

2.1

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \overset{3)}{1} \frac{1}{2} + \frac{5}{6} \\ & = \frac{3}{6} + \frac{5}{6} \\ & = \frac{3+5}{6} \\ & = \frac{8}{6} \overset{(2)}{} \\ & = \frac{4}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad & 3 - 2\frac{2}{3} \\ & = \overset{3)}{3} \frac{3}{1} - \frac{8}{3} \\ & = \frac{9}{3} - \frac{8}{3} \\ & = \frac{9-8}{3} \\ & = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

Vastaus

$$\text{a)} \frac{4}{3} \quad \text{b)} \frac{1}{3}$$

Lavennetaan luvut samannimisiksi.

Lasketaan osoittajien summa.
Nimittäjäksi tulee yhteinen nimittäjä.

Supistetaan lopuksi vastaus.

Vastauksen voi antaa myös
sekalukuna: $\frac{4}{3} = \frac{3+1}{3} = 1\frac{1}{3}$.

Ilmaistaan luvut murtolukuina:

$$3 = \frac{3}{1} \quad \text{ja} \quad 2\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 3 + 2}{3} = \frac{8}{3}.$$

Lavennetaan luvut samannimisiksi.

Lasketaan osoittajien erotus.
Nimittäjäksi tulee yhteinen nimittäjä.

2.2

$$\text{a) } 0,75 = \frac{75}{100} \stackrel{(25)}{=} \frac{3}{4}$$

$$\text{b) } 1,45 = \frac{145}{100} \stackrel{(5)}{=} \frac{29}{20}$$

$$\text{c) } 2\frac{3}{7} = \frac{2 \cdot 7 + 3}{7} = \frac{17}{7}$$

Vastaus

$$\text{a) } \frac{3}{4} \quad \text{b) } \frac{29}{20} \quad \text{c) } \frac{17}{7}$$

2.3

Kaikki luvut ovat reaalityyppisiä.

Luku -2 on kokonaisluku ja rationaaliluku.

Luku $2,14$ on päättyvä desimaaliluku, joten se on rationaaliluku.

Luku 37 on luonnollinen luku, kokonaisluku ja rationaaliluku.

Luku $1 - \sqrt{2} = -0,414213\dots$ on päättymätön ja jaksoton desimaaliluku, joten se on irrationaaliluku.

Luku $-\frac{13}{9}$ on rationaaliluku.

Luku $1,2121121112\dots$ on päättymätön ja jaksoton desimaaliluku, joten se on irrationaaliluku.

Vastaus

N	37
Z	37; -2
Q	37; -2 ; 2,14; $-\frac{13}{9}$
R	37; -2 ; 2,14; $-\frac{13}{9}$; $1 - \sqrt{2}$; 1,2121121112...

2.4

a) $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{9}$

$$= \frac{\overset{1}{\cancel{3}} \cdot 5}{4 \cdot \underset{3}{\cancel{9}}}$$

$$= \frac{1 \cdot 5}{4 \cdot 3}$$

$$= \frac{5}{12}$$

Kerrotaan osoittajat keskenään ja nimittäjät keskenään.

Supistetaan luvulla 3.

b) $4 \cdot \left(-\frac{2}{7}\right)$

$$= \frac{4}{1} \cdot \left(-\frac{2}{7}\right)$$

$$= -\frac{4 \cdot 2}{1 \cdot 7}$$

$$= -\frac{8}{7}$$

Ilmaistaan luku 4 murtolukuna.

Kahden erimerkkisen luvun tulo on negatiivinen.

Vastauksen voi antaa myös sekalukuna:

$$-\frac{8}{7} = -\frac{7+1}{7} = -1\frac{1}{7}.$$

Vastaus

a) $\frac{5}{12}$ b) $-\frac{8}{7}$

2.5

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & 3\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5} \\ &= \frac{10}{3} \cdot \frac{4}{5} \\ &= \frac{\overset{2}{\cancel{10}} \cdot 4}{3 \cdot \underset{1}{\cancel{5}}} \\ &= \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 1} \\ &= \frac{8}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad & -4 \cdot 2\frac{3}{5} \\ &= -\frac{4}{1} \cdot \frac{13}{5} \\ &= -\frac{4 \cdot 13}{1 \cdot 5} \\ &= -\frac{52}{5} \end{aligned}$$

Ilmaistaan sekaluku murtolukuna:

$$3\frac{1}{3} = \frac{3 \cdot 3 + 1}{3} = \frac{10}{3}.$$

Supistetaan luvulla 5.

Vastauksen voi antaa myös sekalukuna:

$$\frac{8}{3} = \frac{6 + 2}{3} = 2\frac{2}{3}.$$

Ilmaistaan luvut murtolukuina:

$$-4 = -\frac{4}{1} \text{ ja } 2\frac{3}{5} = \frac{2 \cdot 5 + 3}{5} = \frac{13}{5}.$$

Vastauksen voi antaa myös sekalukuna:

$$-\frac{52}{5} = -\frac{50 + 2}{5} = -10\frac{2}{5}.$$

$$\begin{aligned}
 \text{c)} \quad & 3 + 2 \cdot \frac{4}{5} \\
 & = 3 + \frac{2}{1} \cdot \frac{4}{5} \\
 & = 3 + \frac{2 \cdot 4}{1 \cdot 5} \\
 & = 3 + \frac{8}{5} \\
 & = \overset{5)}{3} + \frac{8}{5} \\
 & = \frac{15}{5} + \frac{8}{5} \\
 & = \frac{15+8}{5} \\
 & = \frac{23}{5}
 \end{aligned}$$

Lasketaan ensin kertolasku.
Ilmaistaan luku 2 murtolukuna

Ilmaistaan luku 3 murtolukuna.

Lavennetaan luvut samannimisiksi.

Vastauksen voi antaa myös sekalukuna:

$$\frac{23}{5} = \frac{20+3}{5} = 4\frac{3}{5}.$$

Vastaus

a) $\frac{8}{3}$ b) $-\frac{52}{5}$ c) $\frac{23}{5}$

2.6

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \frac{4}{15} : \frac{7}{5} \\ &= \frac{4}{15} \cdot \frac{5}{7} \\ &= \frac{4 \cdot \cancel{5}^1}{\cancel{15}^3 \cdot 7} \\ &= \frac{4 \cdot 1}{3 \cdot 7} \\ &= \frac{4}{21} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad & 2 \frac{1}{4} : \frac{3}{8} \\ &= \frac{9}{4} : \frac{3}{8} \\ &= \frac{9}{4} \cdot \frac{8}{3} \\ &= \frac{\cancel{9}^3 \cdot \cancel{8}^2}{\cancel{4}^1 \cdot \cancel{3}^1} \\ &= \frac{3 \cdot 2}{1 \cdot 1} \\ &= \frac{6}{1} = 6 \end{aligned}$$

Vastaus

a) $\frac{4}{21}$ b) 6

Jaettava $\frac{4}{15}$ kerrotaan jakajan $\frac{7}{5}$
käänteisluvulla $\frac{5}{7}$.

Supistetaan luvulla 5.

Ilmaistetaan sekaluku murtolukuna:

$$2 \frac{1}{4} = \frac{2 \cdot 4 + 1}{4} = \frac{9}{4}$$

Jaettava $\frac{9}{4}$ kerrotaan jakajan $\frac{3}{8}$

käänteisluvulla $\frac{8}{3}$.

Supistetaan luvuilla 3 ja 4.

2.7

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \frac{8}{15} : 4 \\ & = \frac{8}{15} : \frac{4}{1} \\ & = \frac{8}{15} \cdot \frac{1}{4} \\ & = \frac{\cancel{8}^2 \cdot 1}{15 \cdot \cancel{4}_1} \\ & = \frac{2 \cdot 1}{15 \cdot 1} \\ & = \frac{2}{15} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad & 6 : 2\frac{2}{3} \\ & = \frac{6}{1} : \frac{8}{3} \\ & = \frac{6}{1} \cdot \frac{3}{8} \\ & = \frac{\cancel{6}^3 \cdot 3}{1 \cdot \cancel{8}_4} \\ & = \frac{3 \cdot 3}{1 \cdot 4} \\ & = \frac{9}{4} \end{aligned}$$

Jaettava $\frac{8}{15}$ kerrotaan jakajan $\frac{4}{1}$
käänteisluvulla $\frac{1}{4}$.

Supistetaan luvulla 4.

Ilmaistaan luvut murtolukuna:

$$6 = \frac{6}{1} \quad \text{ja} \quad 2\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 3 + 2}{3} = \frac{8}{3}.$$

Jaettava $\frac{6}{1}$ kerrotaan jakajan $\frac{8}{3}$
käänteisluvulla $\frac{3}{8}$.

Supistetaan luvulla 2.

Vastauksen voi antaa myös sekalukuna:

$$\frac{9}{4} = \frac{8+1}{4} = 2\frac{1}{4}.$$

$$\begin{aligned}
\text{c) } & \left(4 - 2 \cdot \frac{5}{4}\right) : \frac{7}{3} \\
& = \left(4 - \frac{2}{1} \cdot \frac{5}{4}\right) : \frac{7}{3} \\
& = \left(4 - \frac{\overset{1}{\cancel{2}} \cdot 5}{1 \cdot \underset{2}{\cancel{4}}}\right) : \frac{7}{3} \\
& = \left(4 - \frac{5}{2}\right) : \frac{7}{3} \\
& = \left(\overset{2)}{\frac{4}{1}} - \frac{5}{2}\right) : \frac{7}{3} \\
& = \left(\frac{8}{2} - \frac{5}{2}\right) : \frac{7}{3} \\
& = \frac{3}{2} : \frac{7}{3} \\
& = \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{7} \\
& = \frac{3 \cdot 3}{2 \cdot 7} \\
& = \frac{9}{14}
\end{aligned}$$

Lasketaan sulkeiden sisällä oleva kertolasku.

Supistetaan luvulla 2.

Lasketaan sulkeiden sisällä oleva vähennyslasku. Lavennetaan luvut samannimisiksi.

Jaettava $\frac{3}{2}$ kerrotaan jakajan $\frac{7}{3}$ käänteisluvulla $\frac{3}{7}$.

Vastaus

a) $\frac{2}{15}$ b) $\frac{9}{4}$ c) $\frac{9}{14}$

2.8

Ajokortin hinta on 1350 €.

Kun isä maksaa hinnasta kolmasosan, jäljelle jää kaksi kolmasosaa eli

$$\frac{2}{3} \cdot 1350 = 900 \text{ euroa.}$$

[Lasketaan kertolasku CAS-laskimella.](#)

Kun mummi maksaa jäljelle jääneestä summasta kaksi viidesosaa, jäljellä jää kolme viidesosaa eli

$$\frac{3}{5} \cdot 900 = 540 \text{ euroa.}$$

[Lasketaan kertolasku CAS-laskimella.](#)

Kun kummitäti maksaa jäljelle jääneestä summasta neljäsosan, jäljelle jää kolme neljäsosaa eli

$$\frac{3}{4} \cdot 540 = 405 \text{ euroa.}$$

[Lasketaan kertolasku CAS-laskimella.](#)

Kortin hinnasta jää Iidan maksettavaksi 405 euroa.

Vastaus

405 €

2.9

Kissa saa vuorokaudessa $2 \cdot \frac{3}{4}$ tablettia antibioottia, joten 10 vuorokaudessa kissa saa

$$10 \cdot 2 \cdot \frac{3}{4} = 15 \text{ tablettia.}$$

Lasketaan kertolasku CAS-laskimella.

Siis 15 tabletin pakkaus riittää kuurin loppuun saakka.

Vastaus

Riittää.

2.10

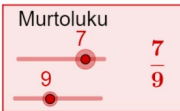
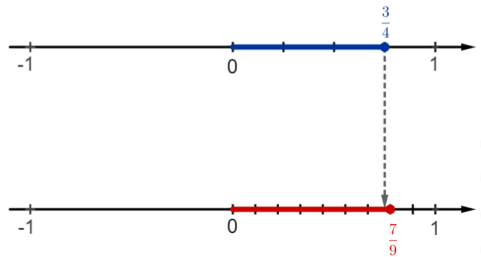
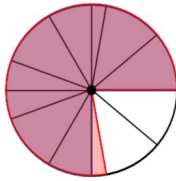
a) ⁹⁾ $\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 9}{4 \cdot 9} = \frac{27}{36}$

⁴⁾ $\frac{7}{9} = \frac{7 \cdot 4}{9 \cdot 4} = \frac{28}{36}$

$$\frac{7}{9} > \frac{3}{4}$$

Lavennetaan luvut samannimisiksi.
Samannimisten murtolukujen
suuruusjärjestys päätellään osoittajista.

Asetetaan luvut suuruusjärjestykseen.

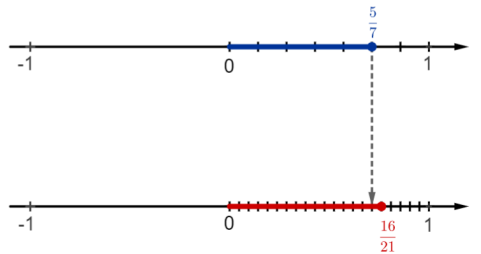
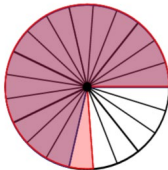


b) ³⁾ $\frac{5}{7} = \frac{5 \cdot 3}{7 \cdot 3} = \frac{15}{21}$

$$\frac{5}{7} < \frac{16}{21}$$

Lavennetaan luvut samannimisiksi.

Asetetaan luvut suuruusjärjestykseen.



Vastaus

a) $\frac{7}{9}$ on suurempi b) $\frac{16}{21}$ on suurempi

2.11

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & 6\frac{3}{5} - \frac{4}{11} + 1\frac{6}{7} \\ & = \frac{3116}{385} \end{aligned}$$

Sekaluku syötetään laskimeen murtolukumuodossa tai sulkeiden avulla kokonaisluvun ja murtoluvun summana. Laskutoimitus voidaan näppäillä CAS-laskimeen esimerkiksi seuraavasti:

$$\left(6 + \frac{3}{5}\right) - \frac{4}{11} + \left(1 + \frac{6}{7}\right)$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad & 3\frac{7}{8} \cdot \frac{9}{14} : 2\frac{1}{7} \\ & = \frac{93}{80} \end{aligned}$$

Kaksoispiste ei kaikissa laskimissa toimi jakomerkinä. Laskutoimitus voidaan näppäillä CAS-laskimeen esimerkiksi seuraavasti:

$$\left(3 + \frac{7}{8}\right) \cdot \frac{9}{14} / \left(2 + \frac{1}{7}\right)$$

Vastaus

$$\text{a)} \frac{3116}{385} \quad \text{b)} \frac{93}{80}$$

2.12

Lasketaan kunkin kaveruksen osuus taksimatkan hinnasta.

Joanna maksaa kolmasosan alkumatkan hinnasta 18,90 €.

$$\text{Joanna maksaa } \frac{1}{3} \cdot 18,90 \text{ €} = 6,30 \text{ €}.$$

Hilppa maksaa kolmasosan alkuosuudesta 18,90 € ja puolet keskiosuuden hinnasta. Keskiosuuden hinta on ensimmäisen ja toisen pysähdyksen välinen hinta, eli $27,30 \text{ €} - 18,90 \text{ €} = 8,40 \text{ €}$.

$$\text{Hilppa maksaa } \frac{1}{3} \cdot 18,90 \text{ €} + \frac{1}{2} \cdot 8,40 \text{ €} = 10,50 \text{ €}.$$

Nuutti maksaa laskun loppuosan. Matkan loppusumma on 34,50 €, joten Nuutille jää maksettavaa $34,50 \text{ €} - 6,30 \text{ €} - 10,50 \text{ €} = 17,70 \text{ €}$.

Vastaus

Joanna 6,30 €, Hilppa 10,50 € ja Nuutti 17,70 €

2.13

$$6) \frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 6}{5 \cdot 6} = \frac{6}{30}$$

Lavennetaan luvut samannimisiksi.

$$5) \frac{1}{6} = \frac{1 \cdot 5}{6 \cdot 5} = \frac{5}{30}$$

$$10) \frac{6}{30} = \frac{6 \cdot 10}{30 \cdot 10} = \frac{60}{300}$$

Lavennetaan sitten vielä luvulla 10.

$$10) \frac{5}{30} = \frac{5 \cdot 10}{30 \cdot 10} = \frac{50}{300}$$

Murtolukujen $\frac{1}{5} = \frac{60}{300}$ ja $\frac{1}{6} = \frac{50}{300}$ välissä ovat esimerkiksi rationaaliluvut

$$\frac{51}{300}, \frac{52}{300}, \frac{53}{300}, \frac{54}{300} \text{ ja } \frac{55}{300}.$$

Vastaus

Esimerkiksi $\frac{51}{300}, \frac{52}{300}, \frac{53}{300}, \frac{54}{300}$ ja $\frac{55}{300}$.

2.14

a) $\frac{2}{5} \cdot \frac{15}{16}$

$$= \frac{\overset{1}{\cancel{2}} \cdot \overset{3}{\cancel{15}}}{\underset{1}{\cancel{5}} \cdot \underset{8}{\cancel{16}}}$$

$$= \frac{1 \cdot 3}{1 \cdot 8}$$

$$= \frac{3}{8}$$

Kerrotaan osoittajat keskenään ja nimittäjät keskenään.

Supistetaan luvuilla 2 ja 5.

b) $4 \cdot \left(-\frac{1}{6}\right)$

$$= \frac{4}{1} \cdot \left(-\frac{1}{6}\right)$$

$$= -\frac{\overset{2}{\cancel{4}} \cdot 1}{1 \cdot \underset{3}{\cancel{6}}}$$

$$= -\frac{2 \cdot 1}{1 \cdot 3}$$

$$= -\frac{2}{3}$$

Ilmaistaan luku 4 murtolukuna.

Kahden erimerkkisen luvun tulo on negatiivinen.

Supistetaan luvulla 2.

$$\begin{aligned} \text{c) } & 1\frac{3}{8} \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) \\ &= \frac{11}{8} \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) \\ &= -\frac{11 \cdot 1}{8 \cdot 6} \\ &= -\frac{11}{48} \end{aligned}$$

Ilmaistaan sekaluku murtolukuna:

$$1\frac{3}{8} = \frac{1 \cdot 8 + 3}{8} = \frac{11}{8} .$$

Kahden erimerkkisen luvun tulo on negatiivinen.

Vastaus

$$\text{a) } \frac{3}{8} \quad \text{b) } -\frac{2}{3} \quad \text{c) } -\frac{11}{48}$$

2.15

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \frac{2}{3} : \frac{2}{7} \\ &= \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{2} \\ &= \frac{\overset{1}{\cancel{2}} \cdot 7}{3 \cdot \underset{1}{\cancel{2}}} \\ &= \frac{1 \cdot 7}{3 \cdot 1} \\ &= \frac{7}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad & 5\frac{1}{7} : \frac{4}{7} \\ &= \frac{36}{7} : \frac{4}{7} \\ &= \frac{36}{7} \cdot \frac{7}{4} \\ &= \frac{\overset{9}{\cancel{36}} \cdot \overset{1}{\cancel{7}}}{\underset{1}{\cancel{7}} \cdot \underset{1}{\cancel{4}}} \\ &= \frac{9 \cdot 1}{1 \cdot 1} \\ &= \frac{9}{1} \\ &= 9 \end{aligned}$$

Jaettava $\frac{2}{3}$ kerrotaan jakajan $\frac{2}{7}$
käänteisluvulla $\frac{7}{2}$.

Supistetaan luvulla 2.

Vastauksen voi antaa myös sekalukuna:

$$\frac{7}{3} = \frac{6+1}{3} = 2\frac{1}{3}.$$

Ilmaistaan sekaluku murtolukuna:

$$5\frac{1}{7} = \frac{5 \cdot 7 + 1}{7} = \frac{36}{7}.$$

Jaettava $\frac{36}{7}$ kerrotaan jakajan $\frac{4}{7}$
käänteisluvulla $\frac{7}{4}$.

Supistetaan luvuilla 4 ja 7.

$$\begin{aligned}
 \text{c) } & -\frac{11}{12} : 1\frac{5}{6} \\
 & = -\frac{11}{12} : \frac{11}{6} \\
 & = -\frac{11}{12} \cdot \frac{6}{11} \\
 & = -\frac{\overset{1}{\cancel{11}} \cdot \overset{1}{\cancel{6}}}{\underset{2}{\cancel{12}} \cdot \underset{1}{\cancel{11}}} \\
 & = -\frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 1} \\
 & = -\frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

Ilmaistaan sekaluku murtolukuna:

$$1\frac{5}{6} = \frac{1 \cdot 6 + 5}{6} = \frac{11}{6}.$$

Jaettava $-\frac{11}{12}$ kerrotaan jakajan $\frac{11}{6}$

käänteisluvulla $\frac{6}{11}$.

Supistetaan luvuilla 6 ja 11.

Vastaus

a) $\frac{7}{3}$ b) 9 c) $-\frac{1}{2}$

2.16

Kukkasipuleita on yhteensä 210 kappaletta.

Kun Seela istuttaa sipuleista kaksi kolmasosaa, jäljelle jää yksi kolmasosa eli

$$\frac{1}{3} \cdot 210 = 70 \text{ sipulia.}$$

Lasketaan kertolasku CAS-laskimella.

Kun Lidia istuttaa jäljelle jääneistä sipuleista kaksi viidesosaa, jäljellä jää kolme viidesosaa eli

$$\frac{3}{5} \cdot 70 = 42 \text{ sipulia.}$$

Lasketaan kertolasku CAS-laskimella.

Elias istuttaa loput sipulit eli 42 sipulia.

Vastaus

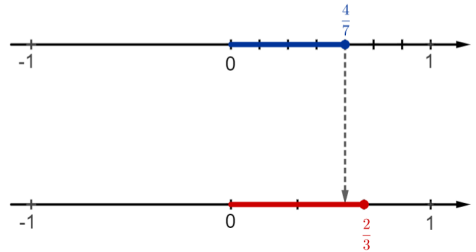
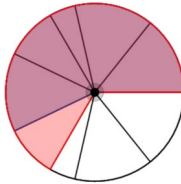
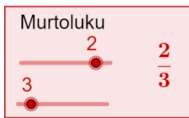
42 sipulia

2.17

a)
$$^3) \frac{4}{7} = \frac{4 \cdot 3}{7 \cdot 3} = \frac{12}{21}$$

$$^7) \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 7} = \frac{14}{21}$$

$$\frac{2}{3} > \frac{4}{7}$$



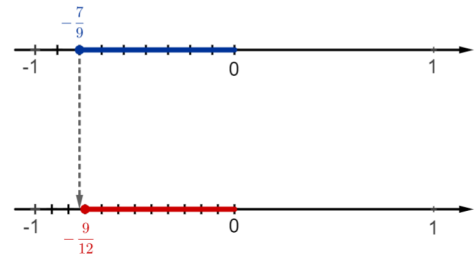
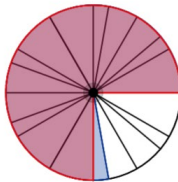
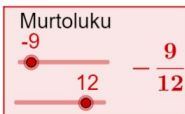
Lavennetaan luvut samannimisiksi.
Samannimisten murtolukujen suuruusjärjestys päätellään osoittajista.

Asetetaan luvut suuruusjärjestykseen.

b)
$$^4) -\frac{7}{9} = -\frac{7 \cdot 4}{9 \cdot 4} = -\frac{28}{36}$$

$$^3) -\frac{9}{12} = -\frac{9 \cdot 3}{12 \cdot 3} = -\frac{27}{36}$$

$$-\frac{7}{9} < -\frac{9}{12}$$



Lavennetaan luvut samannimisiksi.

Asetetaan luvut suuruusjärjestykseen.

Vastaus

a) $\frac{2}{3}$ on suurempi b) $-\frac{9}{12}$ on suurempi

2.18

Merkitään korkeakoulun opiskelijoiden lukumäärää kirjaimella a .

Opiskelijoista alle 20-vuotiaita on kolme viidesosaa eli $\frac{3}{5}a$ opiskelijaa.

Näistä neljäsosa opiskeli pitkän matematiikan, joten kolme neljäsosaa opiskeli lyhyen matematiikan. Lyhyen matematiikan opiskeli siis

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{5}a = \frac{9}{20}a \text{ opiskelijaa.}$$

Korkeakoulun opiskelijoista $\frac{9}{20}$ on alle 10-vuotiaita lyhyen matematiikan opiskelleita.

Vastaus

$$\frac{9}{20}$$

2.19

a) Luvun $8\frac{1}{4} = \frac{8 \cdot 4 + 1}{4} = \frac{33}{4}$ käänteisluku on $\frac{4}{33}$.

Vaihtoehto 2 on oikein.

b) $\frac{1}{2} + \frac{5}{8} = \frac{4}{8} + \frac{5}{8} = \frac{9}{8} = \frac{8+1}{8} = 1\frac{1}{8}$

Vaihtoehto 6 on oikein.

c) $2\frac{1}{4} - 1\frac{1}{7} = \frac{2 \cdot 4 + 1}{4} - \frac{1 \cdot 7 + 1}{7}$
 $= \frac{7) 9}{4} - \frac{4) 8}{7}$
 $= \frac{63}{28} - \frac{32}{28}$
 $= \frac{63 - 32}{28}$
 $= \frac{31}{28} = \frac{28 + 3}{28} = 1\frac{3}{28}$

Vaihtoehto 4 on oikein.

d) $1\frac{1}{7} \cdot \frac{3}{4} = \frac{8}{7} \cdot \frac{3}{4} = \frac{8 \cdot 3}{7 \cdot 4} = \frac{2 \cdot 3}{7 \cdot 1} = \frac{6}{7}$

Vaihtoehto 3 on oikein.

e) $\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{11} = \frac{3}{2} \cdot \frac{11}{4} = \frac{3 \cdot 11}{2 \cdot 4} = \frac{33}{8} = \frac{32 + 1}{8} = 4\frac{1}{8}$

Vaihtoehto 1 on oikein.

f) $1 \cdot \frac{6}{7} = \frac{1}{1} \cdot \frac{7}{6} = \frac{1 \cdot 7}{1 \cdot 6} = \frac{7}{6} = \frac{6 + 1}{6} = 1\frac{1}{6}$

Vaihtoehto 5 on oikein.

Vastaus

a) 2 b) 6 c) 4 d) 3 e) 1 f) 5

2.20

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & 7\frac{1}{2} - 1\frac{3}{4} \cdot \frac{6}{7} : \frac{2}{9} \\ & = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

Sekaluku syötetään laskimeen murtolukumuodossa tai sulkeiden avulla kokonaisluvun ja murtoluvun summana. Kaksoispiste ei kaikissa laskimissa toimi jakomerkkinä. Jakajana oleva murtoluku on joissakin laskimissa laitettava sulkeisiin. Laskutoimitus voidaan näppäillä CAS-laskimeen esimerkiksi seuraavasti:

$$\left(7 + \frac{1}{2}\right) - \left(1 + \frac{3}{4}\right) \cdot \frac{6}{7} / \left(\frac{2}{9}\right)$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad & \left(2\frac{1}{2} - 4\frac{1}{4}\right) : \frac{1}{6} \\ & = -\frac{21}{2} \end{aligned}$$

Laskutoimitus voidaan näppäillä CAS-laskimeen esimerkiksi seuraavasti:

$$\left(\left(2 + \frac{1}{2}\right) - \left(4 + \frac{1}{4}\right)\right) / \left(\frac{1}{6}\right)$$

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad & \left(\frac{2}{5} - \frac{2}{3}\right) : \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5}\right) \\ & = -1 \end{aligned}$$

Vastaus

$$\text{a)} \frac{3}{4} \quad \text{b)} -\frac{21}{2} \quad \text{c)} -1$$

2.21

a) $p := \frac{2}{3}$

$$q := \frac{2}{5}$$

$$\frac{p+q}{p-q} = 4$$

Lukuja voidaan tallentaa useimpiin CAS-laskimiin nimen ja := -merkinnän avulla.

Kun luvut p ja q on tallennettu laskimeen, lausekkeen arvo lasketaan kirjoittamalla $(p+q)/(p-q)$.

b) $\frac{q-p}{p \cdot q} = -1$

Kun luvut p ja q on tallennettu laskimeen, lausekkeen arvo lasketaan kirjoittamalla $(q-p)/(p \cdot q)$.

Vastaus

a) 4 b) -1

2.22

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \frac{2}{7} \cdot \left(1\frac{1}{2} + \frac{5}{6} \right) \\ &= \frac{2}{7} \cdot \left(\overset{3)}{\frac{3}{2}} + \frac{5}{6} \right) \\ &= \frac{2}{7} \cdot \left(\frac{9}{6} + \frac{5}{6} \right) \\ &= \frac{2}{7} \cdot \frac{14}{6} \\ &= \frac{\overset{1)}{\cancel{2}} \cdot \overset{2)}{\cancel{14}}}{\underset{1}{\cancel{7}} \cdot \underset{3}{\cancel{6}}} \\ &= \frac{1 \cdot 2}{1 \cdot 3} \\ &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

Lasketaan sulkeiden sisällä oleva yhteenlasku.

Lavennetaan luvut samannimisiksi.

Supistetaan luvuilla 2 ja 7.

$$\begin{aligned}
 \text{b)} \quad & \left(\frac{1}{3} : \frac{3}{2}\right) : \left(\frac{2}{3} : \frac{1}{2}\right) \\
 & = \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3}\right) : \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{1}\right) \\
 & = \frac{2}{9} : \frac{4}{3} \\
 & = \frac{2}{9} \cdot \frac{3}{4} \\
 & = \frac{\overset{1}{\cancel{2}} \cdot \overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{3}{\cancel{9}} \cdot \underset{2}{\cancel{4}}} \\
 & = \frac{1 \cdot 1}{3 \cdot 2} \\
 & = \frac{1}{6}
 \end{aligned}$$

Lasketaan sulkeiden sisällä olevat jakolaskut.

Supistetaan luvuilla 2 ja 3.

$$\begin{aligned}
\text{c)} \quad & 5\frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) - \frac{6}{7} \cdot \left(\overset{2)}{\frac{1}{3}} - \overset{3)}{\frac{1}{2}}\right) \\
&= 5\frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) - \frac{6}{7} \cdot \left(\frac{2}{6} - \frac{3}{6}\right) \\
&= \frac{16}{3} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) - \frac{6}{7} \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) \\
&= -\frac{\overset{4}{\cancel{16}} \cdot \overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{1}{\cancel{3}} \cdot \underset{1}{\cancel{4}}} + \frac{\overset{1}{\cancel{6}} \cdot 1}{7 \cdot \underset{1}{\cancel{6}}} \\
&= -\frac{4 \cdot 1}{1 \cdot 1} + \frac{1 \cdot 1}{7 \cdot 1} \\
&= -\overset{7)}{4} + \frac{1}{7} \\
&= -\frac{28}{7} + \frac{1}{7} \\
&= \frac{-28+1}{7} \\
&= -\frac{27}{7}
\end{aligned}$$

Lasketaan sulkeiden sisällä oleva vähennyslasku.

Ilmaistaan sekaluku murtolukuna:

$$5\frac{1}{3} = \frac{5 \cdot 3 + 1}{3} = \frac{16}{3}.$$

Lasketaan kertolaskut. Kahden erimerkkisen luvun tulo on negatiivinen ja kahden samanmerkkisen luvun tulo on positiivinen.

Lavennetaan luvut samannimisiksi.

Vastauksen voi antaa myös sekalukuna:

$$-\frac{27}{7} = -\frac{21+6}{7} = -3\frac{6}{7}.$$

$$\begin{aligned}
 \text{d)} \quad & \frac{5+9}{6+15} \cdot \frac{7+3}{9+7} \\
 &= \frac{14}{21} \cdot \frac{10}{16} \\
 &= \frac{\overset{2}{\cancel{14}} \cdot \overset{5}{\cancel{10}}}{\underset{3}{\cancel{21}} \cdot \underset{8}{\cancel{16}}} \\
 &= \frac{\overset{1}{\cancel{2}} \cdot 5}{3 \cdot \underset{4}{\cancel{8}}} \\
 &= \frac{1 \cdot 5}{3 \cdot 4} \\
 &= \frac{5}{12}
 \end{aligned}$$

Lasketaan osoittajissa ja nimittäjissä olevat yhteenlaskut.

Lasketaan kertolasku.

Supistetaan luvuilla 7 ja 2.

Supistetaan luvulla 2.

Vastaus

a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $-\frac{27}{7}$ d) $\frac{5}{12}$

2.23

a) Kahden luvun puolivälissä on näiden lukujen keskiarvo.

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{10} \right) : 2 \\ & = \left(\frac{1}{20} + \frac{2}{20} \right) : 2 \\ & = \frac{3}{20} : 2 \\ & = \frac{3}{20} \cdot \frac{1}{2} \\ & = \frac{3 \cdot 1}{20 \cdot 2} \\ & = \frac{3}{40} \end{aligned}$$

Lasketaan lukujen keskiarvo jakamalla lukujen summa luvulla 2.

Lukujen $\frac{1}{20}$ ja $\frac{1}{10}$ puolivälissä on luku $\frac{3}{40}$.

b) $\frac{1}{10} \stackrel{2)}{=} \frac{1 \cdot 2}{10 \cdot 2} = \frac{2}{20}$

Lavennetaan luvut samannimisiksi.

$\frac{2}{20} \stackrel{10)}{=} \frac{2 \cdot 10}{20 \cdot 10} = \frac{20}{200}$

Lavennetaan sitten vielä luvulla 10.

$\frac{1}{20} \stackrel{10)}{=} \frac{1 \cdot 10}{20 \cdot 10} = \frac{10}{200}$

Lukujen $\frac{1}{20} = \frac{10}{200}$ ja $\frac{1}{10} = \frac{20}{200}$ välissä ovat esimerkiksi rationaaliluvut $\frac{11}{200}, \frac{12}{200}, \frac{13}{200}, \frac{14}{200}$ ja $\frac{15}{200}$.

- c) Rationaalilukujen p ja q välissä on esimerkiksi näiden lukujen keskiarvo eli rationaaliluku $\frac{p+q}{2}$.

Vastaus

a) $\frac{3}{40}$

b) Esimerkiksi $\frac{11}{200}, \frac{12}{200}, \frac{13}{200}, \frac{14}{200}$ ja $\frac{15}{200}$.

c) Rationaalilukujen p ja q välissä on aina esimerkiksi rationaaliluku $\frac{p+q}{2}$.

2.24

a)

$$q = 0,6181818\dots$$

$$1000q = 618,1818\dots$$

$$1000q - 10q = 618,1818\dots - 6,1818\dots$$

$$1000q - 10q = 612$$

$$990q = 612$$

$$q = \frac{612}{990} \text{ (9)}$$

$$q = \frac{68}{110} \text{ (2)}$$

$$q = \frac{34}{55}$$

1) Lasketaan tulo $1000q$.

2) Lasketaan erotus $1000q - 10q$.

Huomataan, että erotuksen desimaaliosa on päättyvä.

3) $1000q - 10q = 990q$

Ratkaistaan luku q jakamalla yhtälön $990q = 612$ molemmat puolet luvulla 990.

Supistetaan.

b) Luku q kerrotaan sellaisella luvulla, että pilkku siirtyy luvun desimaaliosan ensimmäisen jakson yli. Lukujen $q = 0,6181818\dots$ ja $1000q = 618,1818\dots$ desimaalimuodoissa on sama jakso.

Vastaus

a) $q = \frac{612}{990} = \frac{34}{55}$

b) Luku q kerrotaan sellaisella luvulla, että pilkku siirtyy desimaaliosan ensimmäisen jakson yli.

2.25

Sovelletaan tehtävässä 2.24 esitettyä menetelmää.

- a) Luvun $q = 2,013013013\dots$ desimaalimuodossa jakson pituus on 3. Kertojaksi valitaan siis luku 1000.

$$q = 2,013013013\dots$$

$$1000q = 2013,013013\dots$$

$$1000q - q = 2013,013013\dots - 2,013013\dots$$

$$1000q - q = 2011$$

$$999q = 2011$$

$$q = \frac{2011}{999}$$

1) Lasketaan tulo $1000q$.

2) Lasketaan erotus $1000q - q$. Huomataan, että saadun luvun desimaaliosa on päättyvä.

3) $1000q - q = 999q$
Ratkaistaan luku q jakamalla kertoimella 999.

- b) Luvun $q = -0,414141\dots$ desimaalimuodossa jakson pituus on 2. Kertojaksi valitaan siis luku 100.

$$q = -0,414141\dots$$

$$100q = -41,4141\dots$$

$$100q - q = -41,4141\dots - (-0,4141\dots)$$

$$100q - q = -41,4141\dots + 0,4141\dots$$

$$100q - q = -41$$

$$99q = -41$$

$$q = -\frac{41}{99}$$

1) Lasketaan tulo $100q$.

2) Lasketaan erotus $100q - q$.

Saadun luvun desimaaliosa on päättyvä.

3) $100q - q = 99q$
Ratkaistaan luku q jakamalla kertoimella 99.

- c) Luvun $q = 4,999\dots$ desimaalimuodossa jakson pituus on 1. Kertojaksi valitaan siis luku 10.

$$q = 4,999\dots$$

$$10q = 49,999\dots$$

$$10q - q = 49,999\dots - 4,999\dots$$

$$10q - q = 45$$

$$9q = 45$$

$$q = \frac{45}{9}$$

$$q = 5$$

1) Lasketaan tulo $10q$.

2) Lasketaan erotus $10q - q$.

Saadun luvun desimaaliosa on päättyvä.

3) $10q - q = 9q$

Ratkaistaan luku q jakamalla kertoimella 9.

Vastaus

a) $\frac{2011}{999}$ b) $-\frac{41}{99}$ c) 5