6.1

a)

$x^6 \cdot x^7$ Samankantaisten potenssien tulo: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$.

$= x^{6+7}$

$= x^{13}$

b)

$\dfrac{x^{12}}{x^5}$ Samankantaisten potenssien osamäärä: $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

.

$= x^{12-5}$

$= x^7$

c)

$(2x)^4$ Tulon potenssi: $(ab)^n = a^n b^n$.

$= 2^4 \cdot x^4$

$= 16x^4$

d)

$\left(\dfrac{x}{9}\right)^2$ Osamäärän potenssi: $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$.

$= \dfrac{x^2}{9^2}$

$= \dfrac{x^2}{81}$

e)

$(x^4)^7$ Potenssin potenssi: $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$.

$= x^{4 \cdot 7}$

$= x^{28}$

Vastaus

a) x^{13} **b)** x^7 **c)** $16x^4$ **d)** $\dfrac{x^2}{81}$ **e)** x^{28}

6.2

a)

$$\left(\frac{3}{10}\right)^2$$

$$=\frac{3^2}{10^2}$$

$$=\frac{9}{100}$$

b)

$$\left(-\frac{2}{5}\right)^3$$

$$=\frac{(-2)^3}{5^3}$$

$$=\frac{-8}{125}$$

$$=-\frac{8}{125}$$

c)

$$\left(\frac{5}{3}\right)^3$$

$$=\frac{5^3}{3^3}$$

$$=\frac{125}{27}$$

Vastaus

a) $\frac{9}{100}$ **b)** $-\frac{8}{125}$ **c)** $\frac{125}{27}$

6.3

a)

$$x^4x^7$$

$$= x^{4+7}$$

$$= x^{11}$$

b)

$$\left(-x^3\right)^2$$

$$= \left(x^3\right)^2$$

$$= x^{3\cdot 2}$$

$$= x^6$$

c)

$$\frac{x^7}{y^4}$$

Potenssit eivät ole samankantaisia, joten ei voi sieventää.

Vastaus

a) x^{11} **b)** x^6 **c)** ei sievene

6.4

a)

$6x^5xx^8$ $x = x^1$

$= 6x^5x^1x^8$ Samankantaisten potenssien tulo: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$.

$= 6x^{5+1+8}$

$= 6x^{14}$

b)

$\left(8x^4\right)^2 \cdot x^9$ Tulon potenssi: $\left(ab\right)^n = a^nb^n$.

$= 8^2 \cdot \left(x^4\right)^2 \cdot x^9$ Potenssin potenssi: $\left(a^m\right)^n = a^{m \cdot n}$.

$= 8^2 \cdot x^{4 \cdot 2} \cdot x^9$ Samankantaisten potenssien tulo: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$.

$= 64 \cdot x^8 \cdot x^9$

$= 64 \cdot x^{8+9}$

$= 64x^{17}$

c)

$\dfrac{36x^8x^2}{4x^3x^6}$ Sievennetään osoittajasta ja nimittäjästä samankantaisten potenssien tulot: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$.

$= \dfrac{36x^{8+2}}{4x^{3+6}}$ Jaetaan kertoimet keskenään ja muuttujaosat keskenään.

$= \dfrac{36x^{10}}{4x^9}$

$= \dfrac{36}{4} \cdot \dfrac{x^{10}}{x^9}$ Samankantaisten potenssien osamäärä: $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

.

$= 9 \cdot x^{10-9}$

$= 9x^1$

$= 9x$

Vastaus

a) $6x^{14}$ **b)** $64x^{17}$ **c)** $9x$

6.5

a)

$$\frac{\left(2x^5\right)^4}{2x^6}$$

$$=\frac{2^4\cdot\left(x^5\right)^4}{2x^6}$$

$$=\frac{2^4\cdot x^{5\cdot 4}}{2x^6}$$

$$=\frac{16x^{20}}{2x^6}$$

$$=\frac{16}{2}\cdot\frac{x^{20}}{x^6}$$

$$=8\cdot x^{20-6}$$

$$=8x^{14}$$

b)

$$\frac{18x^6x^3}{x\cdot 6x^5}$$

$$=\frac{18x^{6+3}}{6x^{1+5}}$$

$$=\frac{18x^9}{6x^6}$$

$$=\frac{18}{6}\cdot\frac{x^9}{x^6}$$

$$=3\cdot x^{9-6}$$

$$=3x^3$$

Vastaus

a) $8x^{14}$ **b)** $3x^3$

6.6

a) Luvuilla 36 ja 12 on sama eksponentti. Käytetään osamäärän potenssin laskusääntöä käänteiseen suuntaan.

$$\frac{36^4}{12^4}$$

$$\frac{a^n}{b^n}=\left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$=\left(\frac{36}{12}\right)^4$$

Sievennetään kantaluku: $\frac{36}{12}=3$.

$$=3^4$$

$$=81$$

b) Potensseille pyritään saamaan sama eksponentti, jotta voidaan käyttä tulon potenssin laskusääntöä.
Kirjoitetaan luku 5^{602} sellaisessa potenssimuodossa, jossa eksponenttina esiintyy luku 600. Käytetään samankantaisten potenssien tulon laskusääntöä käänteiseen suuntaan.

$$5^{602}=5^{600+2}$$

$a^{m+n}=a^m\cdot a^n$.

$$=5^{600}\cdot 5^2$$

Sijoitetaan tämä alkuperäiseen lausekkeeseen. Käytetään tulon potenssin laskusääntöä käänteiseen suuntaan.

$$0,2^{600}\cdot 5^{602}$$

Sijoitetaan $5^{602}=5^{600}\cdot 5^2$.

$$=0,2^{600}\cdot 6^{600}\cdot 5^2$$

$a^n b^n=(ab)^n$.

$$=(0,2\cdot 5)^{600}\cdot 5^2$$

Sievennetään kantaluku: $0,2\cdot 5=1$.

$$=1^{600}\cdot 5^2$$

$$=1\cdot 25$$

$$=25$$

Vastaus

a)81 **b)** 25

6.7

a)

$$\frac{25^3 \cdot 4^3}{50^3}$$

$$= \frac{(25 \cdot 4)^3}{50^3}$$

$$= \frac{100^3}{50^3}$$

$$= \left(\frac{100}{50}\right)^3$$

$$= 2^3$$

$$= 8$$

b)

$$5^5 \cdot 2^5 \cdot 10$$

$$= (5 \cdot 2)^5 \cdot 10$$

$$= 10^5 \cdot 10$$

$$= 10^{5+1}$$

$$= 10^6$$

$$= 1000000$$

Vastaus

a) 8 **b)** 1 000 000

6.8

a)

$$\left(\frac{3}{4}\right)^2$$

$$=\frac{3^2}{4^2}$$

$$=\frac{9}{16}$$

b)

$$\left(-2\frac{1}{2}\right)^2$$

$$=\left(-\frac{5}{2}\right)^2$$

$$=\frac{(-5)^2}{2^2}$$

$$=\frac{25}{4}$$

c)

$$\left(\frac{1}{4}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$=\frac{1^2}{4^2}+\frac{1^2}{2^2}$$

$$=\frac{1}{16}+{}^{4)}\frac{1}{4}$$

$$=\frac{1}{16}+\frac{4}{16}$$

$$=\frac{1+4}{16}$$

$$=\frac{5}{16}$$

Vastaus

a) $\frac{9}{16}$ **b)** $\frac{25}{4}$ **c)** $\frac{5}{16}$

6.9

a)

$$\left(3a\right)^2-2a^2$$
$$=3^2\cdot a^2-2a^2$$
$$=9a^2-2a^2$$
$$=7a^2$$

b)

$$\frac{\left(-4a^3\right)^2-10a^6}{-2a}$$
$$=\frac{\left(-4\right)^2\cdot\left(a^3\right)^2-10a^6}{-2a}$$
$$=\frac{16\cdot a^{3\cdot 2}-10a^6}{-2a}$$
$$=\frac{16a^6-10a^6}{-2a}$$
$$=\frac{6a^6}{-2a}$$
$$=\frac{6}{-2}\cdot\frac{a^6}{a}$$
$$=-3\cdot a^{6-1}$$
$$=-3a^5$$

Vastaus

a) $7a^2$ **b)** $-3a^5$

6.10

a)

$$5^2 \cdot 5 \cdot 5^6$$
$$= 5^{2+1+6}$$
$$= 5^9$$

b)

$$\frac{5^8 \cdot \left(5^2\right)^6}{5^7}$$
$$= \frac{5^8 \cdot 5^{2\cdot 6}}{5^7}$$
$$= \frac{5^8 \cdot 5^{12}}{5^7}$$
$$= \frac{5^{8+12}}{5^7}$$
$$= \frac{5^{20}}{5^7}$$
$$= 5^{20-7}$$
$$= 5^{13}$$

Vastaus

a) 5^9 **b)** 5^{13}

6.11

a)

$$8a^3 \cdot 3a^7$$
$$= 8 \cdot 3 \cdot a^{3+7}$$
$$= 24a^{10}$$

b)

$$(-2b)^5$$
$$= (-2)^5 \cdot b^5$$
$$= -32b^5$$

c)

$$\left(\frac{-7c^4 \cdot c^2}{c^5}\right)^2$$
$$= \left(\frac{-7c^{4+2}}{c^5}\right)^2$$
$$= \left(\frac{-7c^6}{c^5}\right)^2$$
$$= \left(-7c^{6-5}\right)^2$$
$$= \left(-7c^1\right)^2$$
$$= (-7)^2 \cdot \left(c^1\right)^2$$
$$= 49c^2$$

Vastaus

a) $24a^{10}$ **b)** $-32b^5$ **c)** $49c^2$

6.12

a)

$$\left(3a^5\right)^2\cdot\left(-2a^8\right)^3$$
$$=3^2\cdot\left(a^5\right)^2\cdot(-2)^3\cdot\left(a^8\right)^3$$
$$=3^2\cdot a^{5\cdot 2}\cdot(-2)^3\cdot a^{8\cdot 3}$$
$$=9\cdot a^{10}\cdot(-8)\cdot a^{24}$$
$$=9\cdot(-8)\cdot a^{10+24}$$
$$=-72a^{34}$$

b)

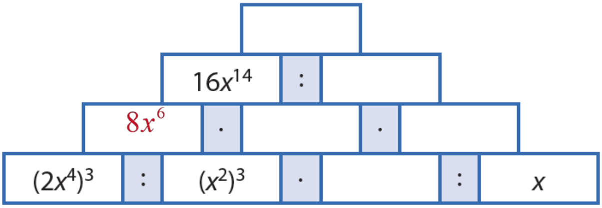
$$(6xy)^2\cdot 2x^5y$$
$$=6^2\cdot x^2\cdot y^2\cdot 2\cdot x^5\cdot y$$
$$=36\cdot 2\cdot x^{2+5}\cdot y^{2+1}$$
$$=72x^7y^3$$

Vastaus

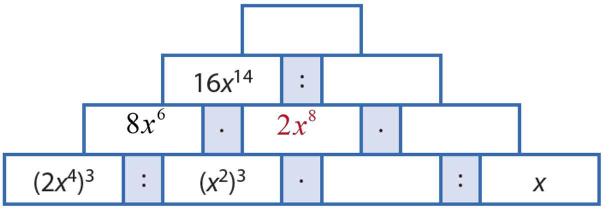
a) $-72a^{34}$ **b)** $72x^7y^3$

6.13

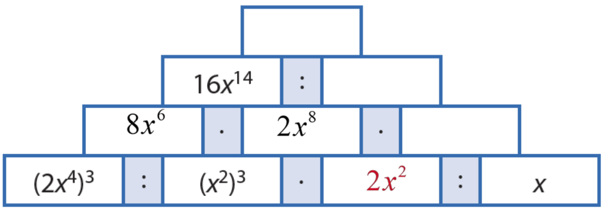
$$\left(2x^4\right)^3 : \left(x^2\right)^3$$
$$= \frac{2^3 \cdot \left(x^4\right)^3}{\left(x^2\right)^3}$$
$$= \frac{8x^{4\cdot 3}}{x^{2\cdot 3}}$$
$$= \frac{8x^{12}}{x^6}$$
$$= 8x^{12-6}$$
$$= 8x^6$$



$$\frac{16x^{14}}{8x^6}$$
$$= \frac{16}{8} \cdot \frac{x^{14}}{x^6}$$
$$= 2x^{14-6}$$
$$= 2x^8$$



$$\frac{2x^8}{\left(x^2\right)^3}$$
$$= \frac{2x^8}{x^{2\cdot 3}}$$
$$= \frac{2x^8}{x^6}$$
$$= 2x^{8-6}$$
$$= 2x^2$$



$$2x^2 : x$$
$$= 2x^{2-1}$$
$$= 2x^1$$
$$= 2x$$

$$\boxed{}$$
$$\boxed{16x^{14}} : \boxed{}$$
$$\boxed{8x^6} \cdot \boxed{2x^8} \cdot \boxed{2x}$$
$$\boxed{(2x^4)^3} : \boxed{(x^2)^3} \cdot \boxed{2x^2} : \boxed{x}$$

$$2x^8 \cdot 2x$$
$$= 2 \cdot 2 \cdot x^{8+1}$$
$$= 4x^9$$

$$\boxed{}$$
$$\boxed{16x^{14}} : \boxed{4x^9}$$
$$\boxed{8x^6} \cdot \boxed{2x^8} \cdot \boxed{2x}$$
$$\boxed{(2x^4)^3} : \boxed{(x^2)^3} \cdot \boxed{2x^2} : \boxed{x}$$

$$\frac{16x^{14}}{4x^9}$$
$$= \frac{16}{4} \cdot \frac{x^{14}}{x^9}$$
$$= 4x^{14-9}$$
$$= 4x^5$$

$$\boxed{4x^5}$$
$$\boxed{16x^{14}} : \boxed{4x^9}$$
$$\boxed{8x^6} \cdot \boxed{2x^8} \cdot \boxed{2x}$$
$$\boxed{(2x^4)^3} : \boxed{(x^2)^3} \cdot \boxed{2x^2} : \boxed{x}$$

Vastaus

$$\boxed{4x^5}$$
$$\boxed{16x^{14}} : \boxed{4x^9}$$
$$\boxed{8x^6} \cdot \boxed{2x^8} \cdot \boxed{2x}$$
$$\boxed{8x^{12}} : \boxed{x^6} \cdot \boxed{2x^2} : \boxed{x}$$

6.14

a)

$$x^2x\left(x^3\right)^6$$
$$= x^2xx^{3\cdot 6}$$
$$= x^2x^1x^{18}$$
$$= x^{2+1+18}$$
$$= x^{21}$$

Potenssin potenssi: $\left(a^m\right)^n = a^{m\cdot n}$.

$x = x^1$

Samankantaisten potenssien tulo: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$.

b)

$$\left(2x^4\right)^3 \cdot \left(3x^2 \cdot x\right)^2$$
$$= 2^3 \cdot \left(x^4\right)^3 \cdot 3^2 \cdot \left(x^2\right)^2 \cdot x^2$$
$$= 2^3 \cdot x^{4\cdot 3} \cdot 3^2 \cdot x^{2\cdot 2} \cdot x^2$$
$$= 8 \cdot x^{12} \cdot 9 \cdot x^4 \cdot x^2$$
$$= 72 \cdot x^{12+4+2}$$
$$= 72x^{18}$$

Tulon potenssi: $\left(ab\right)^n = a^nb^n$.

Potenssin potenssi: $\left(a^m\right)^n = a^{m\cdot n}$.

Samankantaisten potenssien tulo: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$.

c)

$$\frac{\left(5x^4\right)^2\cdot 8x^7}{x\cdot\left(10x^5\right)^2}$$

Sievennetään osoittajasta ja nimittäjästä tulon potenssit: $\left(ab\right)^n=a^nb^n$.

$$=\frac{5^2\cdot\left(x^4\right)^2\cdot 8x^7}{x\cdot 10^2\cdot\left(x^5\right)^2}$$

Potenssin potenssi: $\left(a^m\right)^n=a^{m\cdot n}$.

$$=\frac{25\cdot x^{4\cdot 2}\cdot 8x^7}{x\cdot 100\cdot x^{5\cdot 2}}$$

Samankantaisten potenssien tulo: $a^m\cdot a^n=a^{m+n}$.

$$=\frac{25x^8\cdot 8x^7}{100x\cdot x^{10}}$$

$$=\frac{25\cdot 8x^{8+7}}{100x^{1+10}}$$

Jaetaan kertoimet keskenään ja muuttujaosat keskenään.

$$=\frac{200x^{15}}{100x^{11}}$$

Samankantaisten potenssien osamäärä: $\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$

.

$$=\frac{200}{100}\cdot\frac{x^{15}}{x^{11}}$$

$$=2x^{15-11}$$

$$=2x^4$$

Vastaus

a) x^{21} **b)** $72x^{18}$ **c)** $2x^4$

6.15

a)

$$5xy\left(2x^5y\right)^3$$
$$=5xy\cdot 2^3\cdot\left(x^5\right)^3\cdot y^3$$
$$=5xy\cdot 8\cdot x^{5\cdot 3}\cdot y^3$$
$$=5xy\cdot 8x^{15}y^3$$
$$=5\cdot 8\cdot x^{1+15}\cdot y^{1+3}$$
$$=40x^{16}y^4$$

b)

$$\frac{\left(-x^3y\right)^7}{x^2\cdot\left(y^3\right)^2}$$
$$=\frac{\left(-1\right)^7\cdot\left(x^3\right)^7\cdot y^7}{x^2\cdot\left(y^3\right)^2}$$
$$=\frac{-1\cdot x^{3\cdot 7}y^7}{x^2y^{3\cdot 2}}$$
$$=\frac{-x^{21}y^7}{x^2y^6}$$
$$=-x^{21-2}y^{7-6}$$
$$=-x^{19}y^1$$
$$=-x^{19}y$$

Vastaus

a) $40x^{16}y^4$ **b)** $-x^{19}y$

6.16

a) Osoittajassa luvuilla 4 ja 15 on sama eksponentti. Käytetään tulon potenssin laskusääntöä käänteiseen suuntaan.

$$\frac{4^4 \cdot 15^4}{20^4}$$

$$a^n b^n = (ab)^n$$

$$= \frac{(4 \cdot 15)^4}{20^4}$$

Sievennetään kantaluku: $4 \cdot 15 = 60$.

$$= \frac{60^4}{20^4}$$

Luvuilla 60 ja 20 on sama eksponentti. Käytetään osamäärän potenssin laskusääntöä käänteiseen suuntaan.

$$\frac{60^4}{20^4}$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$= \left(\frac{60}{20}\right)^4$$

Sievennetään kantaluku: $\frac{60}{20} = 3$.

$$= 3^4$$

$$= 81$$

b) Potensseille pyritään saamaan sama eksponentti, jotta voidaan käyttä tulon potenssin laskusääntöä.
Kirjoitetaan luku 5^{345} sellaisessa potenssimuodossa, jossa eksponenttina esiintyy luku 343. Käytetään samankantaisten potenssien tulon laskusääntöä käänteiseen suuntaan.

$$\begin{aligned} 5^{345} &= 5^{343+2} \\ &= 5^{343} \cdot 5^2 \end{aligned}$$

$a^{m+n} = a^m \cdot a^n$.

Sijoitetaan tämä alkuperäiseen lausekkeeseen. Käytetään tulon potenssin laskusääntöä käänteiseen suuntaan.

$$\begin{aligned} &2^{343} \cdot 5^{345} \cdot 0{,}1^{343} \\ &= 2^{343} \cdot 5^{343} \cdot 5^2 \cdot 0{,}1^{343} \\ &= (2 \cdot 5 \cdot 0{,}1)^{343} \cdot 5^2 \\ &= 1^{343} \cdot 5^2 \\ &= 1 \cdot 25 \\ &= 25 \end{aligned}$$

Sijoitetaan $5^{345} = 5^{343} \cdot 5^2$.
$a^n b^n = (ab)^n$.
Sievennetään kantaluku: $2 \cdot 5 \cdot 0{,}1 = 1$.

Vastaus

a) 81 **b)** 25

6.17

a) Kirjoitetaan osoittaja ja nimittäjä luvun 2 potenssina ja käytetään sitten samankantaisten potenssien osamäärän laskusääntöä.

$$\frac{2^{85}}{4^{41}}$$
$$=\frac{2^{85}}{\left(2^2\right)^{41}}$$
$$=\frac{2^{85}}{2^{2\cdot 41}}$$
$$=\frac{2^{85}}{2^{82}}$$
$$=2^{85-82}$$
$$=2^3$$
$$=8$$

b) Luvuilla 6 ja 18 on sama eksponentti. Käytetään osamäärän laskusääntöä käänteiseen suuntaan.

$$\frac{3^{14}\cdot 6^{12}}{18^{12}}$$
$$=3^{14}\cdot\left(\frac{6}{18}\right)^{12}$$
$$=3^{14}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{12}$$

Kirjoitetaan luku sellaisessa potenssimuodossa, jossa eksponenttina esiintyy luku 12. Käytetään samankantaisten potenssien tulon laskusääntöä käänteiseen suuntaan.

$$
\begin{aligned}
3^{14} &= 3^{2+12} \\
&= 3^2 \cdot 3^{12}
\end{aligned}
$$

Sijoitetaan tämä aiemmin sievennettyyn lausekkeeseen ja käytetään tulon potenssin laskusääntöä käänteiseen suuntaan.

$$3^{14} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{12}$$

$$= 3^2 \cdot 3^{12} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{12}$$

$$= 3^2 \cdot \left(3 \cdot \frac{1}{3}\right)^{12}$$

$$= 9 \cdot 1^{12}$$

$$= 9$$

Vastaus

a) 8 **b)** 9

6.18

a)

$$\left(3x^2\right)^3+\left(-2x^3\right)^2$$
$$=3^3\cdot\left(x^2\right)^3+(-2)^2\cdot\left(x^3\right)^2$$
$$=3^3\cdot x^{2\cdot 3}+(-2)^2\cdot x^{3\cdot 2}$$
$$=27x^6+4x^6$$
$$=31x^6$$

b)

$$\left(-3x^6\right)^3+\left(6x^9-4x^9\right)^2$$
$$=\left(-3x^6\right)^3+\left(2x^9\right)^2$$
$$=(-3)^3\cdot\left(x^6\right)^3+2^2\cdot\left(x^9\right)^2$$
$$=(-3)^3\cdot x^{6\cdot 3}+2^2\cdot x^{9\cdot 2}$$
$$=-27x^{18}+4x^{18}$$
$$=-23x^{18}$$

Vastaus
a) $31x^6$ **b)** $-23x^{18}$

6.19

a)

$$\frac{x^{2^3}\cdot\left(6x^4\right)^2}{9x\cdot\left(-x^3\right)^2}$$

$$=\frac{x^8\cdot 6^2\cdot\left(x^4\right)^2}{9x\cdot(-1)^2\cdot\left(x^3\right)^2}$$

$$=\frac{x^8\cdot 6^2\cdot x^{4\cdot 2}}{9x\cdot(-1)^2\cdot x^{3\cdot 2}}$$

$$=\frac{x^8\cdot 36\cdot x^8}{9x\cdot 1\cdot x^6}$$

$$=\frac{36x^{8+8}}{9x^{1+6}}$$

$$=\frac{36x^{16}}{9x^7}$$

$$=\frac{36}{9}\cdot\frac{x^{16}}{x^7}$$

$$=4x^{16-7}$$

$$=4x^9$$

b)

$$\frac{\left(-4x^3\right)^2\cdot\left(-2x^3\right)^3}{-32x^7}$$

$$=\frac{(-4)^2\cdot\left(x^3\right)^2\cdot(-2)^3\cdot\left(x^3\right)^3}{-32x^7}$$

$$=\frac{(-4)^2\cdot x^{3\cdot 2}\cdot(-2)^3\cdot x^{3\cdot 3}}{-32x^7}$$

$$=\frac{16x^6\cdot(-8)\cdot x^9}{-32x^7}$$

$$=\frac{16\cdot(-8)\cdot x^{6+9}}{-32\cdot x^7}$$

$$=\frac{16\cdot(\overset{1}{-\cancel{8}})}{\underset{4}{-3\cancel{2}}}\cdot\frac{x^{15}}{x^7}$$

$$=\frac{16}{4}\cdot x^{15-7}$$

$$=4x^8$$

Vastaus

a) $4x^9$ **b)** $4x^8$

6.20

Kirjoitetaan ensin kaikki taikaneliössä esiintyvät luvut kantaluvun 3 potenssina.

$$9^4 = \left(3^2\right)^4 = 3^{2\cdot 4} = 3^8$$

$$27^2 = \left(3^3\right)^2 = 3^{3\cdot 2} = 3^6$$

$$9 \ = 3^2$$

Ensimmäisellä rivillä ja toisella lävistäjällä on yksi yhteinen luku. Tällöin lävistäjän kahden muun luvun tulon tulee olla sama kuin ensimmäisen rivin kahden muun luvun tulo.

3^8	3^3	
	3^x	
3^6		3^2

Merkitään neliön keskimmäistä lukua merkinnällä 3^x.

Ensimmäisen rivin kahden muun luvun tulo:

$$3^8 \cdot 3^3 = 3^{8+3} = 3^{11}$$

Lävistäjän kahden muun luvun tulo:

$$3^6 \cdot 3^x = 3^{6+x}$$

Tulot ovat yhtä suuret, kun eksponentit ovat yhtä suuret.

$$6 + x = 11$$

$$x = 5$$

Neliön keskimmäinen luku on siis 3^5.

3^8	3^3	
	3^5	
3^6		3^2

Jokaisen rivin, sarakkeen ja lävistäjän tulo on yhtä suuri, kun eksponenttien summa on yhtä suuri.

Lasketaan toisen lävistäjän avulla eksponenttien summa.

$$8 + 5 + 2 = 15$$

3^8	3^3	
	3^5	
3^6		3^2

Ensimmäisen rivin kahden luvun tulo:
$3^8 \cdot 3^3 = 3^{8+3} = 3^{11}$

Jotta eksponenttien summa olisi 15, ensimmäisen rivin viimeinen luku on 3^4.

3^8	3^3	3^4
	3^5	
3^6		3^2

Ensimmäisen sarakkeen kahden luvun tulo:
$3^8 \cdot 3^6 = 3^{8+6} = 3^{14}$

Jotta eksponenttien summa olisi 15, ensimmäisen sarakkeen keskimmäinen luku on 3^1.

3^8	3^3	3^4
3^1	3^5	
3^6		3^2

Toisen rivin kahden luvun tulo:
$3^1 \cdot 3^5 = 3^{1+5} = 3^6$

Jotta eksponenttien summa olisi 15, toisen rivin viimeinen luku on 3^9.

3^8	3^3	3^4
3^1	3^5	3^9
3^6	3^7	3^2

Kolmannen rivin kahden luvun tulo:
$3^6 \cdot 3^2 = 3^{6+2} = 3^8$

Jotta eksponenttien summa olisi 15, kolmannen rivin kessimmäinen luku on 3^7.

3^8	3^3	3^4
3^1	3^5	3^9
3^6	3^7	3^2

Vastaus

3^8	3^3	3^4
3^1	3^5	3^9
3^6	3^7	3^2

6.21

a) Kirjoitetaan molemmat luvun kantaluvun 2 potenssina.

8^{2000}

$=\left(2^3\right)^{2000}$

$=2^{3\cdot 2000}$

$=2^{6000}$

Koska 8000 > 6000, luku 2^{8000} on suurempi

b) Kirjoitetaan molemmat luvun kantaluvun 4 potenssina.

$4\cdot 16^{100}$

$=4\cdot\left(4^2\right)^{100}$

$=4^1\cdot 4^{2\cdot 100}$

$=4^{1+200}$

$=4^{201}$

$16\cdot 4^{100}$

$=4^2\cdot 4^{100}$

$=4^{2+100}$

$=4^{102}$

Koska 201 > 102, luku $4^{201}=4\cdot 16^{100}$ on suurempi.

c) Kirjoitetaan luku 3^{6000} muodossa, jossa eksponentti on 3000.

3^{6000}

$=3^{2\cdot 3000}$

$=\left(3^2\right)^{3000}$

$=9^{3000}$

Koska 9 > 6, luku 3^{6000} on suurempi.

Vastaus

a) 2^{8000} **b)** $4\cdot 16^{100}$ **c)** 3^{6000}

6.22

a) Koska n on positiivinen kokonaisluku, eksponentti $2n$ on parillinen.
$(-1)^{2n} = 1$

b) Koska n on poisitiivinen kokonaisluku, eksponentti $2n$ on parillinen. Tällöin
$(-9)^{2n} = 9^{2n}$.

Kirjoitetaan kaikki luvut kantaluvun 3 potenssina.

$$\frac{3^{6n} \cdot 3^{2n+1}}{(-9)^{2n}}$$
$$= \frac{3^{6n} \cdot 3^{2n+1}}{9^{2n}}$$
$$= \frac{3^{6n+(2n+1)}}{\left(3^2\right)^{2n}}$$
$$= \frac{3^{6n+2n+1}}{3^{2\cdot 2n}}$$
$$= \frac{3^{8n+1}}{3^{4n}}$$
$$= 3^{8n+1-4n}$$
$$= 3^{4n+1}$$

c)

$$\frac{3^{2n}+3^{2n}}{4\cdot 3^{n}}$$

$$=\frac{2\cdot 3^{2n}}{4\cdot 3^{n}}$$

$$=\frac{2}{4}^{(2}\cdot\frac{3^{2n}}{3^{n}}$$

$$=\frac{1}{2}\cdot 3^{2n-n}$$

$$=\frac{1}{2}\cdot 3^{n}$$

$$=\frac{3^{n}}{2}$$

Vastaus

a) 1 **b)** 3^{4n+1} **c)** $\frac{3^{n}}{2}$

6.23

Kirjoitetaan kaikki luvut kantaluvun 2 potenssina..

$$\frac{4^{3n+2}\cdot 2\cdot 8^{2n-1}}{16^{3n}}$$
$$=\frac{\left(2^2\right)^{3n+2}\cdot 2\cdot\left(2^3\right)^{2n-1}}{\left(2^4\right)^{3n}}$$
$$=\frac{2^{2\cdot(3n+2)}\cdot 2\cdot 2^{3\cdot(2n-1)}}{2^{4\cdot 3n}}$$
$$=\frac{2^{6n+4}\cdot 2\cdot 2^{6n-3}}{2^{12n}}$$
$$=\frac{2^{6n+4+1+6n-3}}{2^{12n}}$$
$$=\frac{2^{12n+2}}{2^{12n}}$$
$$=2^{12n+2-12n}$$
$$=2^2$$
$$=4$$

Lausekkeen arvo on 4 riippumatta kokonaisluvun *n* arvosta.

Vastaus

Lausekkeen arvo on 4 riippumatta kokonaisluvun *n* arvosta.

6.24

a)

$$\text{googol} = 10^{100}$$

b)

$$\begin{aligned}\text{googol} \cdot \text{googol} &= 10^{100} \cdot 10^{100} \\ &= 10^{100+100} \\ &= 10^{200}\end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}\text{googol}^{100} &= \left(10^{100}\right)^{100} \\ &= 10^{100 \cdot 100} \\ &= 10^{10000}\end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned}\text{googol}^{\text{googol}} &= \left(10^{100}\right)^{10^{100}} \\ &= 10^{100 \cdot 10^{100}} \\ &= 10^{10^2 \cdot 10^{100}} \\ &= 10^{10^{2+100}} \\ &= 10^{10^{102}}\end{aligned}$$

Vastaus

a) 10^{100} **b)** 10^{200} **c)** 10^{10000} **d)** $10^{10^{102}}$