

## 5.1

a)

$$\begin{aligned}7^2 \\ &= 7 \cdot 7 \\ &= 49\end{aligned}$$

Neliö on luvun toinen potenssi.

b)

$$\begin{aligned}(-3)^4 \\ &= \underbrace{-3 \cdot (-3)}_9 \cdot \underbrace{(-3) \cdot (-3)}_9 \\ &= 9 \cdot 9 \\ &= 81\end{aligned}$$

Negatiivinen kantaluku on merkittävä sulkeisiin.

c)

$$\begin{aligned}(-3)^3 \\ &= -3 \cdot (-3) \cdot (-3) \\ &= 9 \cdot (-3) \\ &= -27\end{aligned}$$

Kuutio on luvun kolmas potenssi.

**Vastaus**

a) 49   b) 81   c) -27

## 5.2

a)

$$\begin{aligned}2^5 &= \underbrace{2 \cdot 2}_4 \cdot \underbrace{2 \cdot 2}_4 \cdot 2 \\ &= 4 \cdot 4 \cdot 2 \\ &= 16 \cdot 2 \\ &= 32\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}1^6 &= 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \\ &= 1\end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}\left(-\frac{3}{5}\right)^2 &= -\frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) \\ &= \frac{-3 \cdot (-3)}{5 \cdot 5} \\ &= \frac{9}{25}\end{aligned}$$

**Vastaus**

a) 32   b) 1   c)  $\frac{9}{25}$

## 5.3

a)

$$5 \cdot 5 \cdot 5$$

$$= 5^3$$

$$= 25 \cdot 5$$

$$= 125$$

b)

$$(-5) \cdot (-5) \cdot (-5)$$

$$= (-5)^3$$

$$= 25 \cdot (-5)$$

$$= -125$$

c)

$$(-5) \cdot (-5)$$

$$= (-5)^2$$

$$= 25$$

**Vastaus**

a)  $5^3 = 125$    b)  $(-5)^3 = -125$    c)  $(-5)^2 = 25$

## 5.4

a)

$$\begin{aligned} & -3^2 + (-2)^2 \\ & = -(3 \cdot 3) + (-2) \cdot (-2) \\ & = -9 + 4 \\ & = -5 \end{aligned}$$

Merkintä  $-3^2$  tarkoittaa luvun  $3^2 = 3 \cdot 3$  vastalukua.

b)

$$\begin{aligned} & 12 + \frac{1}{2} \cdot (-4)^2 \\ & = 12 + \frac{1}{2} \cdot 16 \\ & = 12 + 8 \\ & = 20 \end{aligned}$$

Lasketaan potenssin arvo.

Lasketaan kertolasku.

**Vastaus**

**a) -5   b) 20**

## 5.5

a)

$$\begin{aligned} & 6 \cdot (-3)^2 \\ &= 6 \cdot 9 \\ &= 54 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} & 8 - (-2)^3 \\ &= 8 - (-8) \\ &= 8 + 8 \\ &= 16 \end{aligned}$$

**Vastaus**

**a) 54   b) 16**

## 5.6

a)

$$\begin{aligned} & 1,496 \cdot 10^8 \text{ km} \\ & = 149\,600\,000 \text{ km} \end{aligned}$$

Pilkku siirtyy 8 askelta oikealle.

b)

$$\begin{aligned} & 12\,756\,280 \text{ m} \\ & = 1,2756280 \cdot 10^7 \text{ m} \\ & \approx 1,28 \cdot 10^7 \text{ m} \end{aligned}$$

Pilkku on siirtynyt 7 askelta vasemmalle.

Pyöristetään kerroin kolmen merkitsevän numeron tarkkuudelle.

c)

$$\begin{aligned} & 4,6 \text{ miljardia} \\ & = 4,6 \cdot 10^9 \\ & = 4\,600\,000\,000 \end{aligned}$$

miljardi =  $10^9$

Pilkku siirtyy 9 askelta oikealle.

### Vastaus

a) 149 600 000 km    b)  $1,28 \cdot 10^7$  m

c)  $4,6 \cdot 10^9$  vuotta = 4 600 000 000 vuotta

## 5.7

a)

$$2\,253\,000 \text{ J}$$

$$= 2,253000 \cdot 10^6 \text{ J}$$

$$\approx 2,3 \cdot 10^6 \text{ J}$$

b)

$$271\,000 \text{ J}$$

$$= 2,71000 \cdot 10^5 \text{ J}$$

$$\approx 2,7 \cdot 10^5 \text{ J}$$

**Vastaus**

a)  $2,3 \cdot 10^6 \text{ J}$     b)  $2,7 \cdot 10^5 \text{ J}$

## 5.8

a)

$$5,79 \cdot 10^7 \text{ km}$$

$$= 57\,900\,000 \text{ km}$$

b)

$$4,498 \cdot 10^9 \text{ km}$$

$$= 4\,498\,000\,000 \text{ km}$$

**Vastaus**

a) 57 900 000 km   b) 4 498 000 000 km

## 5.9

a) Muutetaan yksi vuosi ensin sekunneiksi.

$$\begin{aligned} 1 \text{ a} &= 365 \text{ d} \\ &= 365 \text{ d} \\ &= 365 \cdot 24 \text{ h} \\ &= 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s} \\ &= 31\,536\,000 \text{ s} \end{aligned}$$

Valon vuodessa kulkeman matkan pituus on nopeuden ja ajan tulo:  $s = v \cdot t$ .

$$\begin{aligned} 299\,792 \text{ km/s} \cdot 31\,536\,000 \text{ s} & \quad \text{Lasketaan kertolasku laskimella.} \\ &= 9\,454\,240\,512\,000 \text{ km} \\ &= 9,454\,240\,512\,000 \cdot 10^{12} \text{ km} \quad \text{Pyöristetään lähtöarvojen tarkkuuteen.} \\ &\approx 9,45 \cdot 10^{12} \text{ km} \end{aligned}$$

Valovuoden pituus on  $9,45 \cdot 10^{12}$  km.

b) Muutetaan etäisyys kilometreiksi.

$$\begin{aligned} 4,24 \text{ valovuotta} & \quad 1 \text{ valovuosi} = 9\,454\,240\,512\,000 \text{ km} \\ &= 4,24 \cdot 9\,454\,240\,512\,000 \text{ km} \\ &= 40\,085\,979\,770\,880 \text{ km} \\ &= 4,008\,597\,977\,0880 \cdot 10^{13} \text{ km} \quad \text{Pyöristetään lähtöarvojen tarkkuuteen.} \\ &\approx 4,01 \cdot 10^{13} \text{ km} \end{aligned}$$

Proxima Centaurin etäisyys Maasta on  $4,01 \cdot 10^{13}$  km.

**Vastaus**

a)  $9,45 \cdot 10^{12}$  km    b)  $4,01 \cdot 10^{13}$  km

## 5.10

a) Yksi mooli sisältää  $6,022 \cdot 10^{23}$  vesimolekyyliä.

$$13\,900 \cdot 6,022 \cdot 10^{23}$$

$$= 8,3705\dots \cdot 10^{27}$$

$$\approx 8,37 \cdot 10^{27}$$

Vesisäiliössä on  $8,37 \cdot 10^{27}$  vesimolekyyliä.

b) Yksi mooli sisältää  $6,022 \cdot 10^{23}$  vesimolekyyliä. Veden ainemäärä (mol) saadaan jakamalla akvaarion vesimolekyylien määrä yhden moolin vesimolekyylien määrällä.

$$\frac{5,52 \cdot 10^{27}}{6,022 \cdot 10^{23}}$$

$$= 9166,38\dots$$

$$\approx 9170$$

Akvaariossa on 9170 moolia vettä.

### Vastaus

a)  $8,37 \cdot 10^{27}$  vesimolekyyliä   b) 9170 moolia

## 5.11

a)

$$\begin{aligned} & -8 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)^2 \\ &= -8 \cdot \frac{1}{16} \\ &= -\frac{8}{16} \\ &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} & 4 - 50 \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)^2 \\ &= 4 - 50 \cdot \frac{4}{25} \\ &= 4 - \frac{50 \cdot 4}{25} \\ &= 4 - \frac{2 \cdot 4}{1} \\ &= 4 - 8 \\ &= -4 \end{aligned}$$

**Vastaus**

a)  $-\frac{1}{2}$    b)  $-4$

## 5.12

**a)**

4 561 800

$$= 4,561800 \cdot 10^6$$

$$\approx 4,56 \cdot 10^6$$

**b)**

23 952 900

$$= 2,3952900 \cdot 10^7$$

$$\approx 2,40 \cdot 10^7$$

**Vastaus**

**a)**  $4,56 \cdot 10^6$     **b)**  $2,40 \cdot 10^7$

## 5.13

a)

$$15^{18}$$

$$= 1,4778\dots \cdot 10^{21}$$

$$\approx 1,48 \cdot 10^{21}$$

Oikea vaihtoehto on 6.

b)

$$(-23,6)^{12}$$

$$= 2,984\dots \cdot 10^{16}$$

$$\approx 2,98 \cdot 10^{16}$$

Oikea vaihtoehto on 2.

c)

$$\frac{5,8 \cdot 10^{14}}{2700}$$

$$= 2,1481\dots \cdot 10^{11}$$

$$\approx 2,15 \cdot 10^{11}$$

Oikea vaihtoehto on 4.

d)

$$\frac{8,9 \cdot 10^{20}}{1,5 \cdot 10^{11}}$$

$$= 5,9333\dots \cdot 10^9$$

$$\approx 5,93 \cdot 10^9$$

Oikea vaihtoehto on 3.

**Vastaus**

a) 6   b) 2   c) 4   d) 3

## 5.14

a)

$$\begin{aligned} & -4^2 - 2 \cdot (-3)^2 \\ & = -16 - 2 \cdot 9 \\ & = -16 - 18 \\ & = -34 \end{aligned}$$

Merkintä  $-4^2$  tarkoittaa luvun  $4^2 = 4 \cdot 4$  vastalukua.

b)

$$\begin{aligned} & (-5)^2 - \frac{2}{5} \cdot (-5)^3 \\ & = 25 - \frac{2}{5} \cdot (-125) \\ & = 25 - \frac{2 \cdot (-125)}{5} \\ & = 25 - \frac{2 \cdot (-25)}{1} \\ & = 25 + 50 \\ & = 75 \end{aligned}$$

Lasketaan potensien arvot.

Lasketaan kertolasku.

**Vastaus**

**a)** -34   **b)** 75

## 5.15

a)

$$\begin{aligned} & -2^3 - 4^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \\ & = -8 - 16 \cdot \frac{1}{8} \\ & = -8 - \frac{16}{8} \\ & = -8 - 2 \\ & = -10 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} & (3 - 2 \cdot 5)^2 - \left(\frac{1 - 2^2}{3}\right)^9 \\ & = (3 - 10)^2 - \left(\frac{1 - 4}{3}\right)^9 \\ & = (-7)^2 - \left(\frac{-3}{3}\right)^9 \\ & = 49 - (-1)^9 \\ & = 49 - (-1) \\ & = 49 + 1 \\ & = 50 \end{aligned}$$

**Vastaus**

a) -10   b) 50

## 5.16

a)

$$\begin{aligned} &117\,000\,000\text{ t} \\ &= 117\,000\,000\,000\text{ kg} \\ &= 1,17000000000 \cdot 10^{11}\text{ kg} \\ &= 1,17 \cdot 10^{11}\text{ kg} \end{aligned}$$

$$1\text{ t} = 1000\text{ kg}$$

Pilkku siirtyy 11 askelta vasemmalle.

b)

$$\begin{aligned} &12\,756\,280\text{ m} \\ &= 1,2756280 \cdot 10^7\text{ m} \\ &\approx 1,28 \cdot 10^7\text{ m} \end{aligned}$$

Pilkku on siirtynyt 7 askelta vasemmalle.

Pyöristetään kerroin kolmen merkitsevän numeron tarkkuudelle.

c)

$$\begin{aligned} &3,022 \cdot 10^9\text{ kg} \\ &= 3\,022\,000\,000\text{ kg} \\ &= \frac{3\,022\,000\,000}{1000}\text{ t} \\ &= 3\,022\,000\text{ t} \end{aligned}$$

$$\text{miljardi} = 10^9$$

Pilkku siirtyy 9 askelta oikealle.

**Vastaus**

a)  $1,17 \cdot 10^{11}\text{ kg}$     b)  $3\,022\,000\text{ t}$

## 5.17

a) Muutetaan yksi vuosi ensin sekunneiksi.

$$\begin{aligned} 1 \text{ a} &= 365 \text{ d} \\ &= 365 \cdot 24 \text{ h} \\ &= 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s} \\ &= 31\,536\,000 \text{ s} \end{aligned}$$

Valon vuodessa kulkeman matkan pituus on nopeuden ja ajan tulo:  $s = v \cdot t$ .

$$\begin{aligned} &299\,792\,000 \text{ m/s} \cdot 31\,536\,000 \text{ s} && \text{Lasketaan kertolasku laskimella.} \\ &= 9\,454\,240\,512\,000\,000 \text{ m} \\ &= 9,454\,240\,512\,000 \cdot 10^{15} \text{ m} \\ &= \frac{9,454\,240\,512\,000 \cdot 10^{15}}{1000} \text{ km} && \text{Muutetaan metrit kilometreiksi: } 1 \text{ km} = 1000 \text{ m.} \\ &= 9,454\,240\,512\,000 \cdot 10^{12} \text{ km} && \text{Pyöristetään lähtöarvojen tarkkuuteen.} \\ &\approx 9,45 \cdot 10^{12} \text{ km} \end{aligned}$$

b) Muutetaan etäisyys kilometreiksi.

$$\begin{aligned} 4,36 \text{ valovuotta} &= 4,36 \cdot 9\,454\,240\,512\,000 \text{ km} \\ &= 41\,220\,488\,632\,320 \text{ km} \\ &= 4,122\,048\,863\,2320 \cdot 10^{13} \text{ km} \\ &\approx 4,12 \cdot 10^{13} \text{ km} \end{aligned}$$

Alfa Centaurin etäisyys Maasta on  $4,12 \cdot 10^{13}$  km.

**Vastaus**

a)  $9,45 \cdot 10^{12}$  km    b)  $4,12 \cdot 10^{13}$  km

## 5.18

a)

$$\begin{aligned}(3,5 - 9,8)^{21} \\ &= -6,111\dots \cdot 10^{16} \\ &\approx -6,11 \cdot 10^{16}\end{aligned}$$

Oikea vaihtoehto on 3.

b)

$$\begin{aligned}\frac{23^{15}}{3,4 \cdot 10^5} \\ &= 7,842\dots \cdot 10^{14} \\ &\approx 7,84 \cdot 10^{14}\end{aligned}$$

Oikea vaihtoehto on 5.

c)

$$\begin{aligned}\frac{3,4 \cdot 10^{25}}{9,5 \cdot 10^{14}} - 1,2 \cdot 10^5 \\ &= 3,578\dots \cdot 10^{10} \\ &\approx 3,58 \cdot 10^{10}\end{aligned}$$

Oikea vaihtoehto on 2.

**Vastaus**

a) 3   b) 5   c) 2

## 5.19

a)

16

$$= (-4) \cdot (-4)$$

$$= (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$$

$$= (-2)^4$$

b)

-32

$$= (-2) \cdot 16$$

$$= (-2) \cdot (-2)^4$$

$$= (-2)^5$$

c)

-64

$$= 2 \cdot (-32)$$

$$= 2 \cdot (-2)^5$$

Lukua ei voida kirjoittaa kantaluvun  $-2$  potenssina.

**Vastaus**

a)  $(-2)^4$    b)  $(-2)^5$    b) ei ole mahdollista

## 5.20

a) Sijoitetaan muuttujan  $x$  paikalle ei lukuja ja tutkitaan, milloin yhtälö on tosi.

$$0^2 = 0$$

$$0 = 0$$

Luku 0 toteuttaa yhtälön.

$$(-1)^2 = -1$$

$$1 = -1$$

Luku -1 ei toteuta yhtälöä.

$$1^2 = 1$$

$$1 = 1$$

Luku 1 toteuttaa yhtälön.

Yhtälö toteutuu, kun  $x = 0$  tai  $x = 1$ .

b) Sijoitetaan muuttujan  $x$  paikalle ei lukuja ja tutkitaan, milloin yhtälö on tosi.

$$0^4 = -0$$

$$0 = 0$$

Luku 0 toteuttaa yhtälön.

$$(-1)^4 = -(-1)$$

$$1 = 1$$

Luku -1 toteuttaa yhtälön.

$$1^4 = -1$$

$$1 = -1$$

Luku 1 ei toteuta yhtälöä.

Yhtälö toteutuu, kun  $x = -1$  tai  $x = 0$ .

### Vastaus

a)  $x = 0$  tai  $x = 1$    b)  $x = -1$  tai  $x = 0$

## 5.21

a) Bakteeriviljelmän massa kaksinkertaistuu puolessa tunnissa.

Massa tarkastelun alussa:  $3,0 \text{ g}$

Massa puolen tunnin kuluttua:  $2 \cdot 3,0 \text{ g}$

Massa tunnin kuluttua:  $2 \cdot 2 \cdot 3,0 \text{ g} = 2^2 \cdot 3,0 \text{ g}$

Kymmenen tunnin aikana massa on kaksinkertaistunut  $2 \cdot 10 = 20$  kertaa.

Lasketaan bakteeriviljelmän massa 10 tunnin kuluttua.

$$2^{20} \cdot 3,0 \text{ g}$$

$$= 3\,145\,728 \text{ g}$$

$$= 3,125\,728 \cdot 10^6 \text{ g}$$

$$\approx 3,1 \cdot 10^6 \text{ g}$$

Bakteeriviljelmän massa 10 tunnin kuluttua on  $3,1 \cdot 10^6 \text{ g}$ .

b) Vuorokauden eli 24 tunnin aikana bakteeriviljelmän massa kaksinkertaistuu

$$2 \cdot 24 = 48 \text{ kertaa.}$$

Lasketaan bakteeriviljelmän massa vuorokauden kuluttua.

$$2^{48} \cdot 3,0 \text{ g}$$

$$= 8,4442\dots \cdot 10^{14} \text{ g}$$

$$\approx 8,4 \cdot 10^{14} \text{ g}$$

Bakteeriviljelmän massa vuorokauden kuluttua on  $8,4 \cdot 10^{14} \text{ g}$ .

**Vastaus**

a)  $3,1 \cdot 10^6 \text{ g}$  b)  $8,4 \cdot 10^{14} \text{ g}$

## 5.22

a) Suklaakakkupala painaa 65 g. Lasketaan, kuinka paljon energiaa on 1 grammassa suklaakakkua.

$$\frac{9,54 \cdot 10^5 \text{ J}}{65 \text{ g}} = 14676,92... \text{ J/g}$$

Kokonainen suklaakakku painaa 670 g. Lasketaan kokonaisen suklaakakun energiamäärä.

$$\begin{aligned} 670 \text{ g} \cdot \frac{9,54 \cdot 10^5 \text{ J}}{65 \text{ g}} \\ = 9,8335... \cdot 10^6 \text{ J} \\ \approx 9,8 \cdot 10^6 \text{ J} \end{aligned}$$

Kokonaisessa suklaakakussa on energiaa  $9,8 \cdot 10^6 \text{ J}$ .

b) Suklaakakun pala sisälsi energiaa 1350 kJ = 1 350 000 J.

Yksi gramma suklaakakkua sisälsi a-kohdan mukaan energiaa 14 676,92... J.

Lasketaan energioiden avulla, kuinka paljon suklaakakun pala painaa.

$$\begin{aligned} \frac{1350000 \text{ J}}{14676,92... \text{ J/g}} \\ = 91,981... \text{ g} \\ \approx 92 \text{ g} \end{aligned}$$

Suklaakakun pala painaa 92 g.

**Vastaus**

a)  $9,8 \cdot 10^6 \text{ J}$  b) 92 g

## 5.23

a) Ainemäärä saadaan jakamalla massa moolimassalla.

$$\begin{aligned}n &= \frac{m}{M} \\ &= \frac{200,0 \text{ g}}{18,016 \text{ g/mol}} \\ &= 11,101... \text{ mol}\end{aligned}$$

Yksi mooli sisältää  $6,022 \cdot 10^{23}$  vesimolekyyliä.

$$\begin{aligned}11,101... \text{ mol} \cdot 6,022 \cdot 10^{23} \text{ kpl/mol} \\ &= 6,6851... \cdot 10^{24} \text{ kpl} \\ &\approx 6,685 \cdot 10^{24} \text{ kpl}\end{aligned}$$

Vesimäärä sisältää  $6,685 \cdot 10^{24}$  vesimolekyyliä.

b) Lasketaan vesimolekyylien määrän avulla veden ainemäärä.

$$\begin{aligned}\frac{2,843 \cdot 10^{25} \text{ kpl}}{6,022 \cdot 10^{23} \text{ kpl/mol}} \\ &= 47,210... \text{ mol} \\ &\approx 47,21 \text{ mol}\end{aligned}$$

Veden massa saadaan ainemäärän ja moolimassan tulona:  $m = n \cdot M$ .

$$\begin{aligned}m &= 47,210... \text{ mol} \cdot 18,016 \text{ g/mol} \\ &= 850,5394... \text{ g} \\ &\approx 850,5 \text{ g}\end{aligned}$$

Astiassa oli 47,21 moolia eli 850,5 grammaa vettä.

### Vastaus

a)  $6,685 \cdot 10^{24}$  vesimolekyyliä b) 47,21 mol, 850,5 g