

1.1 Klassinen todennäköisyys

Käsitteistöä

Tapahtuma: Todennäköisyyslaskennassa tapahtuma on väite, joka toteutuu tai ei toteudu. Tällaisia väitteitä voisi olla esim. "nopan silmäluku on vähintään neljä" tai "nostettu kortti on punainen". Luonnolliselta tuntuva "heitetään noppaa" ei ole tapahtuma, koska se ei sisällä väitettä, jonka toteutumista voitaisiin tutkia.

Tapahtumaa merkitään tavallisesti isolla kirjaimella. Esim.

A = "nopan silmäluku on vähintään neljä"

B = "nopan silmäluku on parillinen"

Tapahtuman A todennäköisyys merkitään $p(A)$. Todennäköisyys voidaan ilmoittaa murtoluku-, desimaali- tai prosenttimuodossa. Esim. $P(A) = \frac{1}{2} = 0,5 = 50\%$.

Tapahtuman todennäköisyys on aina jokin luku 0 ja 1 väliltä. $0 \leq P(A) \leq 1$.

Varma tapahtuma: Tapahtumaa, jonka todennäköisyys on 1, kutsutaan varmaksi tapahtumaksi. Varmaa tapahtumaa voidaan merkitä symbolilla E.

Mahdoton tapahtuma: Tapahtumaa, jonka todennäköisyys on 0, kutsutaan mahdottomaksi tapahtumaksi. Mahdotonta tapahtumaa voidaan merkitä symbolilla 0.

Klassisen todennäköisyyden perusidea on, että on olemassa joukko keskenään yhtä todennäköisiä alkeistapahtumia. Nopanheitossa alkeistapahtumia ovat silmäluvut {1, 2, 3, 4, 5, 6}. Tapahtuman A todennäköisyys saadaan suotuisten alkeistapahtumien suhteellisena osuutena kaikista alkeistapahtumista.

$$P(A) = \frac{\text{"alkeistapahtumien lukumäärä, jotka toteuttavat ehdon A"}}{\text{"kaikkien alkeistapahtumien lukumäärä"}}$$

Tai lyhyemmin

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$$

Omegalla Ω merkitään siis kaikkien mahdollisten tapahtumien joukkoa.

Esim 1.

- a) Mikä on todennäköisyys, että nopanheitossa saadaan silmäluku 2?
- b) Mikä on todennäköisyys, että nopanheitossa saadaan parillinen silmäluku.

Ratkaisu:

a)

$$A = \{2\}$$

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{6}$$

b)

$$B = \{2, 4, 6\}$$

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$P(B) = \frac{3}{6}$$

Esim 2

Maljassa on neljä punaista palloa, kaksi vihreää palloa ja yksi keltainen pallo. Maljasta nostetaan yksi pallo sattumanvaraisesti. Mikä on todennäköisyys sille, että pallo on

- a) punainen
- b) vihreä
- c) punainen tai vihreä
- d) jokin muu kuin punainen
- e) punainen, vihreä tai keltainen?

Ratkaisu:

Jokainen pallo voidaan nostaa yhtä todennäköisesti maljasta. Alkeistapahtumien lukumäärä on siten 7. Tehtävänä onkin selvittää, kuinka moni pallo täyttää vaaditut ehdot.

a) $\frac{4}{7}$

b) $\frac{2}{7}$

c) $\frac{6}{7}$

d) $\frac{3}{7}$

e) $\frac{7}{7} = \mathbf{1}$