

14.1

a) Muodostetaan prosenttikerroin.

$$100 \% + 30 \% = 130 \% = 1,30$$

Hintaa korotetaan 30 %.

Lasketaan muuttunut hinta.

$$1,30 \cdot 346 = 449,80 \text{ (€)}$$

Perusarvo kerrotaan prosenttikertoimella.

Muuttunut hinta on 449,80 €.

b) Muodostetaan prosenttikerroin.

$$100 \% - 18 \% = 82 \% = 0,82$$

Hintaa alennetaan 18 %.

Lasketaan muuttunut hinta.

$$0,82 \cdot 346 = 283,72 \text{ (€)}$$

Perusarvo kerrotaan prosenttikertoimella.

Muuttunut hinta on 283,72 €.

Vastaus

a) 449,80 €

b) 283,72 €

14.2

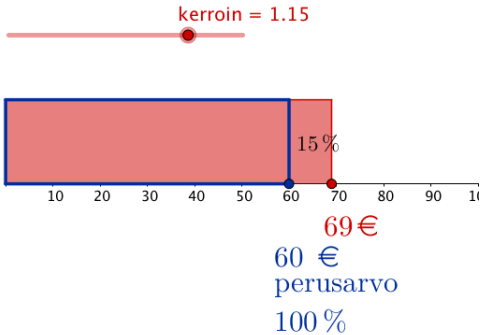
- Alkuperäinen hinta: 63 €
- a) Prosenttikerroin: $100\% + 3\% = 103\% = 1,03$
Korotettu hinta: $1,03 \cdot 63 = 64,89$ (€)
- b) Prosenttikerroin: $100\% + 20,8\% = 120,8\% = 1,208$
Korotettu hinta: $1,208 \cdot 63 = 76,104 \approx 76,10$ (€)
- c) Prosenttikerroin: $100\% - 70\% = 30\% = 0,30$
Alennettu hinta: $0,30 \cdot 63 = 18,90$ (€)
- d) Prosenttikerroin: $100\% - 8,5\% = 91,5\% = 0,915$
Alennettu hinta: $0,915 \cdot 63 = 57,645 \approx 57,65$ (€)

Vastaus

- a) 64,89 €
b) 76,10 €
c) 18,90 €
b) 57,65 €

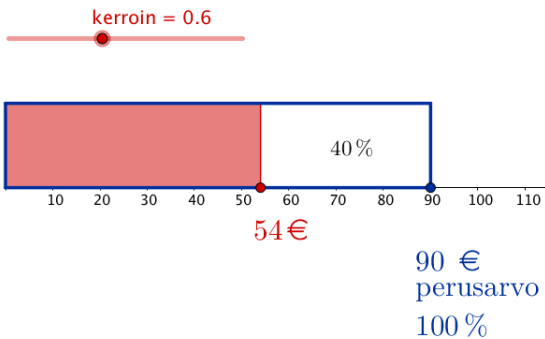
14.3

a) Hinta 60 € nousee arvoon 69 €, kun se kerrotaan luvulla 1,15.



Hinta nousee 15 %.

b) Hinta 90 € laskee arvoon 54 €, kun se kerrotaan luvulla 0,60.



Hinta laskee 40 %.

Vastaus

a) luvulla 1,15; nousee 15 %

b) luvulla 0,60; laskee 40 %

14.4

a) Muodostetaan prosenttikerroin.

$$100 \% + 5 \% = 105 \% = 1,05$$

Hintaa korotetaan 5 %.

Merkitään alkuperäistä hintaa kirjaimella x .

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan x .

$$1,05x = 92$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x = 87,619\dots$$

$$\approx 88 \text{ (€)}$$

Alkuperäinen hinta oli 88 €.

b) Muodostetaan prosenttikerroin.

$$100 \% - 65 \% = 35 \% = 0,35$$

Hintaa alennetaan 65 %.

Merkitään alkuperäistä hintaa kirjaimella x .

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan x .

$$0,35x = 92$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x = 262,857\dots$$

$$\approx 263 \text{ (€)}$$

Alkuperäinen hinta oli 263 €.

Vastaus

a) 88 €

b) 263 €

14.5

a) Muodostetaan prosenttikerroin.

$$100 \% + 11 \% = 111 \% = 1,11$$

Merkitään alkuperäistä vuokraa kirjaimella x .
Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan x .

$$1,11x = 672$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x = 605,405\dots$$

$$\approx 605 \text{ (€)}$$

Alkuperäinen vuokra oli 605 €.

b) Muodostetaan prosenttikerroin.

$$100 \% - 4 \% = 96 \% = 0,96$$

Merkitään alkuperäistä vuokraa kirjaimella x .
Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan x .

$$0,96x = 905$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x = 942,708\dots$$

$$\approx 943 \text{ (€)}$$

Alkuperäinen hinta oli 943 €.

Vastaus

a) 605 €

b) 943 €

14.6

Merkitään alkuperäistä hintaa kirjaimella h .

Hintaa korotetaan 28.

$$100 \% + 28 \% = 128 \% = 1,28$$

Korotettu hinta on $1,28h$.

Alkuperäinen hinta h muuttuu
1,28-kertaiseksi.

Hintaa alennetaan 25 %.

$$100 \% - 25 \% = 75 \% = 0,75$$

Alennettu hinta on

$$0,75 \cdot 1,28h = 0,96h.$$

Korotettu hinta $1,28h$ muuttuu
0,75-kertaiseksi.

Hinta $0,96h$ on 0,96-kertainen hintaan h verrattuna.

Lopullinen hinta on siis 96 % alkuperäisestä hinnasta.

Hinta aleni $100 \% - 96 \% = 4 \%$.

Vastaus

4 % alhaisempi

14.7

Kanien alkuperäinen lukumäärä on 130.

Ensimmäisenä vuotena kanien lukumäärä kasvaa 23 %, minkä jälkeen se on $1,23 \cdot 130 (= 159,9)$.

Toisena vuotena kanien lukumäärä pienenee 5 %, minkä jälkeen se on $0,95 \cdot 1,23 \cdot 130 = 151,905 \approx 150$.

Vastaus
noin 150

14.8

Merkitään alkuperäistä hintaa kirjaimella a ja menekkiä kirjaimella b .

	Hinta (€/kpl)	Menekki (kpl)	Myyntitulo (€)
Alkuperäinen	a	b	ab
Muuttunut	$1,20a$	$0,70b$	$1,20a \cdot 0,70b$

Sievennetään muuttuneen myyntitulon lauseke.

$$1,20a \cdot 0,70b = 0,84ab$$

Myyntitulo $0,84ab$ on 0,84-kertainen myyntituloon ab verrattuna. Muuttunut myyntitulo on siis 84 % alkuperäisestä myyntitulosta.

Myyntitulo pieneni $100 \% - 84 \% = 16 \%$.

Vastaus

pieneni 16 %

14.9

	Tilavuus (ml)	Myyntihinta (€)	Millilitrahinta (€/ml)
Alkuperäinen	100	1,50	$\frac{1,50}{100} = 0,015$
Muuttunut	$1,25 \cdot 100 = 125$	$1,40 \cdot 1,50 = 2,10$	$\frac{2,10}{125} = 0,0168$

Lasketaan, kuinka monta prosenttia muuttunut millilitrahinta on alkuperäisestä millilitrahinnasta.

$$\frac{0,0168}{0,015} = 1,12 = 112 \%$$

Alkuperäinen millilitrahinta vastaa 100 %.

Muuttunut millilitrahinta on $112 \% - 100 \% = 12 \%$ suurempi.

Hammastahna on uudessa putkilossa 12 % kalliimpaa millilitraa kohden.

Vastaus

12 %

14.10

Alkuperäinen hinta oli a .

- a) Uusi hinta $1,08a$ on 1,08-kertainen alkuperäiseen hintaan a verrattuna.
Uusi hinta on 108 % alkuperäisestä hinnasta.

Hintaa on korotettu $108\% - 100\% = 8\%$.

- b) Uusi hinta $0,72a$ on 0,72-kertainen alkuperäiseen hintaan a verrattuna.
Uusi hinta on 72 % alkuperäisestä hinnasta.

Hintaa on alennettu $100\% - 72\% = 28\%$.

- c) Uusi hinta $1,405a$ on 1,405-kertainen alkuperäiseen hintaan a verrattuna.
Uusi hinta on 140,5 % alkuperäisestä hinnasta.

Hintaa on korotettu $140,5\% - 100\% = 40,5\%$.

- d) Uusi hinta $3a$ on 3-kertainen alkuperäiseen hintaan a verrattuna.
Uusi hinta on 300 % alkuperäisestä hinnasta.

Hintaa on korotettu $300\% - 100\% = 200\%$.

Vastaus

- a) korotettu 8 %
b) alennettu 28 %
c) korotettu 40,5 %
b) korotettu 200 %

14.11

- a) Merkitään alkuperäistä hintaa kirjaimella h .

Hintaa alennetaan 40. Alennettu hinta on $0,60h$.

Hintaa korotetaan 30. Korotettu hinta on $1,30 \cdot 0,60h = 0,78h$.

Hinta $0,78h$ on 0,78-kertainen hintaan h verrattuna.
Lopullinen hinta on siis 78 % alkuperäisestä hinnasta.

Hinta aleni $100 \% - 78 \% = 22 \%$.

- b) Merkitään alkuperäistä hintaa kirjaimella h .

Hintaa korotetaan 30. Korotettu hinta on $1,30h$.

Hintaa alennetaan 40. Alennettu hinta on $0,60 \cdot 1,30h = 0,78h$.

Hinta $0,78h$ on 0,78-kertainen hintaan h verrattuna.
Lopullinen hinta on siis 78 % alkuperäisestä hinnasta.

Hinta aleni $100 \% - 78 \% = 22 \%$.

Vastaus

- a) alenee 22 %
b) alenee 22 %

14.12

- a) Veroton hinta on 2,30 €/kg.
Verottomaan hintaan lisätään 14 %:n arvonlisävero.
Lasketaan myyntihinta.

$$1,14 \cdot 2,30 = 2,622 \approx 2,62 \text{ (€/kg)}$$

- b) Merkitään verotonta hintaa kirjaimella x .
Verottomaan hintaan lisätään 14 %:n arvonlisävero.
Myyntihinta on 2,98 €/kg.

$$1,14x = 2,98$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x = 2,61403\dots$$

$$\approx 2,61 \text{ (€/kg)}$$

Vastaus

- a) 2,62 €/kg
b) 2,61 €/kg

14.13

Merkitään hotellikustannuksia kirjaimella a ja matkakustannuksia kirjaimella b .

	Hotelli (€)	Matka (€)	Lomapaketti (€)
Alkuperäinen	a	b	$a + b$
Muuttunut	$0,95a$	$1,18b$	$1,95a + 1,18b$

Lomapaketin hinta säilyy samana. Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan a .

$$0,95a + 1,18b = a + b$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$a = 3,6b$$

Sievennetään alkuperäinen lomapaketin hinnan lauseke.

$$a + b = 3,6b + b = 4,6b$$

Lasketaan, kuinka monta prosenttia luku b on luvusta $a + b$.

$$\frac{b}{a + b} = \frac{b}{4,6b} = 0,21739\dots = 21,739\dots \% \approx 22 \%$$

Matkakustannukset olivat 22 % lomapaketin hinnasta.

Vastaus

22 %

14.14

a) Muodostetaan prosenttikerroin.

$$100 \% + 8,7 \% = 108,7 \% = 1,087 \quad \text{Hintaa korotetaan } 8,7 \%.$$

Merkitään alkuperäistä hintaa kirjaimella x .

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan x .

$$1,087x = 308 \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$x = 283,348\dots$$

$$\approx 283,35 \text{ (€)}$$

Alkuperäinen hinta oli 283,35 €.

b) Muodostetaan prosenttikerroin.

$$100 \% - 10,4 \% = 89,6 \% = 0,896 \quad \text{Hintaa alennetaan } 10,4 \%.$$

Merkitään alkuperäistä hintaa kirjaimella x .

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan x .

$$0,896x = 308 \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$x = 343,75 \text{ (€)}$$

Alkuperäinen hinta oli 343,75 €.

Vastaus

a) 283,35 €

b) 343,75 €

14.15

Merkitään alkuperäistä hintaa kirjaimella h .

Hintaa korotetaan 7. $100\% + 7\% = 107\% = 1,07$

Korotettu hinta on $1,07h$. Alkuperäinen hinta h muuttuu
1,07-kertaiseksi.

Hintaa alennetaan 10%. $100\% - 10\% = 90\% = 0,90$

Alennettu hinta on

$0,90 \cdot 1,07h = 0,963h$. Korotettu hinta $1,07h$ muuttuu
0,90-kertaiseksi.

Hinta $0,963h$ on 0,963-kertainen hintaan h verrattuna.
Lopullinen hinta on siis 96,3% alkuperäisestä hinnasta.

Hinta aleni $100\% - 96,3\% = 3,7\%$.

Vastaus

3,7% alhaisempi

14.16

Alkuperäinen massa oli m .

- a) Uusi massa $1,047m$ on 1,047-kertainen alkuperäiseen massaan m verrattuna.
Uusi massa on 104,7 % alkuperäisestä massasta.

Massa on kasvanut $104,7\% - 100\% = 4,7\%$.

- b) Uusi massa $1,36m$ on 1,36-kertainen alkuperäiseen massaan m verrattuna.
Uusi massa on 136 % alkuperäisestä massasta.

Massa on kasvanut $136\% - 100\% = 36\%$.

- c) Uusi massa $0,4m$ on 0,4-kertainen alkuperäiseen massaan m verrattuna.
Uusi massa on 40 % alkuperäisestä massasta.

Massa on vähentynyt $100\% - 40\% = 60\%$.

- d) Uusi massa $0,925m$ on 0,925-kertainen alkuperäiseen massaan m verrattuna.
Uusi massa on 92,5 % alkuperäisestä massasta.

Massa on vähentynyt $100\% - 92,5\% = 7,5\%$.

Vastaus

- a) kasvanut 4,7 %
b) kasvanut 36 %
c) vähentynyt 60 %
b) vähentynyt 7,5 %

14.17

Merkitään alkuperäistä kilohintaa kirjaimella a ja menekkiä kirjaimella b .

	Kilohinta (€/kg)	Menekki (kg)	Myyntitulo (€)
Alkuperäinen	a	b	ab
Muuttunut	$0,80a$	$1,50b$	$0,80a \cdot 1,50b$

Sievennetään muuttuneen myyntitulon lauseke.

$$0,80a \cdot 1,50b = 1,20ab$$

Myyntitulo $1,20ab$ on 1,20-kertainen myyntituloon ab verrattuna. Muuttunut myyntitulo on siis 120 % alkuperäisestä myyntitulosta.

Myyntitulo kasvoi $120\% - 100\% = 20\%$.

Vastaus

kasvoi 20 %

14.18

a)

	Suklaan massa (kg)	Pakkauksen hinta (€)	Suklaan kilohinta (€/kg)
Alkuperäinen	a	b	$\frac{b}{a}$
Muuttunut	$1,15a$	$1,10b$	$\frac{1,10b}{1,15a}$

Sievennetään muuttuneen kilohinnan lauseke.

$$\frac{1,10b}{1,15a} = 0,95652\dots \cdot \frac{b}{a} \approx 0,957 \cdot \frac{b}{a}$$

Kilohinta $0,957 \cdot \frac{b}{a}$ on 0,96-kertainen kilohintaan $\frac{b}{a}$ verrattuna.

Muuttunut kilohinta on siis 95,7 % alkuperäisestä kilohinnasta.

Kilohinta laskee $100 \% - 95,7 \% = 4,3 \%$.

b)

	Suklaan massa (kg)	Pakkauksen hinta (€)	Suklaan kilohinta (€/kg)
Alkuperäinen	a	b	$\frac{b}{a}$
Muuttunut	$0,85a$	$0,90b$	$\frac{0,90b}{0,85a}$

Sievennetään muuttuneen kilohinnan lauseke.

$$\frac{0,90b}{0,85a} = 1,0588... \cdot \frac{b}{a} \approx 1,059 \cdot \frac{b}{a}$$

Kilohinta $1,059 \cdot \frac{b}{a}$ on 1,059-kertainen kilohintaan $\frac{b}{a}$ verrattuna.

Muuttunut kilohinta on siis 105,9 % alkuperäisestä kilohinnasta.

Kilohinta nousee $105,9 \% - 100 \% = 5,9 \%$.

Vastaus

a) laskee 4,3 %

b) nousee 5,9 %

14.19

- a) Veroton hinta on 150 €.
Verottomaan hintaan lisätään 24 %:n arvonlisävero.
Lasketaan myyntihinta.

$$1,24 \cdot 150 = 186 \text{ (€)}$$

- b) Merkitään verotonta hintaa kirjaimella x .
Verottomaan hintaan lisätään 24 %:n arvonlisävero.
Myyntihinta on 99,90 €.

$$1,24x = 99,90$$

$$x = 80,564\dots$$

$$\approx 80,56 \text{ (€)}$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

Vastaus

- a) 186 €
b) 80,56 €

14.20

Merkitään alkuperäistä vuokraa kirjaimella a .

Vuokraa korotetaan 5. Korotettu vuokra on $1,05a$.

Vuokraa korotetaan 10. Korotettu vuokra on $1,10 \cdot 1,05a$.

Vuokraa alennetaan 8. Alennettu vuokra on

$$0,92 \cdot 1,10 \cdot 1,05a = 1,0626a \approx 1,06a.$$

Vuokra $1,06a$ on 1,06-kertainen vuokraan a verrattuna.
Lopullinen vuokra on siis 106 % alkuperäisestä hinnasta.

Vuokra nousi $106 \% - 100 \% = 6 \%$.

Vastaus

nousi 6 %

14.21

Matkapuhelimen hinta on muuttunut joka kuukausi yhtä monikertaisesti. Merkitään prosenttikerrointa kirjaimella x .

Alkuperäinen hinta oli 410 €.

Kuukausi myöhemmin hinta oli $x \cdot 410$ (€).

Kaksi kuukautta myöhemmin hinta oli $x \cdot x \cdot 410 = x^2 \cdot 410$ (€).

Kolme kuukautta myöhemmin hinta oli $x \cdot x \cdot x \cdot 410 = x^3 \cdot 410$ (€).

Toisaalta kolmen kuukauden kuluttua hinta oli 205 €.

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan k .

$$x^3 \cdot 410 = 205$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x = 0,79370\dots$$

$$\approx 0,79$$

Hinta muuttui 0,79-kertaiseksi joka kuukausi.

Uusi hinta oli siis 79 % edellisestä hinnasta.

Hinta laski $100 \% - 79 \% = 21 \%$.

Vastaus

21 %

14.22

Merkitään rakennustarvikkeiden hintaa kirjaimella a ja muita kustannuksia kirjaimella b .

	Rakennustarvikkeet (€)	Muut kustannukset (€)	Kokonaiskustannukset (€)
Alkuperäinen	a	b	$a + b$
Muuttunut	$1,19a$	$1,28b$	$1,19a + 1,28b$

Kokonaiskustannukset kasvoivat 25 %. Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan b .

$$1,19a + 1,28b = 1,25(a + b)$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$b = 2a$$

Lasketaan, kuinka monta prosenttia luku a on luvusta $a + b$.

$$\frac{a}{a + b} = \frac{a}{a + 2a} = \frac{a}{3a} = 0,33333\dots = 33,333\dots \% \approx 33 \%$$

Rakennustarvikkeiden arvioitu osuus oli 33 % kokonaiskustannuksista.

Lasketaan, kuinka monta prosenttia luku $1,19a$ on luvusta $1,19a + 1,28b$.

$$\frac{1,19a}{1,19a + 1,28b} = \frac{1,19a}{1,19a + 1,28 \cdot 2a} = \frac{1,19a}{3,75a} = 0,31733\dots = 31,733\dots \% \approx 32 \%$$

Rakennustarvikkeiden lopullinen osuus oli 32 % kokonaiskustannuksista.

Vastaus

arvioitu osuus 33%, lopullinen osuus 32 %

14.23

Merkitään alkuperäistä hintaa kirjaimella a .

Hintaa korotetaan p %. Muodostetaan korotetun hinnan lauseke.

$$\left(1 + \frac{p}{100}\right)a \quad \text{Hintaan lisätään } p \text{ sadasosaa.}$$

Korotettua hintaa alennetaan x %. Muodostetaan alennetun hinnan lauseke.

$$\left(1 - \frac{x}{100}\right)\left(1 + \frac{p}{100}\right)a \quad \text{Hinnasta otetaan pois } x \text{ sadasosaa.}$$

Alennettu hinta on yhtä suuri kuin alkuperäinen hinta.

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan x .

$$\left(1 - \frac{x}{100}\right)\left(1 + \frac{p}{100}\right)a = a \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$
$$x = \frac{100p}{100 + p}$$

Alennus on $\frac{100p}{100 + p}$ prosenttia korotetusta hinnasta.

Vastaus

$\frac{100p}{100 + p}$ prosenttia

14.24

Kun omenoita kuvataan, veden määrä pienenee, mutta sokerin ja muiden kuiva-aineiden määrä säilyy ennallaan.

	Tuoreet omenat	Kuivatut omenat
Massa (kg)	a	b
Veden massa (kg)	$0,80a$	$0,20b$
Kuiva-aineiden massa (kg)	$0,20a$	$0,80b$
Sokerin massa (kg)	$0,04a$	$0,04a$

Kuiva-aineiden määrä pysyy samana. Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan a .

$$0,20a = 0,80b \quad | : 0,20$$
$$a = 4b$$

Lasketaan, kuinka monta prosenttia luku $0,04a$ on luvusta b .

$$\frac{0,04a}{b} = \frac{0,04 \cdot 4b}{b} = \frac{0,16b}{b} = 0,16 = 16 \%$$

Kuivattujen omenoiden sokeripitoisuus on 16 %.

Vastaus

16 %