



Kokeessa saa vastata enintään kymmeneen tehtävään.

1. a) Ratkaise yhtälö  $2x^2 = x$ .  
 b) Laske lausekkeen  $\frac{a^2 - b^2}{a - b}$  arvo, kun  $a = 1$  ja  $b = \frac{1}{2}$ .  
 c) Ratkaise yhtälö  $\frac{x}{3} = \frac{x-1}{4}$ .
  
2. a) Missä pisteessä suora  $x - 5y = 4$  leikkaa  $y$ -akselin?  
 b) Ratkaise yhtälö  $4x^3 = 48$ . Anna tarkka arvo ja kolmidesimaalinen likiarvo.  
 c) Ratkaise yhtälö  $2 \cdot 3^x = 162$ .
  
3. a) Suorakulmaisen kolmion kateettien pituudet ovat 5,0 cm ja 8,0 cm. Määritä hypotenuusan pituus millimetrin tarkkuudella ja terävien kulmien suuruus asteen tarkkuudella.  
 b) Positiiviset luvut  $x$  ja  $y$  toteuttavat yhtälön  $\frac{x+y}{x-y} = \frac{5}{2}$ . Määritä lausekkeen  $\frac{x}{y}$  tarkka arvo.
  
4. Kuution särmän pituus puolittuu. Kuinka monta prosenttia pienenee kuution  
 a) tilavuus?  
 b) sivutahkojen yhteenlaskettu pinta-ala?
  
5. Boolimaljassa on 4,0 litraa sekoitusta, jonka tilavuudesta 70 % on kuohuviiniä ja 30 % mansikkamehua. Kuinka paljon siihen täytyy lisätä kuohuviiniä, jotta mehun osuus on 20 %?

6. Kiinalainen arvoitus 5 000 vuoden takaa: Häkissä on fasaaneja ja kaniineja. Niillä on yhteensä 35 päätä ja 94 jalkaa. Kuinka monta fasaania ja kuinka monta kaniinia häkissä on?

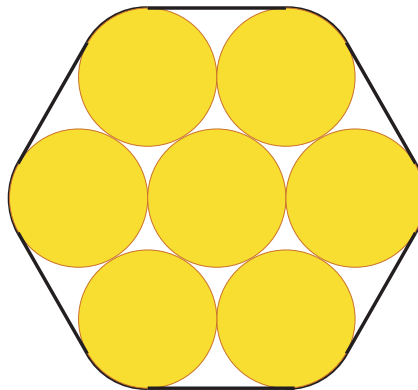


<[http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Common\\_Pheasant\\_RWD2.jpg](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Common_Pheasant_RWD2.jpg)>.  
Luettu 12.3.2013.



<<http://www.hdwallpapersarena.com/rabbit-wallpapers.html>>.  
Luettu 12.3.2013.

7. Seitsemän mäntytukkia sidotaan vaijerilla alla olevan poikkileikkauskuvion mukaisesti. Kuinka paljon vaijeria tarvitaan yhteen kierrokseen? Jokaisen tukin halkaisija on 20 cm. Anna vastaus senttimetrin tarkkuudella.



8. Pyramidihuijari avaa pankkitilin ja siirtää ensimmäisessä vaiheessa tilille 100 €. Tämän jälkeen hän houkuttelee mukaan kolme sijoittajaa, joista jokainen siirtää toisessa vaiheessa huijarin tilille 100 €. Kolmannessa vaiheessa kukin näistä kolmesta houkuttelee edelleen mukaan kolme uutta sijoittajaa, joista jokainen siirtää 100 € huijarin tilille. Huijaus jatkuu saman kaavan mukaisesti. Kuinka monen vaiheen jälkeen tilillä oleva summa ylittää Suomen valtion vuoden 2013 talousarvion, joka on 54,1 miljardia euroa?
9. Sarjakuvanäyttelyn lipun hinta on 5 €, mutta lipunmyyjä on unohtanut ottaa mukaan vaihtorahaa. Lippujonossa on neljä asiakasta, joista kullakin on vain yksi seteli. Kahdella on 5 €:n seteli ja kahdella muulla 10 €:n seteli. Kuinka suurella todennäköisyydellä asiakkaat ovat sellaisessa järjestyksessä, että lipunmyyjä voi antaa heti jokaiselle oikean vaihtorahan?

10. a) Millä vakion  $a$  arvolla funktion  $f(x) = ax^2 - 4x + 8$  pienin arvo on 0?  
 b) Millä vakion  $b$  arvolla funktio  $g(x) = bx^2 - 4x + 8$  saa positiivisia arvoja täsmälleen silloin, kun  $-2 < x < 1$ ?

11. Eräs menetelmä luvun  $\sqrt[3]{a}$  likiarvojen laskemiseksi perustuu kaavaan

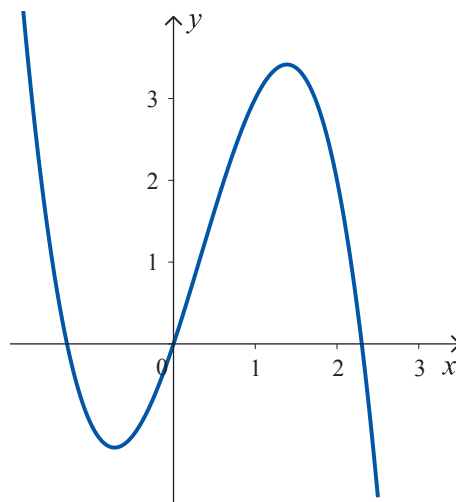
$$x_{n+1} = \frac{1}{3} \left( 2x_n + \frac{a}{(x_n)^2} \right),$$

kun  $n = 1, 2, \dots$  ja  $x_1 = 1$ . Tarkastellaan kyseistä jonoa  $(x_1, x_2, x_3, \dots)$ , kun  $a = 9$ . Millä indeksin  $n$  arvolla näin lasketut likiarvot toteuttavat ensimmäisen kerran seuraavan ehdon: lukujen  $x_n$  ja  $x_{n+1}$  seitsemän ensimmäistä desimaalia ovat samat?

12. Tarkastellaan vahingollista tapahtumaa, jonka tilastollinen todennäköisyys on  $0 < p \leq 1$ . Sen turvallisuusluku  $T$  määritellään kaavalla  $T = -\lg p$ .

- a) Alkoholinkäytöstä johtuvan kuoleman turvallisuusluku on 3,8 ja tapaturmaisen kuoleman turvallisuusluku 3,4. Kumman kuolinsyyn todennäköisyys on suurempi?  
 b) Tieliikenteessä loukkaantumisen turvallisuusluku on 3,2. Kuinka monta suomalaista keskimäärin loukkaantuu vuosittain tieliikenteessä? Suomen väkiluku on noin 5,4 miljoonaa. Anna vastaus 100 henkilön tarkkuudella.

13. a) Mihin käyrän  $y = -x^3 + x^2 + 3x$  pisteeseen asetetun tangentin kulmakerroin on suurin mahdollinen?  
 b) Määritä a-kohdan tangentin yhtälö.



- 14.** Helsingin kaupunki teetti ennusteen kaupungin väestönkasvusta vuodesta 2012 alkaen. Ennusteen mukaan asukasluku kasvaa lineaarisesti aikavälillä 2012–2030 niin, että kaupungissa on 607 417 asukasta vuoden 2014 alussa ja 629 894 asukasta vuoden 2018 alussa. Ennusteessa ei otettu huomioon mahdollisia kuntaliitoksia.

- a) Ennusteen mukaan asukasluku  $y$  toteuttaa yhtälön

$$y = a(x - 2014) + b,$$

kun  $x$  on vuosiluku. Määritä vakioiden  $a$  ja  $b$  tarkat arvot käyttämällä yllä mainittuja tietoja.

- b) Kuinka paljon asukasluku kasvaa ennusteen mukaan aikavälillä 2014–2030? Anna vastaus 1 000 asukkaan tarkkuudella.  
c) Piirrä asukasluvun  $y$  kuvaaja välillä  $2014 \leq x \leq 2030$ .

- 15. a)** Ratkaise yhtälö  $\tan \gamma = 1$ , kun  $0^\circ \leq \gamma \leq 360^\circ$ .

- b) Oheisessa kuvassa on vierekkäin kolme neliötä, joiden sivun pituus on 1. Lisäksi kuvioon on merkitty kulmat  $\alpha$ ,  $\beta$  ja  $\gamma$ . Laske  $\tan(\alpha + \beta)$  käyttämällä tangentin yhteenlaskukaavaa

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

ja perustele yhtälö  $\alpha + \beta = \gamma$ .

