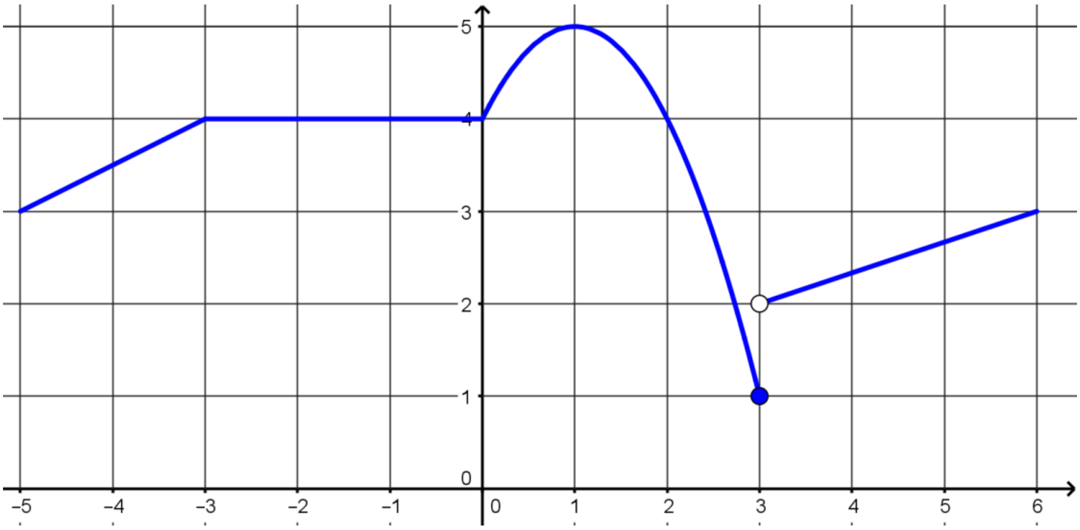
MAA6 (Derivaatta) **Nimi:**___________________________
Kurssikoe

A-OSA

Tee A-osan kaikki tehtävät ja vastaa tälle tehtäväpaperille. **Laskimen käyttö on kielletty.**
Kun palautat tämän A-osan, saat opettajalta kokeen B-osan. A-osan tekemiseen on aikaa 1 h.

1. Kuvassa on erään funktion $f(x)$ kuvaaja välillä $[-5, 6]$. Vastaa kuvaajan perusteella kysymyksiin.



a) Mitä on $f(-4)$?

b) Mitä on $f\,'(-4)$?

c) Millä *x*:n arvoilla funktion derivaatta on nolla?

d) Mitä on $\lim_{x \to 3+} f(x)$?

e) Perustele jatkuvuuden määritelmällä, onko funktio jatkuva kohdassa $x = 0$.

f) Mitä on funktion derivaatta kohdassa $x = 2$?

2. Olkoon funktio $f(x) = \dfrac{2x^2 - 8}{x^2 - 1}$.

a) Mikä on funktion f määrittelyjoukko?

b) Määritä funktion f nollakohdat.

c) Määritä funktion f derivaattafunktio.

d) Määritä funktion f derivaattafunktion nollakohdat.

e) Laadi funktion f kulkukaavio.

f) Määritä funktion ääriarvot.

MAA6 (Derivaatta)
Kurssikoe **B-OSA**

<u>Tee 4 tehtävää!</u>

Vastaa omalle konseptipaperille. B-osassa saat käyttää laskinta. Jokainen tehtävä on 6 pisteen arvoinen.

1. Määritä paraabelin $f(x) = -2x^2 - x + 5$ huipun koordinaatit sekä kohtaan $x = 1$ piirretyn tangentin yhtälö.

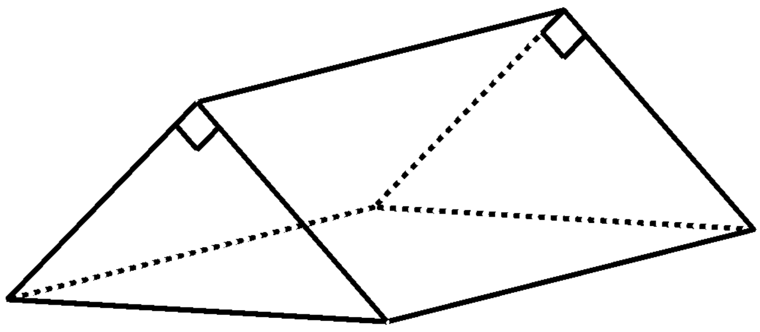
2. Olkoon funktio $f(x) = -\frac{3}{4}x^4 + x^3 + 3x^2 - 3$.

a) Määritä funktion maksimiarvot.

b) Määritä funktion suurin arvo.

c) Määritä funktion suurin arvo välillä $[-2, 0]$.

3. Sadekatokselle tehdään teräsputkesta kuvan mukainen kehikko, jonka päädyt ovat samanlaisia tasakylkisiä suorakulmaisia kolmioita. Sadekatoksen tilavuuden on oltava 250 m^3. Kehikkoon tarvitaan kolmenmittaisia putkia. Suunnittele, kuinka pitkiä putkia on valmistettava, jotta putkea yhteensä tarvittaisiin mahdollisimman vähän halutunlaisen kehikon rakentamiseen. Anna vastaukset senttimetrin tarkkuudella.



4. Sanotaan, että funktio on tietyllä välillä *konveksi*, jos sen derivaatta on kasvava tällä kyseisellä välillä. Osoita, että funktio $f(x) = \frac{2}{x^2}$ on konveksi, kun $x \neq 0$.

KÄÄNNÄ →

5. Koordinaatiston ensimmäisessä neljänneksessä on suorakulmainen kolmio, jonka yksi kärki on origossa, kanta positiivisella x-akselilla ja huippu käyrällä $f(x) = -x^3 + x^2 + 2$.

a) Muodosta GeoGebralla kuvan mukainen konstruktio tilanteesta, jossa voit muuttaa kolmion kannan leveyttä kärkipisteestä, jossa on suorakulma. **(2 p.)**

b) Laske, mikä on pinta-alaltaan suurimman tällaisen kolmion ala. Anna vastaus kolmen desimaalin tarkkuudella. **(4 p.)**