

# CASIO®

*”Enemmän aikaa matematiikan opiskeluun,  
vähemmän aikaa softan opetteluun.”*

## Laske Laudatur ClassPadilla

Lyhyt matematiikka, kevät 2016



Hyvä lukija,

Ensimmäinen kaksiosainen yo-koe on nyt tehty!

Käsissäsi on ratkaisut kevään 2016 lyhyen matematiikan yo-kokeeseen. A-osionkin tehtävien ratkaisut on tehty laskinohjelmalla, vaikka kokelaat tekivätkin ne käsin. Tämä vihkonen on ladattavissa pdf-muodossa ja eActivity-tiedostoina (.xcp) myös suomenkielisiltä Casion tukisivuilta

<http://www.casio-laskimet.fi>

## Tukea

Edellisten vuosien ratkaisut ovat suosittuja kertausmateriaaleja abien valmistautumisessa tuleviin kirjoituksiin. Laskuteknisiä vinkkejä sisältävä YouTube –kanava on osa opiskelijoiden ja opettajien tukemista ja kanava onkin kerännyt lyhyessä ajassa yli 30 000 katselukertaa! Kanavan nimi on fx-CP400 ja lyhennetty linkki siihen on <http://bit.ly/fx-cp400>.

## ClassPad II Manager

Ratkaisut kevään yo-kokeisiin on tehty ClassPad II Manager –ohjelmalla. Samat laskut voidaan tehdä myös laskimella fx-CP400 ja vastaustiedostotkin käyvät molempiin. Tämä tukee siirtymistä laskimista ohjelmien käyttöön. Casion ajatus helppokäyttöisyydestä sisältää sen, että laskimen käytön osaavat voivat suoraan siirtyä käyttämään ohjelmaa ilman erillistä opettelua tai perehdytystä.

ClassPad II Manager-ohjelma tulee laskimen mukana ja sen voi halutessaan hankkia myös ilman laskinta, oman koulun käytännön mukaisesti. Ohjelma sopii erinomaisesti opetuksen tueksi älytaulun tai projektorin kaveriksi ja ohjelman käyttö kotitehtävien laskemisessa ja sähköisissä kurssikokeissa auttaa siirtymisessä kohti sähköisiä kokeita.

Mikäli et ole vielä ehtinyt kokeilemaan ohjelmaa, niin sen 90 päivän ilmaisen trial-version voit ladata osoitteesta <https://edu.casio.com>. Tältä sivulta löydät myös mm. uusimmat käyttöjärjestelmien päivitykset ja usein kysytyt kysymykset vastauksineen.

## Lyhyt matematiikka

Lyhyen matematiikan opiskelija hyötyy helppokäyttöisestä ja selkeästä CAS-ohjelmasta. Opiskelun aikana se yhdistää graafisen tarkastelun laskuihin, koetilanteessa se luo turvallisuuden tunnetta ja auttaa opiskelijaa saamaan parhaan osaamisensa esille. ClassPadin käytön periaate suosii tätä ajatusta: käyttäjä maalaa tekemänsä laskun ja valitsee sopivan komennon alusvetovalikosta. Kuvaajan piirtäminen onnistuu raahaamalla vastaava lauseke koordinaatistoon. Virheiden määrä vähenee ja kommentojen ulkoaopettelu ei vie aikaa itse matematiikan oivaltamiselta.

Aurinkoisia kevätpäiviä,

Espoossa 23.3.2016

*Pepe Palovaara*

**A-osa**

1. Määritellään funktiot  $f(x) = 2x^2 + x$  ja  $g(x) = 5x - 2$ .

- a) Ratkaise yhtälö  $f(x) = g(x)$ .
- b) Laske  $f'(x)$ .

1) a) Ratkaistaan yhtälö

$$\text{solve}(2x^2+x=5x-2, x)$$

$$\{x=1\}$$

b) Derivoidaan funktio  $f(x)$

$$\frac{d}{dx}(2x^2+x)$$

$$4 \cdot x + 1$$

2. a) Onko epäyhtälö  $\sqrt{7} < 3$  tosi? Perustelee.

b) Ratkaise epäyhtälö  $-x^2 + 3(x - 2) + 9 > 3(x - 2) + 2x^2$ .

c) Jussi laskee päässä kertolaskun seuraavasti:  $27 \cdot 31 = 20 \cdot 30 + 7 \cdot 30 + 20 \cdot 1 + 7 \cdot 1 = 600 + 210 + 20 + 7 = 837$ . Onko Jussin päättely oikein? Perustelee.

2) a) Epäyhtälön puolet  $> 0$ , joten ne voidaan korottaa toiseen potenssiin. Nyt saadaan  $7 < 9$ , mikä on tosi. Tämän vuoksi myös alkuperäinen epäyhtälö on tosi.

b) Ratkaistaan epäyhtälö

$$\text{solve}(-x^2+3(x-2)+9>3(x-2)+2x^2, x)$$

$$\{-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}\}$$

c) Osittelulakien mukaan  $(20+7)(30+1)=20*30+7*30+20*1+7*1$  eli Jussin päättely on oikein.

YO-ratkaisut netissä: <http://www.casio-laskimet.fi/fi/opettajakoulu/opetusmateriaalia/>

Laskuvinkkejä YouTubessa: <http://bit.ly/fx-cp400>

3. Täydennä oikeiden vaihtoehtojen numerot alempaan taulukkoon.

		1	2	3
A	Lausekkeen $1,1^3$ arvo on	1,13	3,3	1,331
B	Tilavuus $0,5 \text{ m}^3$ on sama kuin	50 l	500 l	5 000 l
C	Luvuista $\frac{2}{3}$ , $\frac{6}{7}$ ja $\frac{16}{21}$ suurin on	$\frac{2}{3}$	$\frac{6}{7}$	$\frac{16}{21}$
D	Luvun $-a + b$ vastaluku on	$b - a$	$a - b$	$-a - b$
E	Yhtälön $x^2 - 3x + 1 = 0$ juurten summa on	3	4	5
F	Tuotteen hinta nousee ensin 10 % ja laskee sitten 10 %, joten lopullinen hinta on ... alkuperäisestä hinnasta.	99 %	100 %	101 %

3) Tutkitaan kohdat A–F:

A)

$1.1^3$  1.331

B)  $1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3 = 1000$  litraa, joten  $0,5 \text{ m}^3 = 500$  litraa.

C) Lavennetaan lukujen nimittäjäksi 21, jolloin osoittajat ovat 14, 18 ja 16. Koska luvut ovat positiivisia, niin suurin luvuista on se, jossa on suurin osoittaja eli keskimäinen  $\frac{6}{7}$ .

D) Lasketaan vastaluku  
 $-(-a+b)$  a-b

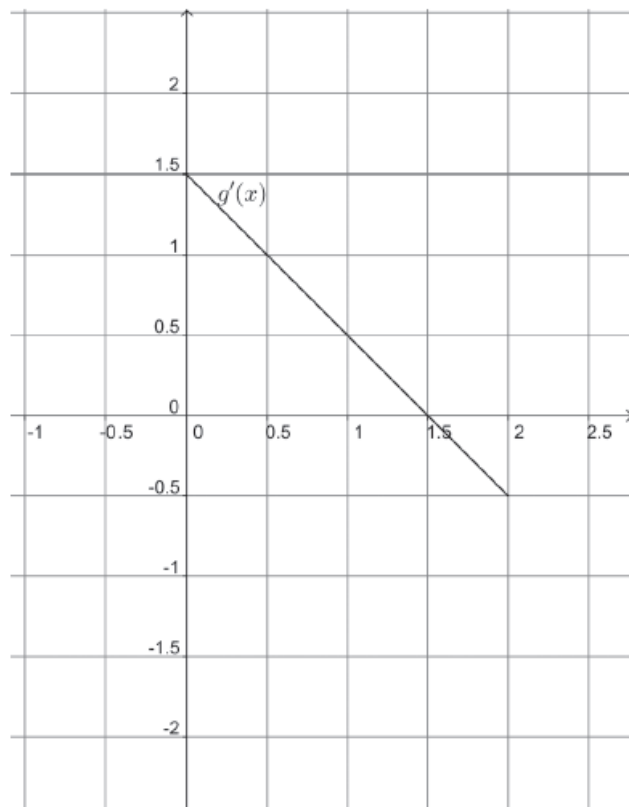
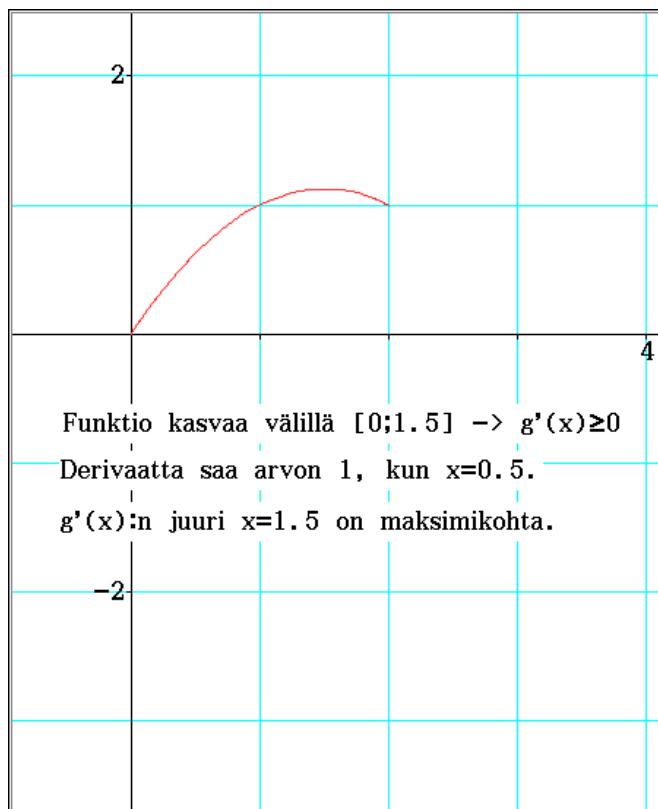
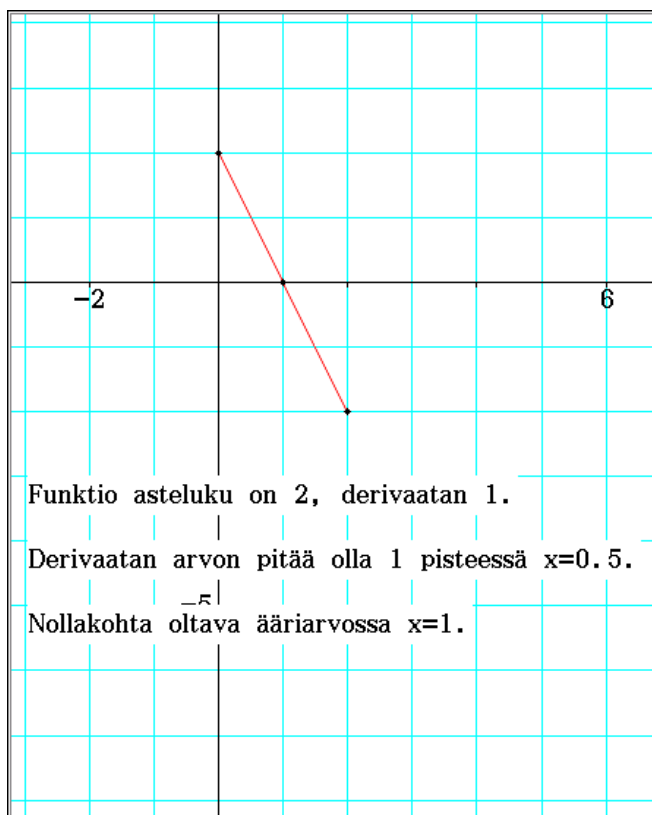
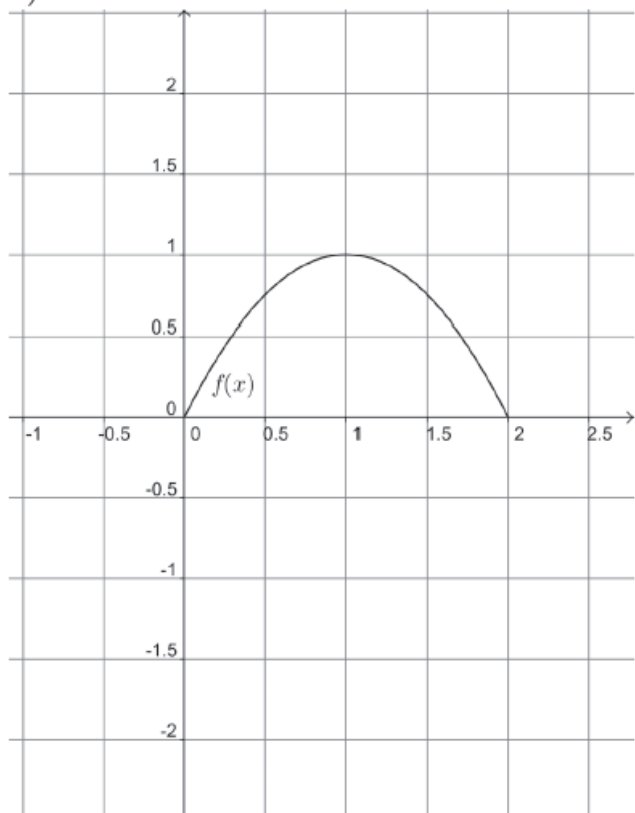
E) Juurten summa on  $-\frac{b}{a}$  eli  $-\frac{-3}{1}=3$ .

F) Kokonaisuutosta kuvaa kerroin  
 $1.1*0.9$  0.99  
 mikä vastaa 99% alkuperäisestä hinnasta.

Oikea rivi on siis A=3, B= 2, C=2, D=2, E=1, F=1.

4. Kuviossa a) on piiretty funktion  $f(x)$  kuvaaja ja kuviossa b) funktion  $g'(x)$  kuvaaja välillä  $[0, 2]$ . Hahmottele tyhjiin koordinaatistoihin a)-kohdassa funktion  $f'(x)$  ja b)-kohdassa funktion  $g(x)$  kuvaaja, kun lisäksi tiedetään, että  $g(0) = 0$ .

a)



5. Oheinen taulukko kuvaa kuluttajahintaindeksin kehitystä 2000-luvulla.
- a) Kuinka monta prosenttia kuluttajahinta on noussut kesäkuusta 2006 kesäkuuhun 2010?
- b) Petteri on vuokrannut asunnon syyskuussa 2011. Vuokrasopimuksen mukaan vuokranantajalla on oikeus korottaa vuokraa kerran vuodessa niin, että korotus vastaa kuluttajahintaindeksin muutosta. Vuokranantaja käyttää korotusoikeuttaan täysimääräisenä niin, että korotus tulee voimaan tammikuun alusta vuosina 2012, 2013 ja 2014. Kesäkuussa 2014 Petterin vuokra on 542 €/kk. Mikä oli vuokra vuokrasopimusta solmittaessa?

	tammi	helmi	maalis	huhti	touko	kesä	heinä	elo	syys	loka	marras	joulu
2014	119,0	119,3	119,6	119,8	119,5	119,5	119,4	119,6	120,2	120,0	119,8	119,6
2013	117,1	117,8	118,3	118,5	118,5	118,5	118,4	118,2	118,7	118,8	118,6	119,1
2012	115,2	115,9	116,3	116,7	116,7	116,8	116,6	116,8	117,3	117,4	117,0	117,2
2011	111,7	112,4	113,0	113,2	113,3	113,6	113,3	113,7	114,2	114,5	114,5	114,5
2010	108,3	108,7	109,2	109,5	109,4	109,7	109,1	109,6	110,0	110,5	110,7	111,3
2009	108,5	108,6	108,6	108,6	108,4	108,7	108,0	108,3	108,5	107,9	108,0	108,1
2008	106,2	106,7	107,6	107,8	108,4	108,8	108,6	109,1	109,6	109,6	109,1	108,7
2007	102,2	102,9	103,6	104,1	104,0	104,2	104,1	104,2	104,7	105,0	105,3	105,1
2006	99,9	100,7	101,0	101,5	101,6	101,7	101,5	101,9	102,0	102,3	102,3	102,4
2005	99,1	99,8	100,1	100,2	99,9	100,0	99,6	100,0	100,5	100,4	100,2	100,2

5) a) Verrataan indeksipisteitä

$$\frac{109.7}{101.7}$$

1.078662734

mikä vastaa n. 7,9% nousua.

b) Lasketaan, kuinka indeksi on muuttunut syyskuusta 2011 joulukuuhun 2013

$$\frac{119.1}{114.2}$$

1.04290718

Alkuperäiseksi vuokraksi saadaan noin

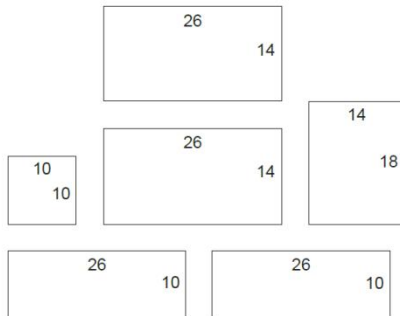
$$\frac{542}{1.0429}$$

519.7046697

eli noin 520 euroa/kk.

6. Peppi rakentaa oheisen kuvan mukaisista laudankappaleista linnunpöntön. Yksikkönä on senttimetri.

- a) Paljonko linnunpönttö painaa? Sisääntuloaukkoa ei tarvitse huomioida eikä käytettäviä nauvoja. Laudan tiheys on  $550 \text{ kg/m}^3$  ja paksuus  $2,0 \text{ cm}$ .
- b) Mikä on linnunpöntön sisätilavuus?



<www.bing.com>. Luettu 18.11.2015.



<www.bing.com>. Luettu 18.11.2015.

6) a)  $10 \text{ cm}$  leveää lautta on kaikkiaan  $26+26+10=62 \text{ cm}$  ja  $14 \text{ cm}$  leveää lautta  $26+26+18=70 \text{ cm}$ . Käytetyn laudan tilavuus kuutiometreinä on  $0.62*0.10*0.02+0.7*0.14*0.02$

$$\frac{2}{625}$$

ja paino kilogrammoissa

$$\frac{2}{625} * 550$$

$$1.76$$

Vastaus. Linnunpönttö painaa  $1,76 \text{ kg}$ .

b) Tilavuus on kuutiosenttimetreinä

$$10^2 * 24$$

$$2400$$

mikä on  $2,4 \text{ dm}^3$ .

7. Hajamielinen professori muistaa ystäviensä ovikoodista vain, että se koostuu neljästä erisuuresta parittomasta numerosta.
- Kuinka monta koodia hän joutuu huonoimmassa tapauksessa (enintään) kokeilemaan, jos hän käy systemaattisesti läpi kaikki vaihtoehdot?
  - Parin vuoden käyntien jälkeen professori huomaa koodissa seuraavan ominaisuuden: siinä ei ole numeroa 9 eikä peräkkäin "vierekkäisiä" parittomien numeroiden (1 ja 3, 3 ja 1, 3 ja 5, 5 ja 3, 5 ja 7, 7 ja 5, 7 ja 9 tai 9 ja 7) yhdistelmiä. Kuinka monta koodia pitää huonoimmassa tapauksessa kokeilla, kun otetaan huomioon myös nämä lisätiedot?

a) Parittomia numeroita ovat 1, 3, 5, 7 ja 9. Kertolaskusäännöllä 4 numeron koodeja on  $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 120$  kpl.

b) Nyt koodeja on  $4! = 24$  kpl:

1357, 1375, 1537, 1573, 1735, 1753,  
 3157, 3175, 3517, 3571, **3715**, 3751,  
 5137, **5173**, 5317, 5371, 5713, 5731,  
 7135, 7153, 7315, 7351, 7513, 7531

Näistä peräkkäisiä parittomia lukuja eivät sisällä 3715 ja 5173.

Katso lisää mielenkiintoisia teemaosioita

<http://www.casio-laskimet.fi/fi/opettajakoulu/opettajalle5/>

**TEEMANUMERO**

**MATEMATIIKKA JA URHEILU: KAKSI TOISIAAN LÄHELLÄ OLEVAA MAAILMAA**



Ajanotto, pituuskien mittaus, osumien laskenta - geometriaa – René Wiegand kuvailee matematiikkaa.

[Lue lisää](#)

**TEEMANUMERO**

**UNELMA LENTÄMISESTÄ**



Assa Ikaros rakensi itselleen siivet paperista kootujen siipien avulla lentokoneen, mutta...

**TEEMANUMERO**

**ASTRONOMIA: LASKENTAA TAIVAAN JA MAAN VÄLILLÄ**



Tähtikirkkaasta yöstä voit tuskin saada tarpeeksesi: syvä äärettömyys silmien edessä saa ihon kananlihalle. Tätä avaruuden kiehtovuutta voidaan käyttää hyvin myös matematiikan tunneilla.

[Lue lisää](#)



8. Alla on ote Wikipedian CRP:tä koskevasta tiedosta. Vastaa sen perusteella seuraaviin kysymyksiin.

- a) Potilaan CRP-pitoisuus oli 40 klo 12:00. Kuinka suuri pitoisuus voi enintään olla klo 18:00? (2 p.)
- b) Potilaan CRP-pitoisuus oli 100 maanantaina klo 12:00. Milloin se voi aikaisintaan laskea arvoon 10? (4 p.)

*CRP:n pitoisuus veressä nousee bakteeri-infektioiden, muiden tulehdustilojen ja kudonsvaurion yhteydessä nopeasti, jo muutaman tunnin kuluessa, ja pitoisuus voi kaksinkertaistua kahdeksan tunnin välein jopa 1000-kertaiseksi viitealueeseen verrattuna. Maksimitaso saavutetaan tyypillisesti noin 50 tunnissa. CRP nousee yleensä enemmän bakteerin aiheuttamissa tulehduksissa kuin virustulehduksissa, mutta kohonnut CRP ei ole minkään tietyn tulehdustilan merkki. Lievät tulehdukset ja virusinfektiot nostavat CRP:n tyypillisesti noin tasolle 10–50 mg/l, aktiiviset tulehdukset ja bakteeri-infektiot pitoisuuksiin 50–200 mg/l ja vakavat infektiot tai traumat tasolle >200 mg/l. CRP:n biologinen puoliintumisaika on 19 tuntia, joten tulehduksen rauhoituttua CRP-taso laskee nopeasti. CRP on siis herkkä, mutta epäspesifinen tulehdustilan indeksi.*

<fi.wikipedia.org>. Luettu 6.4.2015.

8) a) Koska CRP:n pitoisuus voi 2-kertaistua 8 tunnin välein, niin sitä vastaa matemaattinen malli  $f(t)=a*2^{t/8}$ , missä  $t$  on aika tunteina ja  $a$  alkuperäinen CRP:n pitoisuus. Klo 12:00–18:00 välisenä aikana  $t=6$  ja  $a=40$ , joten klo 18:00 CRP voi enintään olla

$$40*2^{6/8}$$

67.27171322

eli noin 67.

b) Koska puoliintumisaika on 19 tuntia, niin CRP-arvon väheneminen noudattaa matemaattista mallia  $g(t)=a*0.5^{t/19}$ , missä  $t$  on aika tunteina ja  $a$  alkuperäinen CRP:n pitoisuus. Ratkaistaan funktion avulla, milloin  $g(t)<10$ , kun  $a=100$ :

$$\text{solve}(100*0.5^{t/19}<10, t)$$

{t>63.1166338}

eli aikaa vaaditaan yli 63 tuntia, mikä on tunnin tarkkuudella 64 tuntia. 64 tunnin kuluttua mittauksesta on kulunut 2 vrk ja 16 tuntia. Tuolloin on torstaiaamu klo 04:00.

9. Suora  $L_1$  kulkee pisteiden  $(3, 0)$  ja  $(0, 5)$ , suora  $L_2$  pisteiden  $(6, 0)$  ja  $(0, 3)$ , ja suora  $L_3$  pisteiden  $(2, 0)$  ja  $(2, 2)$  kautta. Nämä kolme suoraa ja koordinaattiakselit rajoittavat monikulmion, jonka yksi kärki on  $(0, 0)$ . Etsi funktion  $f(x, y) = 2x - 4y + 10$  suurin ja pienin arvo tässä monikulmiossa.

9) Muodostetaan rajoittavien suorien  $L_1$  ja  $L_2$  yhtälöt:

$$y - 0 = \frac{5 - 0}{0 - 3} (x - 3)$$

$$y = \frac{-5 \cdot (x - 3)}{3}$$

$$y - 0 = \frac{3 - 0}{0 - 6} (x - 6)$$

$$y = \frac{-(x - 6)}{2}$$

Suoran  $L_3$  pisteiden  $x$ -koordinaatit ovat samat eli  $L_3$  on pystysuora  $x = 2$ .

Lasketaan suorien leikkauspisteet yhtälöparien avulla:

$$\begin{cases} y = \frac{-5 \cdot (x - 3)}{3} \\ y = \frac{-(x - 6)}{2} \end{cases} \quad x, y$$

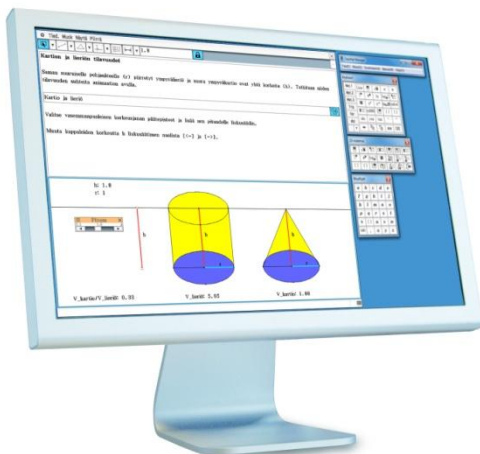
$$\left\{ x = \frac{12}{7}, y = \frac{15}{7} \right\}$$

$$\begin{cases} y = \frac{-5 \cdot (x - 3)}{3} \\ x = 2 \end{cases} \quad x, y$$

$$\left\{ x = 2, y = \frac{5}{3} \right\}$$

$$\begin{cases} y = \frac{-(x - 6)}{2} \\ x = 2 \end{cases} \quad x, y$$

$$\{ x = 2, y = 2 \}$$



Lataa ilmainen testiversio ClassPad II Managerista

[https://edu.casio.com/freetrial/fi/freetrial\\_list.php](https://edu.casio.com/freetrial/fi/freetrial_list.php)

Lisäksi aluetta rajaa suoran  $x=2$  ja  $x$ -akselin leikkauspiste  $(2, 0)$ , piste  $(0, 0)$  ja  $y$ -akselin piste  $(0, 3)$ . Lasketaan funktion lausekkeen arvot näissä pisteissä:

$$2x-4y+10 \mid \left\{ x=\frac{12}{7}, y=\frac{15}{7} \right\}$$

4.857142857

$$2x-4y+10 \mid \left\{ x=2, y=\frac{5}{3} \right\}$$

7.333333333

$$2x-4y+10 \mid \{x=2, y=2\}$$

6

$$2x-4y+10 \mid \{x=2, y=0\}$$

14

$$2x-4y+10 \mid \{x=0, y=0\}$$

10

$$2x-4y+10 \mid \{x=0, y=3\}$$

-2

Suurin arvo on siis 14 ja pienin -2.

## B2-osa

10. a) Annika sai 58 000 € perintönä. Kuinka monta euroa Annika maksaa perinnöstä veroa? Mikä on hänen perintöveroprosenttinsa?
- b) Piirrä kuvaaja, josta käy ilmi perintöveron suuruus prosentteina perinnön arvon funktiona, kun perinnön suuruus on välillä 0 € ja 60 000 €.

Verotettavan osuuden arvo, €	Veron vakioerä osuuden alarajan kohdalla, €	Vero alarajan ylimenevästä osasta, %
20 000–40 000	100	8
40 000–60 000	1 700	11
60 000–200 000	3 900	14
200 000–1 000 000	23 500	17
1 000 000–	159 500	20

(Perintö- ja lahjaverolaki, 378/1940, § 14)

10) a) Lasketaan veron määrä ja sen osuus perinnön suuruudesta

$$1700 + 0.11(58000 - 40000)$$

3680

$$3680 / 58000$$

0.06344827586

eli veroprosentti oli n. 6,3%.

b) Hahmotellaan funktion kuvaaja laskemalla veron suuruuksia tarvittavien 5000 euron välein. 0–19999 euroa on verovapaata, joten veroprosentti on 0% ja vasta 20000 eurosta alkaen maksetaan veroa.

$$100 / 20000$$

5E-3

$$(100 + 0.08(25000 - 20000)) / 25000$$

0.02

$$(100 + 0.08(30000 - 20000)) / 30000$$

0.03

$$(100 + 0.08(35000 - 20000)) / 35000$$

0.03714285714

$$1700 / 40000$$

0.0425

$$(1700 + 0.11(45000 - 40000)) / 45000$$

0.05

$$(1700 + 0.11(50000 - 40000)) / 50000$$

0.056

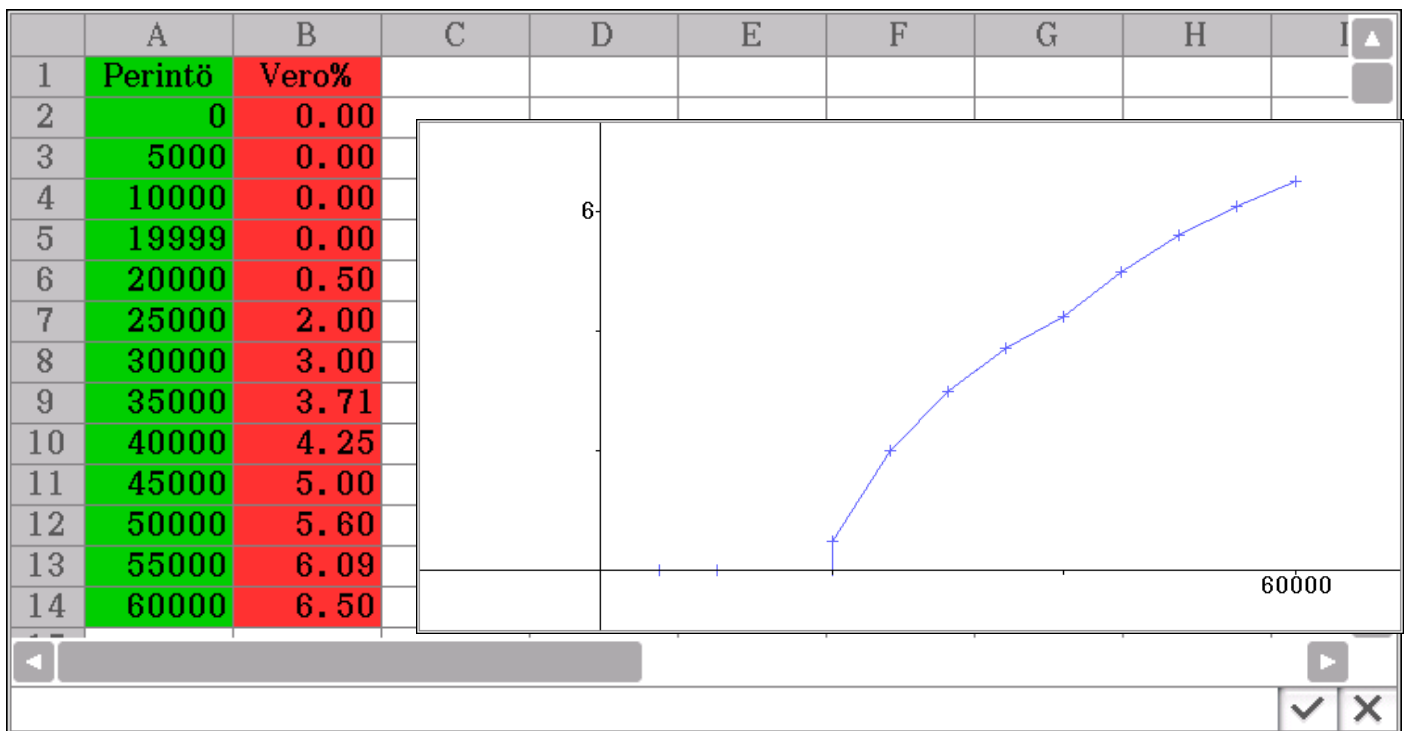
$$(1700 + 0.11(55000 - 40000)) / 55000$$

0.06090909091

$$3900 / 60000$$

0.065

Taulukkolaskentasovelluksessa voidaan piirtää aineiston kuvaaja:



11. a) Määritellään funktio  $f(x) = \cos(x) + 1$ . Määritä funktion suurin ja pienin arvo.  
 b) Määritellään funktio  $g(x) = A \sin(x) + B$ , missä  $A, B > 0$  ovat vakioita. Mitä kaikkia arvoja tämä funktio voi saada?

11) a) Ratkaistaan funktion suurin ja pienin arvo laskimella

fMin(cos(x)+1, x, -∞, ∞)

{MinValue=0, x=2·π·constn(1)+π}

fMax(cos(x)+1, x, -∞, ∞)

{MaxValue=2, x=2·π·constn(1)}

tai päätellään siitä, että kosini on rajoitettu välille  $-1 \leq \cos(x) \leq 1$ . Vakion 1 lisääminen siirtää molempia rajoja yhden suuremmaksi ja arvojoukoksi tulee  $0 \leq \cos(x) + 1 \leq 2$ . Suurin arvo on siis 2 ja pienin 0.

b) A vaikuttaa sinifunktion amplitudiin. Koska  $-1 \leq \sin(x) \leq 1$ , niin kertomalla vekiolla A saadaan arvojoukoksi  $-A \leq A \sin(x) \leq A$ .

Koska positiivinen vakio B siirtää kasvaessaan arvojoukkoa suuremmaksi, niin lisäämällä B kaksoisepäyhtälöön saadaan  $-A + B \leq A \sin(x) + B \leq A + B$ .

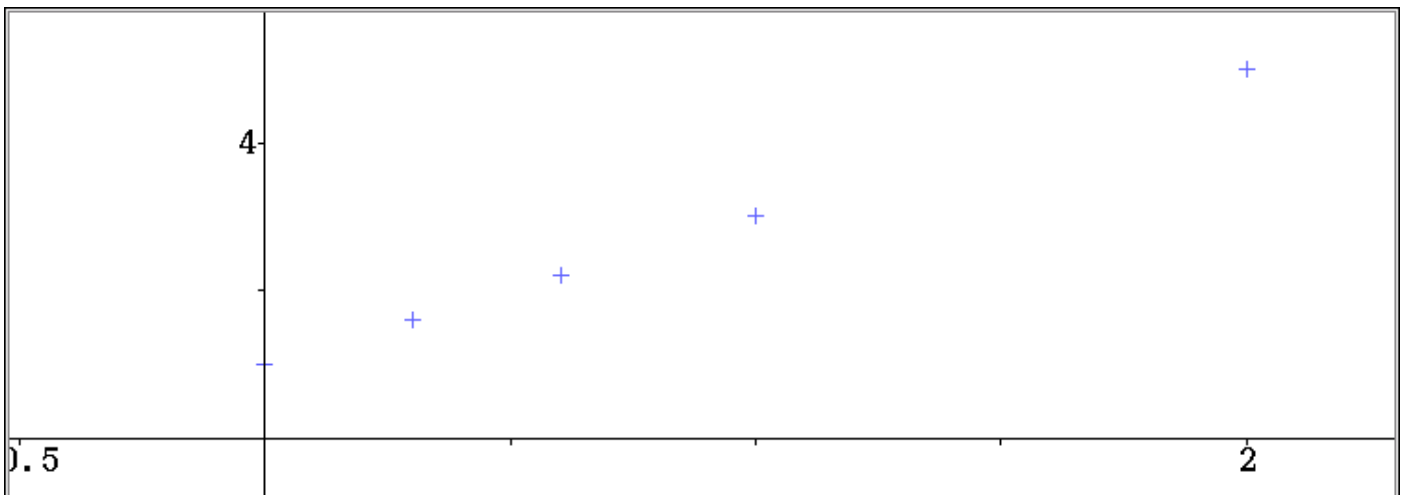
12. Vieraalla planeetalla putoavan kappaleen kulkema matka  $s$  on suoraan verrannollinen kuluneen ajan  $t$  toiseen potenssiin kaavan  $s = 10t^2$  mukaisesti.

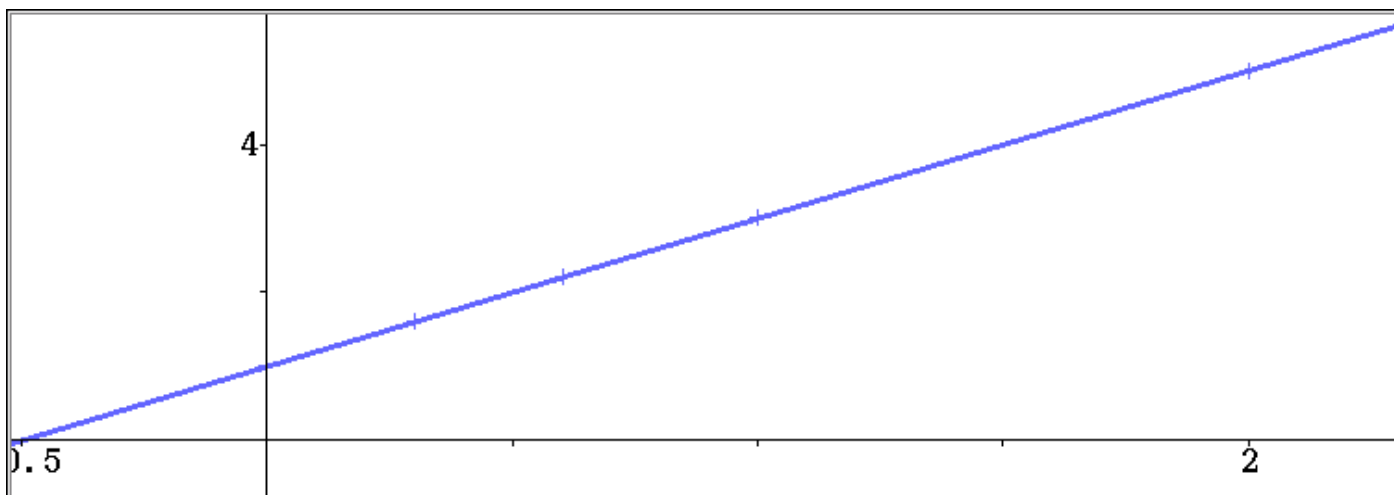
- a) Kopioi oheinen taulukko vastauspaperiisi ja täydennä tyhjät kohdat. (2 p.)  
 b) Merkitse koordinaatistoon a-kohdan taulukosta pisteet, joiden koordinaatit ovat  $(\lg t, \lg s)$ . Mitä havaitset? Selitä. (4 p.)

$t$	$\lg t$	$\lg s$
1	0	1
2		
4		
10		
100		

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	$t$	$\lg(t)$	$\lg(s)$	$s=10t^2$					
2	1	0	1	10					
3	2	0.30103	1.60206	40					
4	4	0.60206	2.20412	160					
5	10	1	3	1000					
6	100	2	5	100000					
7									
8									
9									

=log(10, A2) ✓ ✕





Lineaarinen regr

$y=a \cdot x+b$

$a = 2$

$b = 1$

$r = 1$

$r^2 = 1$

Lähtö>>  Linkki Sulje

Havaitaan, että koordinaatit  $(\lg(t), \lg(s))$  muodostavat suoran. Tämä perustuu logaritmin laskusääntöihin, joiden mukaan tulosta otetun logaritmin voi hajottaa kahden logaritmin summaksi ja numeruksessa olevan eksponentin voi siirtää logaritmin kertoimeksi eli  $\lg(s) = \lg(10t^2) = \lg(10) + \lg(t^2) = 1 + 2\lg(t)$ .

Nyt siis koordinaatti  $\lg(s)$  saadaan toisesta koordinaatista  $\lg(t)$  kertomalla se kahdella ja lisäämällä luku 1. Kyseessä on siis suora, jonka kulmakerroin on 2 ja pystyakselin leikkauspiste  $(0, 1)$ .

13. Uuteen 20-kerroksiseen tornitaloon asennettiin kolme hissiä. Todennäköisyys, että hissi tilataan johonkin kerroksista 2–20, on 0,025 kullekin. Todennäköisyys, että hissi tilataan kerrokseen 1, on 0,4 ja kellarikerroksessa sijaitsevaan parkkihalliin 0,125. Ruuhkattomina aikoina hissit palaavat seuraavanlaisille odotuspaikoilleen: yksi hissi on kerroksessa 1, yksi hissi on kerroksessa 8 ja yksi hissi on kerroksessa 16. Näistä hissiin haluava voi astua siihen suoraan. Jos tilaa hissin muualta, odotteluun kuluu 10 sekuntia ja lisäksi 5 sekuntia jokaista kerrosta kohden, jonka hissi joutuu kulkemaan. Kuinka suurella todennäköisyydellä tilattua hissiä joutuu odottamaan ruuhkattomana aikana yli 22 sekuntia?

13) Listataan kerrokset hissien odotusaikojen mukaan:

Kerrosten 1, 8, 16 odotusaika on 0 sekuntia, koska hissit ovat niissä valmiina.

Näistä kerroksista yksi ylös- tai alaspäin odotusaika on 10+5 sekuntia. Tällaisia kerroksia ovat K, 2, 7, 9, 15 ja 17.

Edellisistä yksi kerros ylös- tai alaspäin lisää odotusaikaa 20 sekuntiin kerroksien 3, 6, 10, 14 ja 18 odottajille.

Edelleen, yksi kerros lisää jompaankumpaan suuntaan lisää odotusajan 25 sekuntiin kerroksissa 4, 5, 11, 13 ja 19.

Samalla logiikalla viimeiset listaamattomat kerrokset 12 ja 20 saavat odotusajan 30 sekuntia.

Yli 22 sekuntia joudutaan siis odottamaan kerroksissa 4, 5, 11, 12, 13, 19 ja 20. Mikäli kerros valitaan ruuhkattomana aikana sattumalta, niin todennäköisyys yli 22 sekuntia kestäväälle hissien odotukselle on

$7 \cdot 0,025$

$\frac{7}{40}$