81} + 4 \cdot 0{,}005 \cdot 20}}{2 \cdot 0{,}005}$,	1
josta ratkaisuksi kelpaa 89,3 h; lisäksi kynttilät ovat yhtä pitkät (0 cm), kun $t \geqslant 450$.	1

8.

(Normalisoimalla muuttujat (ns. z-arvot) saadaan muuttujat vertailukelpoisiksi.)	1
Muodostetaan siis yhtälö $\Phi(\frac{t-1453}{37{,}2}) = \Phi(\frac{t-1467}{10{,}5})$.	2
Kumoamalla Φ (joka on kasvava funktio) saadaan $\frac{t-1453}{37{,}2} = \frac{t-1467}{10{,}5}$,	1
josta saadaan yhtälö $393159 = 267t$,	1
eli kysytty teho on $1472{,}506 \approx 1473$.	1
Hyvä alku: jakaumien kuvaajat hahmoteltu	1

9.

Tornin huippu on pisteessä $(\frac{1280}{2}, 152)$,	1
joten $152 = a640^2$ eli $a \approx 0{,}000371$.	1
Kaapelin tangentin kulmakerroin saadaan derivaatasta $2 \cdot 0{,}000371x$,	1
eli pisteessä $x = 640$ derivaatta on 0,475.	1
Kulma x-akselin kanssa: $\tan \alpha = 0{,}475$,	1
josta $\alpha \approx 25{,}41°$ ja kysytty kulma on sen komplementti, 64,6°.	1

B2-osa

10.

Vuoden 2017 lopussa talletusten arvioitu kokonaismäärä on	
$80778000000 \cdot 1{,}015 \cdot 1{,}01$	1
$= 82809566700.$	1
Arvioitu talletusten korkoprosentti on $0{,}32 - 2 \cdot 0{,}05 = 0{,}22$.	1
$\Rightarrow$Talletuksille maksettu korko on noin $82809566700 \cdot 0{,}0022 \approx 182181000$.	1
Tästä summasta maksetaan veroa 30 %,	1
eli n. $182181000 \cdot 0{,}3 \approx 54654000$ eli noin 55 miljoonaa euroa.	1
Väärä tarkkuus	-1

11.

Sinifunktion periodi on 2π, ja haluttu periodi on 12, joten $c = \frac{2\pi}{12} = \frac{\pi}{6}$ $(\frac{1}{\mathrm{kk}})$.	1
Pienin arvo pitäisi saada, kun $t = 2$ (helmikuu), ja suurin kun $t = 8$ (elokuu).	1
Sinifunktion pienin arvo saavutetaan (mm.), kun argumentti on $-\frac{\pi}{2}$ josta yhtälö	
$\frac{\pi}{6}(2 + t_0) = -\frac{\pi}{2}$,	1
josta saadaan $t_0 = -5$ (kk).	1
Vuoden keskilämpötila on $A = \frac{2+8}{2} = 5$ (°C).	1
Lämpötilan vaihtelusta $2B = 8 - 2 = 6$, joten $B = 3$ (°C).	1
Myös muu valinta $t_0 = -5 + 12n$ kelpaa.	
Myös $B = -3$ kelpaa, tällöin $t_0 = 1 + 12n$.	

12.

Kohdassa $t = 16$ kuvaaja on kasvava,	1
joten $f'(16) > 0$.	1
Derivaatta kertoo tangentin kulmakertoimen,	1
ja ääriarvokohdassa tangentti on vaakasuorassa, eli derivaatta on nolla	1
Derivaatan nollakohta ei kuitenkaan välttämättä ole minimi eikä maksimi, esimerkkinä funktio $y = x^3$.	(+1)
Kohdassa $t = 19{,}3$ käyrällä näyttää olevan alaspäin suuntautunut piikki.	1
Derivaatta muuttuu siis negatiivisesta positiiviseksi käymättä välissä nolla. Siksi Kallen menetelmä ei toimi.	1
Tehtävässä voi saada korkeintaan kuusi pistettä, mutta b-kohdassa mainittu ”bonuspiste” voi korvata mahdollisia puutteita muualla	

13.

Esimerkiksi: bakteerit lisääntyvät biologian kokeessa eksponentiaalisesti, määrä tuplaantuu 35 minutin välein.	3
Esimerkiksi: puun pituuskasvu ei ole ekponentiaalista, vaan joka vuosi se kasvaa suunnilleen sama verran (esim. 20 cm).	3