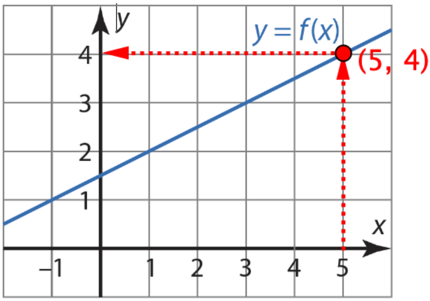
11.1

a) Etsitään se kuvaajan piste, jonka x-koordinaatti on 5.

Kohdassa $x = 5$ kuvaajalla on piste, jossa $y \approx 4$.

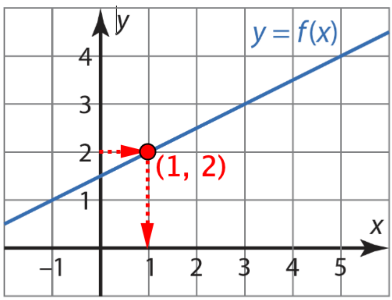
Siis $f(5) \approx 4$.



b) Etsitään ne kuvaajan pisteet, joiden y-koordinaatti on 2.

Pisteitä löytyy yksi kappale, ja siinä $x \approx 1$.

Siis $f(x) = 2$, kun $x \approx 1$.



Vastaus

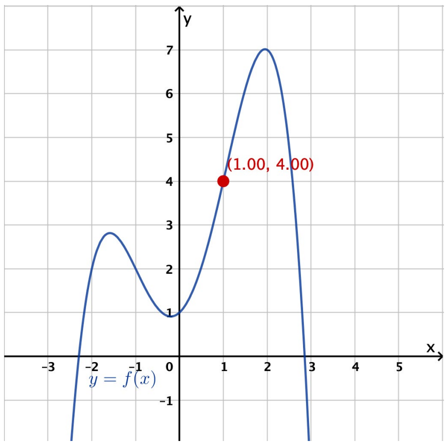
a) $f(5) \approx 4$ **b)** $f(x) = 2$, kun $x \approx 1$

11.2

a) Etsitään se kuvaajan piste, jonka x-koordinaatti on 1.

Kohdassa $x = 1$ kuvaajalla on piste, jossa $y \approx 4{,}0$.

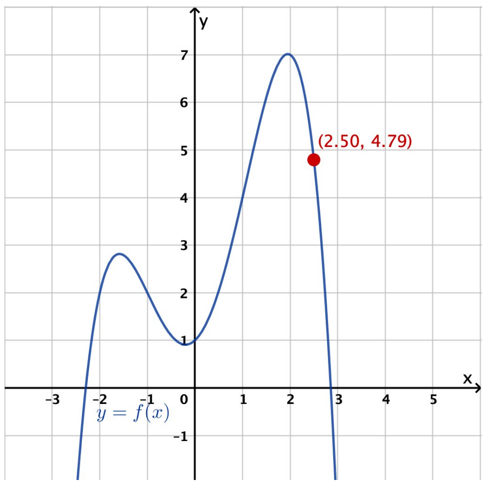
Siis $f(1) \approx 4{,}0$.



b) Etsitään se kuvaajan piste, jonka x-koordinaatti on $2{,}5$.

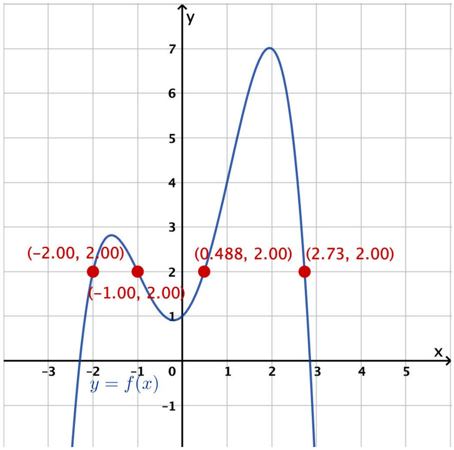
Kohdassa $x = 2{,}5$ kuvaajalla on piste, jossa $y \approx 4{,}8$.

Siis $f(2{,}5) \approx 4{,}8$.



c) Etsitään ne kuvaajan pisteet, joiden y-koordinaatti on 2.

Pisteitä löytyy neljä kappaletta, ja niissä $x \approx -2{,}0$, $x \approx -1{,}0$, $x \approx 0{,}5$ ja $x \approx 2{,}7$.



Siis $f(x) = 2$, kun $x \approx -2{,}0$, $x \approx -1{,}0$, $x \approx 0{,}5$ tai $x \approx 2{,}7$.

Vastaus

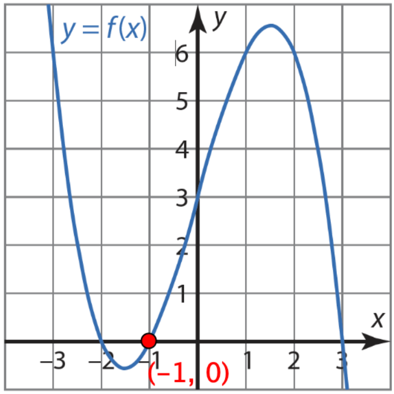
a) $f(1) \approx 4{,}0$
b) $f(2{,}5) \approx 4{,}8$
c) $x \approx -2{,}0$, $x \approx -1{,}0$, $x \approx 0{,}5$ ja $x \approx 2{,}7$

11.3

a) Etsitään se kuvaajan piste, jonka x-koordinaatti on -1.

Kohdassa $x = -1$ kuvaajalla on piste, jossa $y \approx 0$.

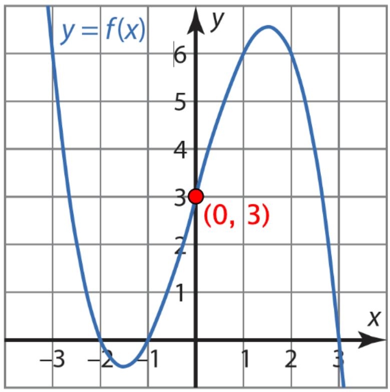
Siis $f(-1) \approx 0$.



b) Etsitään se kuvaajan piste, jonka x-koordinaatti on 0.

Kohdassa $x = 0$ kuvaajalla on piste, jossa $y \approx 3$.

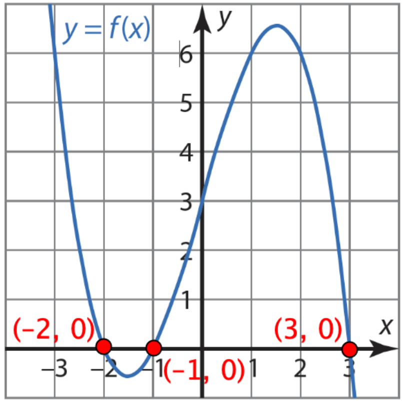
Siis $f(0) \approx 3$.



c) Etsitään ne kuvaajan pisteet, joiden y-koordinaatti on 0.

Pisteitä löytyy kolme kappaletta, ja niissä $x \approx -2$, $x \approx -1$ ja $x \approx 3$.

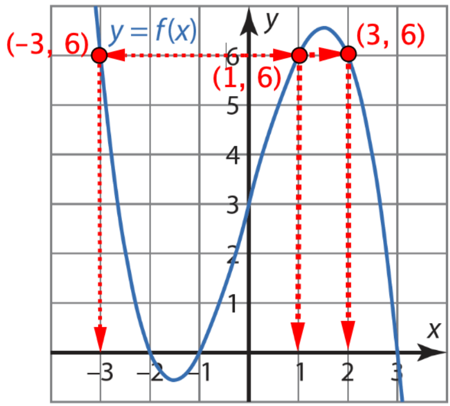
Siis $f(x) = 0$, kun $x \approx -2$, $x \approx -1$ tai $x \approx 3$.



d) Etsitään ne kuvaajan pisteet, joiden y-koordinaatti on 6.

Pisteitä löytyy kolme kappaletta, ja niissä $x \approx -3$, $x \approx 1$ ja $x \approx 2$.

Siis $f(x) = 6$, kun $x \approx -3$, $x \approx 1$ tai $x \approx 2$.



Vastaus

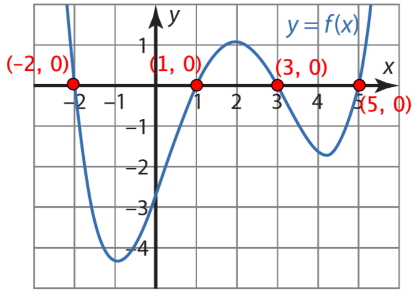
a) $f(-1) \approx 0$
b) $f(0) \approx 3$
c) $x \approx -2$, $x \approx -1$ ja $x \approx 3$
d) $x \approx -3$, $x \approx 1$ ja $x \approx 2$

11.4

a) Funktion f arvo on nolla niissä kohdissa, joissa funktion kuvaaja leikkaa x-akselin.

Funktion f nollakohdat ovat

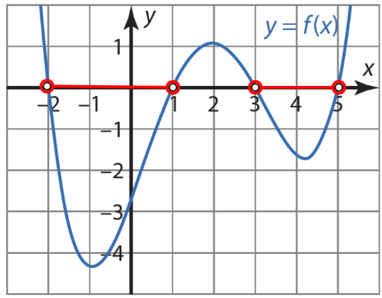
$x \approx -2$, $x \approx 1$, $x \approx 3$ ja $x \approx 5$.



b) Funktion f arvo on negatiivinen niissä kohdissa, joissa funktion kuvaaja on x-akselin alapuolella.

Funktion f arvo on negatiivinen, kun

$-2 < x < 1$ tai $3 < x < 5$.



Vastaus

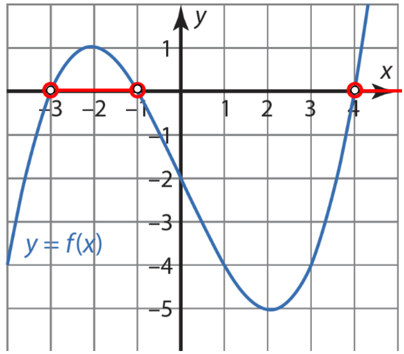
a) $x \approx -2$, $x \approx 1$, $x \approx 3$ ja $x \approx 5$ **b)** $-2 < x < 1$ tai $3 < x < 5$

11.5

a) Funktion f arvo on positiivinen niissä kohdissa, joissa funktion kuvaaja on x-akselin yläpuolella.

Funktion f arvo on positiivinen, kun

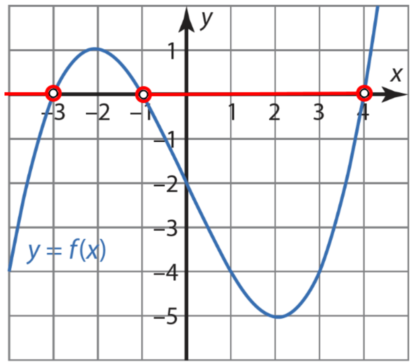
$-3 < x < -1$ tai $x > 4$.



b) Funktion f arvo on negatiivinen niissä kohdissa, joissa funktion kuvaaja on x-akselin alapuolella.

Funktion f arvo on negatiivinen, kun

$x < -3$ tai $-1 < x < 4$.



Vastaus

a) $-3 < x < -1$ tai $x > 4$ **b)** $x < -3$ tai $-1 < x < 4$

11.6

Piirretään funktion f kuvaaja.

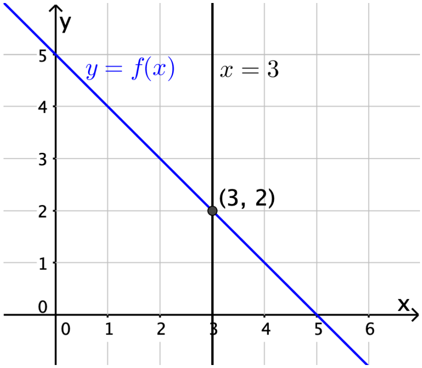
a) Etsitään se kuvaajan piste, jonka x-koordinaatti on 3.

Piirretään pystysuora suora $x = 3$.

Määritetään funktion f kuvaajan ja suoran leikkauspiste.

Leikkauspisteen y-koordinaatti on 2.

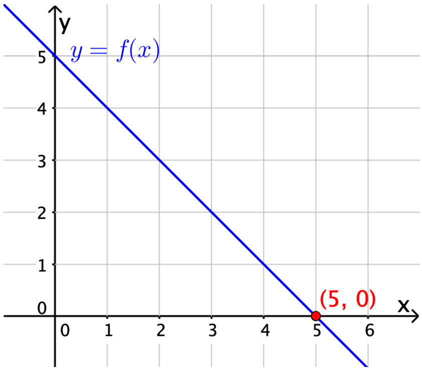
Siis $f(3) = 2$.



b) Funktion arvo on nolla niissä kohdissa, joissa funktion kuvaaja leikkaa x-akselin.

Määritetään funktion f kuvaajan ja x-akselin leikkauspisteet.

Funktion f nollakohta on $x = 5$.



Vastaus

a) $f(3) = 2$ **b)** $x = 5$

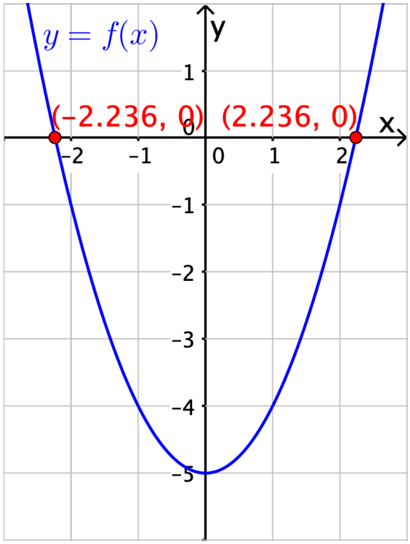
11.7

Piirretään funktion f kuvaaja.

Funktion arvo on nolla niissä kohdissa, joissa funktion kuvaaja leikkaa x-akselin.

Määritetään funktion f kuvaajan ja x-akselin leikkauspisteet.

Funktion f nollakohdat ovat $x \approx -2{,}2$ ja $x \approx 2{,}2$.



Vastaus

$x \approx -2{,}2$ ja $x \approx 2{,}2$

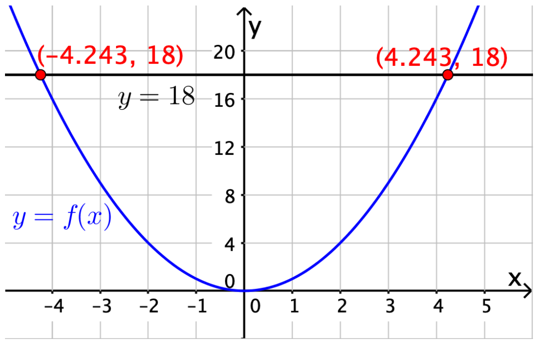
11.8

a) Piirretään funktion $f(x) = x^2$ kuvaaja.

Etsitään kuvaajalta ne pisteet, joiden y-koordinaatti on 18.

Piirretään suora $y = 18$.

Määritetään funktion f kuvaajan ja suoran leikkauspisteet.



Leikkauspisteiden x-koordinaatit ovat likimain –4,2 ja 4,2.

Siis $x^2 = 18$, kun $x \approx -4{,}2$ tai $x \approx 4{,}2$.

b) Piirretään funktion $g(x) = x^3$ kuvaaja.

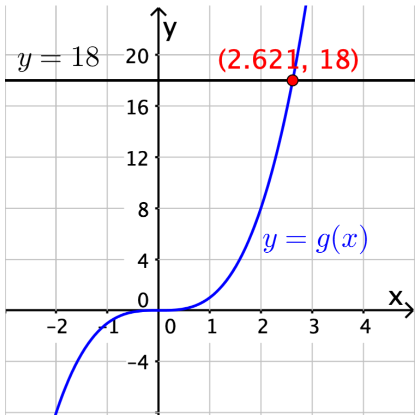
Etsitään kuvaajalta ne pisteet, joiden y-koordinaatti on 18.

Piirretään suora $y = 18$.

Määritetään funktion g kuvaajan ja suoran leikkauspiste.

Leikkauspisteen x-koordinaatti on likimain 2,6.

Siis $x^3 = 18$, kun $x \approx 2{,}6$.



Vastaus

a) **b)**

11.9

a) Piirretään funktion $g(x) = x^3$ kuvaaja.

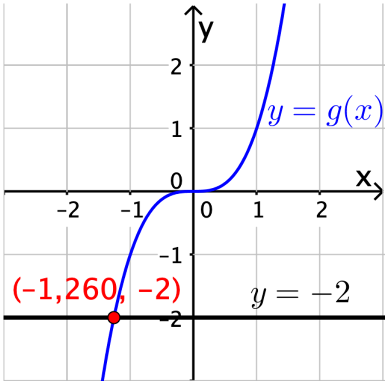
Etsitään kuvaajalta ne pisteet, joiden y-koordinaatti on -2.

Piirretään suora $y = -2$.

Määritetään funktion g kuvaajan ja suoran leikkauspiste.

Leikkauspisteen x-koordinaatti on likimain $-1{,}3$.

Siis $x^3 = -2$, kun $x \approx -1{,}3$.



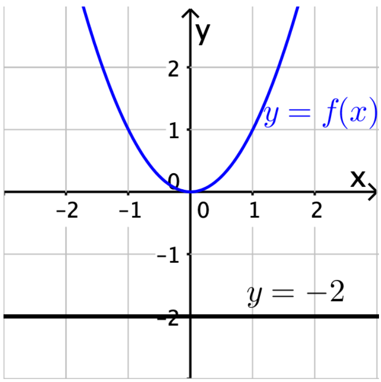
b) Piirretään funktion $f(x) = x^2$ kuvaaja.

Etsitään kuvaajalta ne pisteet, joiden y-koordinaatti on -2.

Piirretään suora $y = -2$.

Funktion f kuvaajalla ja suoralla ei ole leikkauspisteitä.

Siis yhtälöllä $x^2 = -2$ ei ole ratkaisuja.



Vastaus

a) $x \approx -1{,}3$ **b)** ei ratkaisuja

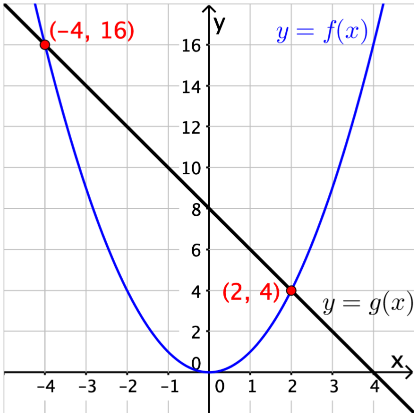
11.10

Piirretään funktioiden $f(x)=x^2$ ja $g(x)=-2x+8$ kuvaajat.

a) Määritetään kuvaajien leikkauspisteet.

Leikkauspisteet ovat

(–4, 16) ja (2, 4).

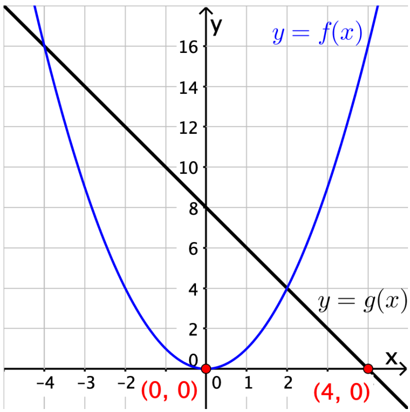


b) Määritetään funktion f kuvaajan ja x-akselin leikkauspiste.

Funktion f nollakohta on $x=0$.

Määritetään funktion g kuvaajan ja x-akselin leikkauspiste.

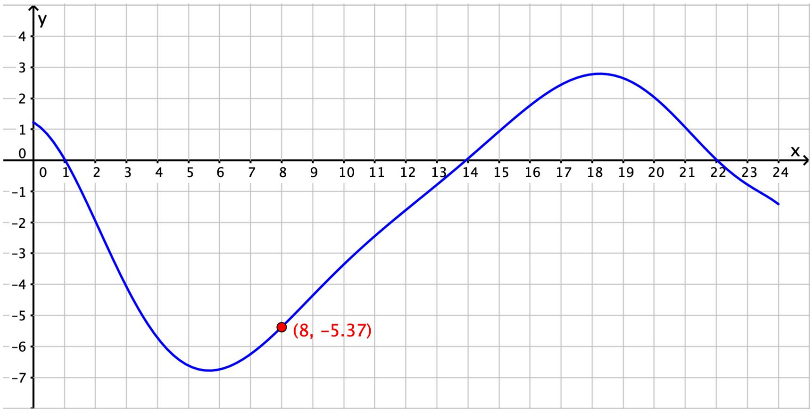
Funktion g nollakohta on $x=4$.



Vastaus
a) (–4, 16) ja (2, 4)
b) Funktion f nollakohta on $x=0$. Funktion g nollakohta on $x=4$.

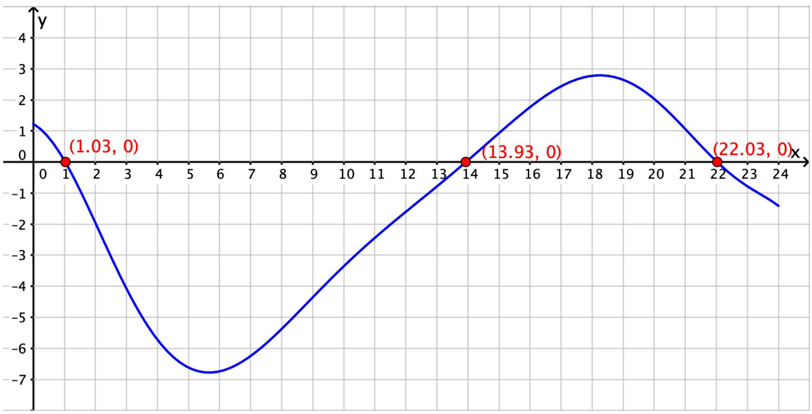
11.11

a)



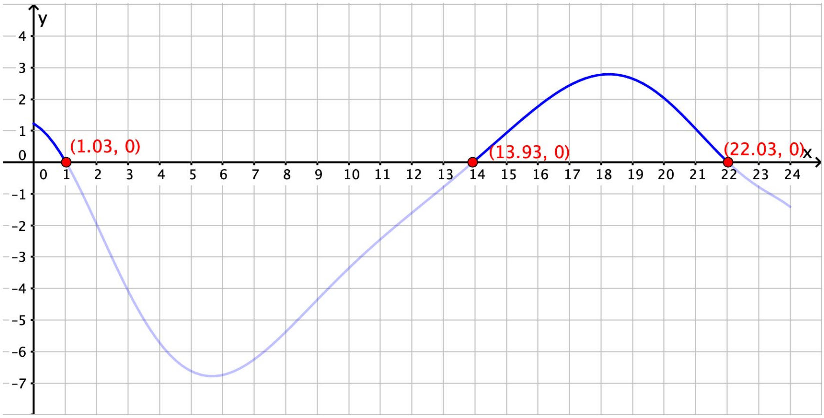
Lämpötila klo 8.00 oli –5,37 °C ≈ –5,4 °C.

b)



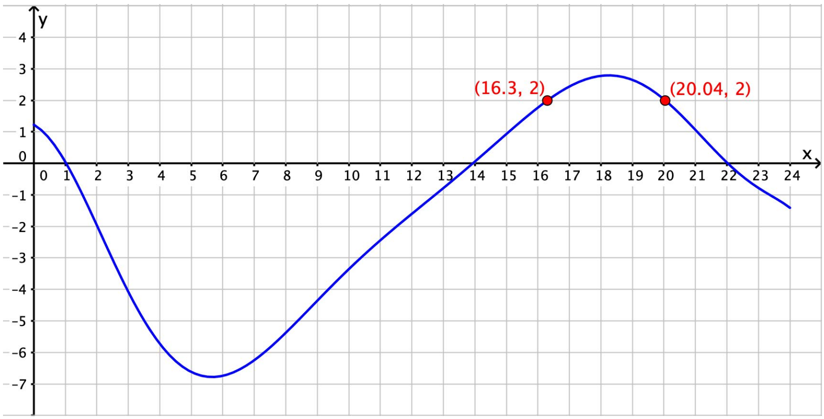
Lämpötila oli 0 °C klo 1.00, klo 14.00 ja klo 22.00.

c)



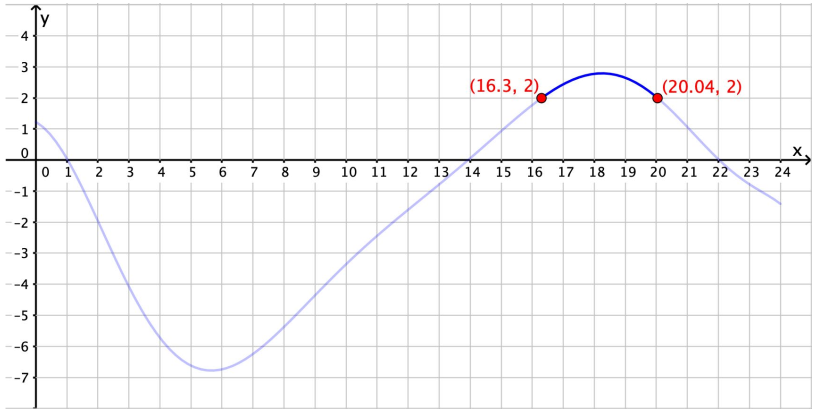
Lämpötila oli yli 0 °C aikaväleillä klo 0.00–1.00 ja klo 14.00–22.00.

d)



Lämpötila oli 2 °C klo 16.30 ja klo 20.00.

e)



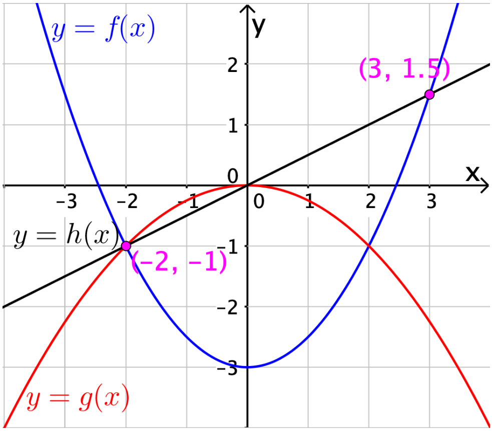
Lämpötila oli yli 2 °C aikavälillä klo 16.30–20.00.

Vastaus

a) –5,37 °C ≈ –5,4 °C
b) klo 1.00, klo 14.00 ja klo 22.00
c) klo 0.00–1.00 ja klo 14.00–22.00
d) klo 16.30 ja 20.00
e) klo 16.30–20.00

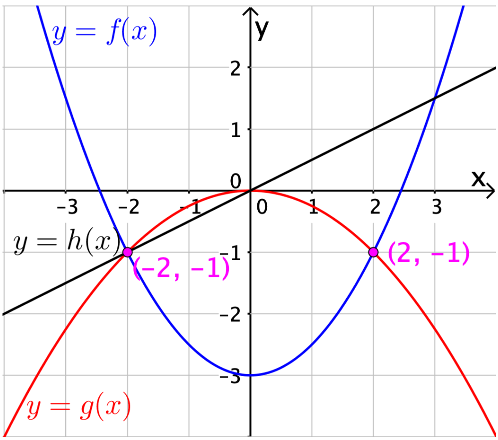
11.12

a) Määritetään funktioiden f ja h kuvaajien leikkauspisteet.



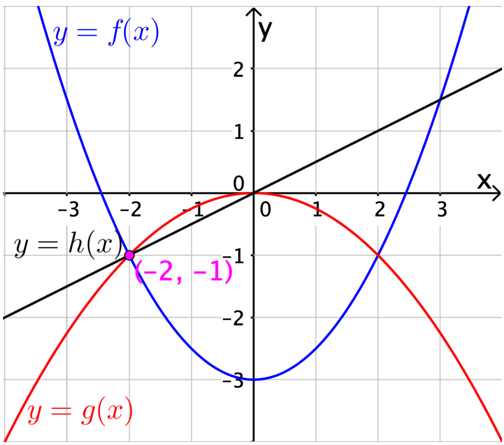
Funktiot f ja h saavat saman arvon, kun $x \approx -2$ tai $x \approx 3$.

b) Määritetään funktioiden f ja g kuvaajien leikkauspisteet.



$f(x) = g(x)$, kun $x \approx -2$ tai $x \approx 2$.

c) Määritetään funktioiden f, g ja h kuvaajien leikkauspiste.

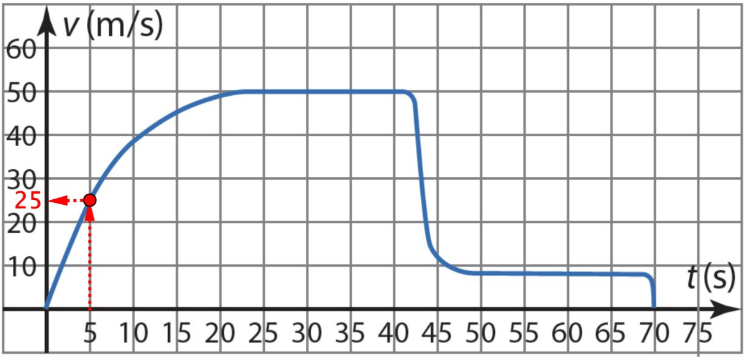


$$f(x) = g(x) = h(x), \text{ kun } x \approx -2.$$

Vastaus
a) $x \approx -2$ ja $x \approx 3$ **b)** $x \approx -2$ ja $x \approx 2$ **c)** kohdassa $x \approx -2$

11.13

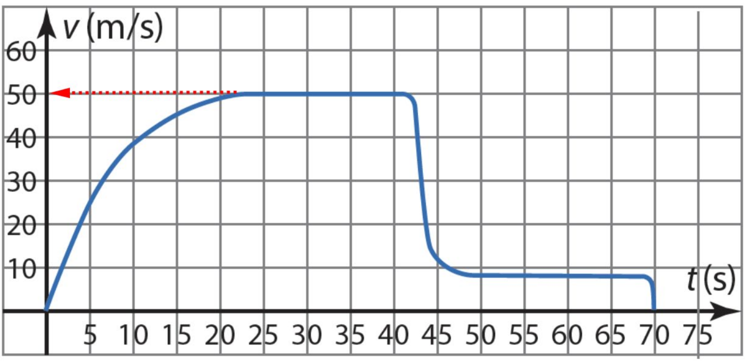
a) Etsitään se kuvaajan piste, jonka t-koordinaatti on 5.



Kohdassa $t = 5$ kuvaajalla on piste, jossa $v \approx 25$.

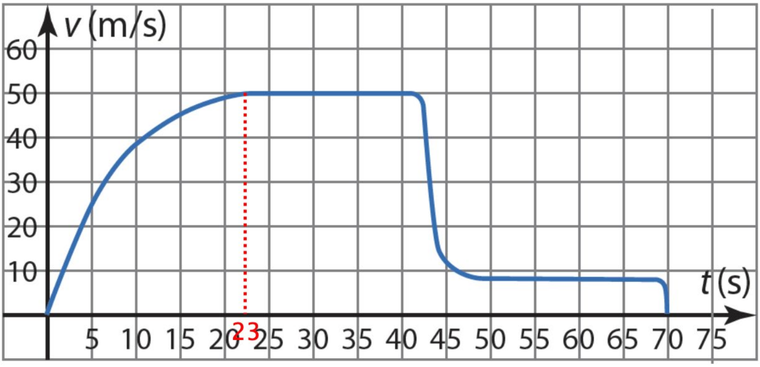
Hyppääjän nopeus oli 25 m/s.

b) Etsitään kuvaajan suurin v-koordinaatti.



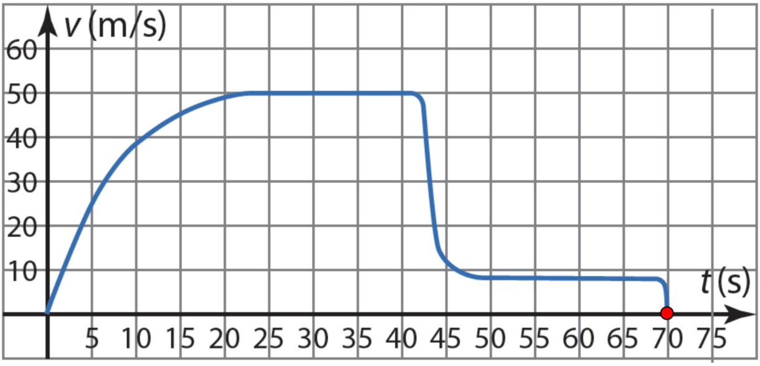
Nopeus oli suurimmillaan noin 50 m/s.

c)



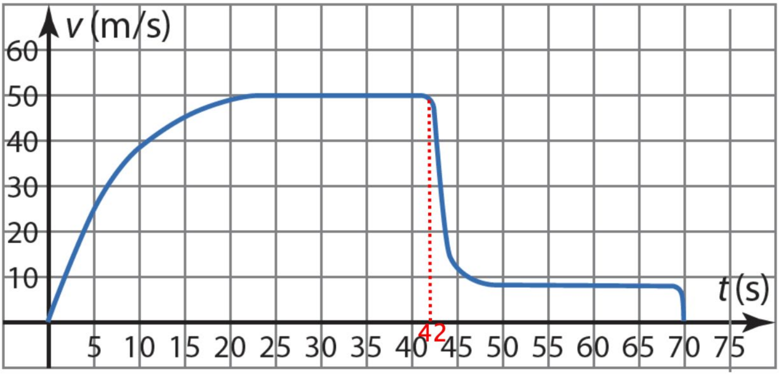
Nopeus kasvoi aikavälillä 0 s – 23 s.

d) Hyppy päättyi, kun ajanhetkellä, jolloin nopeus $v = 0$.



Hyppy kesti noin 70 s.

e)



Ajanhetkellä 42 s nopeus alkaa pienenemään voimakkaasti. Kyseisellä ajanhetkellä hyppääjä avasi laskuvarjon ja varjo alkoi hidastamaan putoamista.

Vastaus

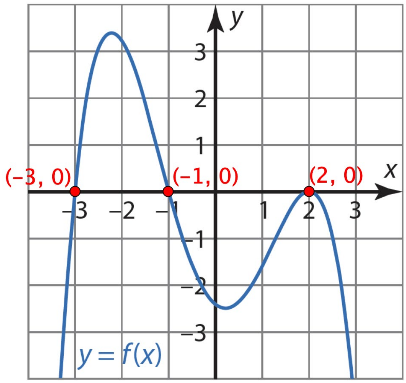
a) n. 25 m/s
b) 50 m/s
c) 0 s – 23 s
d) 70 s
e) Hyppääjä avasi laskuvarjon.

11.14

a) Funktion f arvo on nolla niissä kohdissa, joissa funktion kuvaaja leikkaa x-akselin.

Funktion f nollakohdat ovat

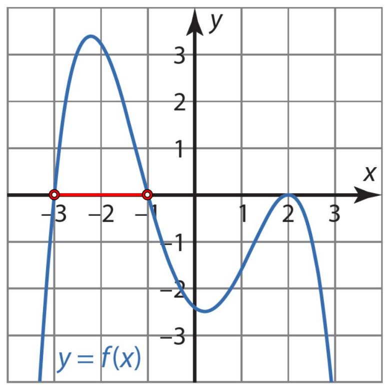
$x \approx -3$, $x \approx -1$ ja $x \approx 2$.



b) Funktion f arvo on positiivinen niissä kohdissa, joissa funktion kuvaaja on x-akselin yläpuolella.

Funktion f arvo on positiivinen, kun

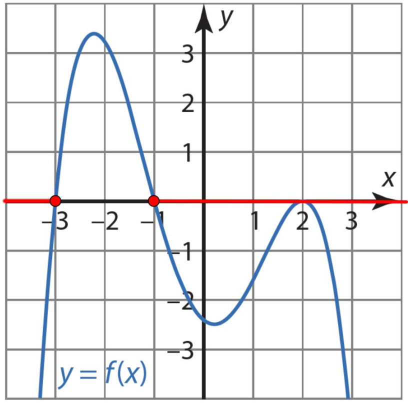
$-3 < x < -1$.



c) Funktion f arvo on epäpositiivinen niissä kohdissa, joissa funktion kuvaaja on x-akselilla tai x-akselin alapuolella.

Funktion f arvo on epäpositiivinen, kun

$x \leq -3$ tai $x \geq -1$.



Vastaus

a) $x \approx -3$, $x \approx -1$ ja $x \approx 2$ **b)** $-3 < x < -1$ **c)** $x \leq -3$ tai $x \geq -1$

11.15

Piirretään funktion f kuvaaja.

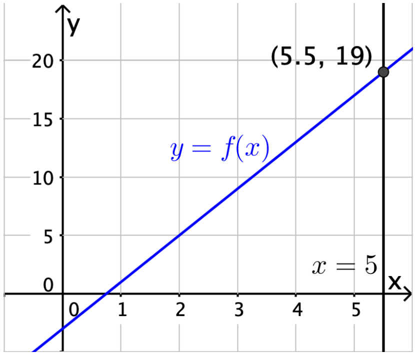
a) Etsitään se kuvaajan piste, jonka x-koordinaatti on 5,5.

Piirretään pystysuora suora $x = 5{,}5$.

Määritetään funktion f kuvaajan ja suoran leikkauspiste.

Leikkauspisteen y-koordinaatti on 19.

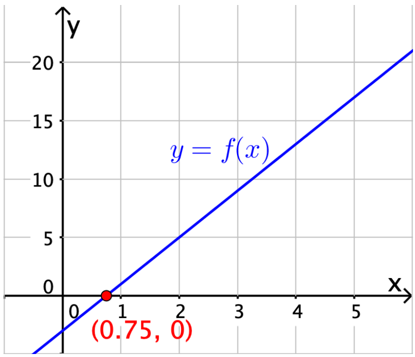
Siis $f(5{,}5) = 19$.



b) Funktion arvo on nolla niissä kohdissa, joissa funktion kuvaaja leikkaa x-akselin.

Määritetään funktion f kuvaajan ja x-akselin leikkauspiste.

Funktion f nollakohta on $x = 0{,}75$.



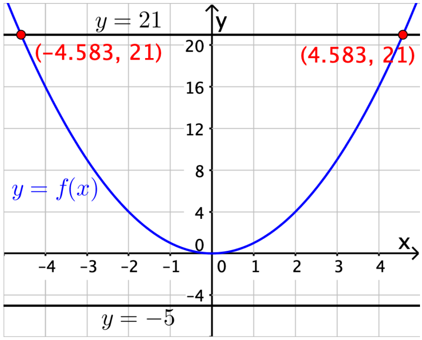
Vastaus

a) $f(5{,}5) = 19$ **b)** $x = 0{,}75$

11.16

a) Piirretään funktion $f(x) = x^2$ kuvaaja.

Etsitään kuvaajalta ne pisteet, joiden y-koordinaatti on 21.



Piirretään suora $y = 21$.

Määritetään funktion f kuvaajan ja suoran leikkauspisteet.

Leikkauspisteiden x-koordinaatit ovat likimain $-4,6$ ja $4,6$.

Siis $x^2 = 21$, kun
$x \approx -4,6$ tai $x \approx 4,6$.

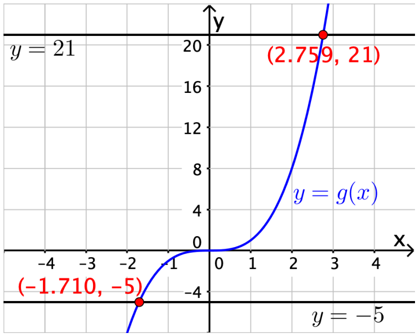
Etsitään kuvaajalta ne pisteet, joiden y-koordinaatti on -5.

Piirretään suora $y = -5$.

Funktion f kuvaajalla ja suoralla ei ole yhtään leikkauspistettä. Täten yhtälöllä $x^2 = -5$ ei ole ratkaisuja.

b) Piirretään funktion $g(x) = x^3$ kuvaaja.

Etsitään kuvaajalta ne pisteet, joiden y-koordinaatti on 21.



Piirretään suora $y = 21$.

Määritetään funktion g kuvaajan ja suoran leikkauspiste.

Leikkauspisteen x-koordinaatti on likimain 2,8.

Siis $x^3 = 21$, kun $x \approx 2{,}8$.

Etsitään kuvaajalta ne pisteet, joiden y-koordinaatti on -5.

Piirretään suora $y = -5$.

Määritetään funktion g kuvaajan ja suoran leikkauspiste.

Leikkauspisteen x-koordinaatti on likimain $-1{,}7$

Siis $x^3 = -5$, kun $x \approx -1{,}7$.

Vastaus

a) Yhtälön $x^2 = 21$ ratkaisut ovat $x \approx -4{,}6$ ja $x \approx 4{,}6$.
Yhtälöllä $x^2 = -5$ ei ole ratkaisuja.

b) Yhtälön $x^3 = 21$ ratkaisu on $x \approx 2{,}8$.
Yhtälön $x^3 = -5$ ratkaisu on $x \approx -1{,}7$.

11.17

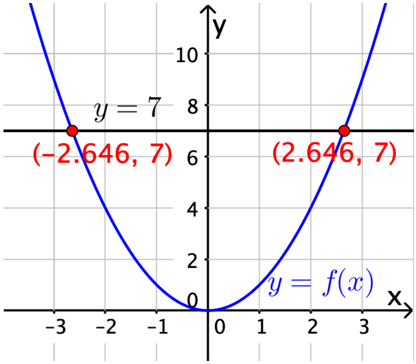
Piirretään funktion $f(x) = x^2$ kuvaaja.

a) Etsitään kuvaajalta ne pisteet, joiden y-koordinaatti on 7.

Piirretään suora $y = 7$.

Määritetään funktion f kuvaajan ja suoran leikkauspisteet.

Leikkauspisteiden x-koordinaatit ovat likimain $-2{,}6$ ja $2{,}6$.



Siis $x^2 = 7$, kun $x \approx -2{,}6$ tai $x \approx 2{,}6$.

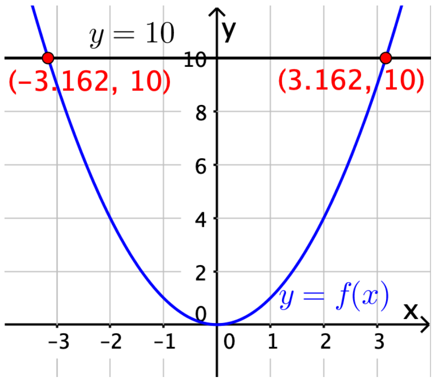
b) Luvun 7 neliöjuuri on se epänegatiivinen luku, jonka toinen potenssi on 7. a-kohdan perusteella $2{,}6^2 \approx 7$, joten $\sqrt{7} \approx 2{,}6$.

c) Etsitään funktion $f(x) = x^2$ kuvaajalta ne pisteet, joiden y-koordinaatti on 10.

Piirretään suora $y = 10$.

Määritetään funktion f kuvaajan ja suoran leikkauspiste.

Leikkauspisteiden x-koordinaatit ovat likimain $-3{,}2$ ja $3{,}2$.



Siis $x^2 = 10$, kun $x \approx -3{,}2$ tai $x \approx 3{,}2$. Täten $\sqrt{10} \approx 3{,}2$.

Vastaus

a) $x \approx -2{,}6$ tai $x \approx 2{,}6$ **b)** $\sqrt{7} \approx 2{,}6$ **c)** $\sqrt{10} \approx 3{,}2$

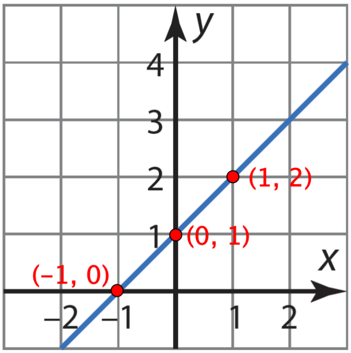
11.18

Funktio $f(x) = x + 1$

Lasketaan funktion arvo muutamassa kohdassa.

x	$f(x)$	Kuvaajan piste
–1	$f(-1) = -1 + 1 = 0$	(–1, 0)
0	$f(0) = 0 + 1 = 1$	(0, 1)
1	$f(1) = 1 + 1 = 2$	(1, 2)

Funktion f kuvaaja on vaihtoehto 1.

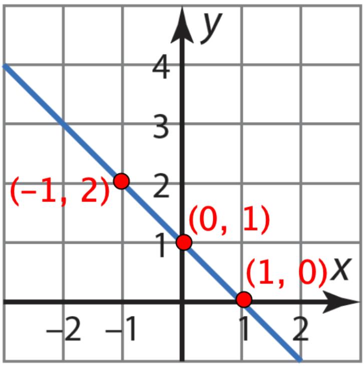


Funktio $g(x) = -x + 1$

Lasketaan funktion arvo muutamassa kohdassa.

x	$g(x)$	Kuvaajan piste
–1	$g(-1) = -(-1) + 1 = 2$	(–1, 2)
0	$g(0) = -0 + 1 = 1$	(0, 1)
1	$g(1) = -1 + 1 = 0$	(1, 0)

Funktion g kuvaaja on vaihtoehto 4.

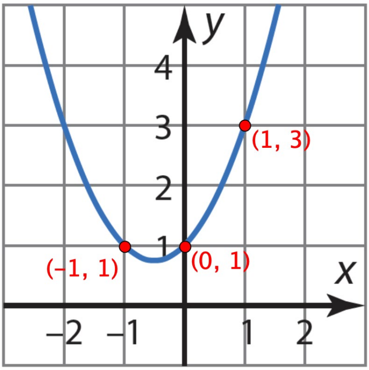


Funktio $h(x) = x^2 + x + 1$

Lasketaan funktion arvo muutamassa kohdassa.

x	$h(x)$	Kuvaajan piste
-1	$h(-1) = (-1)^2 + (-1) + 1 = 1$	$(-1, 1)$
0	$h(0) = 0^2 + 0 + 1 = 1$	$(0, 1)$
1	$h(1) = 1^2 + 1 + 1 = 3$	$(1, 3)$

Funktion h kuvaaja on vaihtoehto 2.

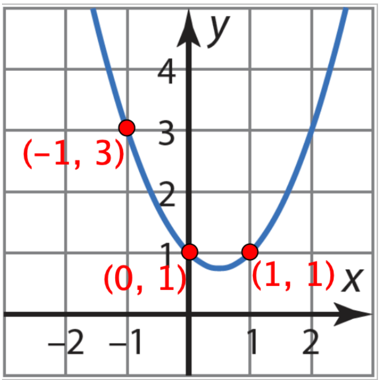


Funktio $i(x) = x^2 - x + 1$

Lasketaan funktion arvo muutamassa kohdassa.

x	$i(x)$	Kuvaajan piste
-1	$i(-1) = (-1)^2 - (-1) + 1 = 3$	$(-1, 3)$
0	$i(0) = 0^2 - 0 + 1 = 1$	$(0, 1)$
1	$i(1) = 1^2 - 1 + 1 = 1$	$(1, 1)$

Funktion h kuvaaja on vaihtoehto 3.



Vastaus
$f - 1,\ g - 4,\ h - 2,\ i - 3$

11.19

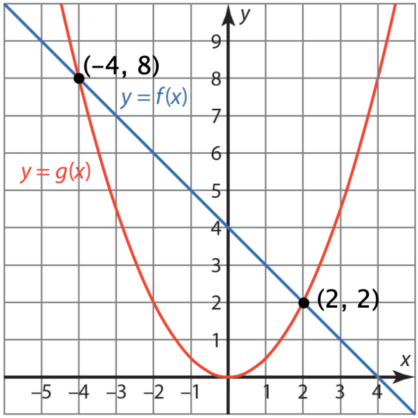
a) Funktioiden kuvaajat leikkaavat pisteissä (–4, 8) ja (2, 2).

Funktiot saavat siis saman arvon, kun

$x \approx -4 \quad \left(f(-4) = g(-4) \approx 8\right)$

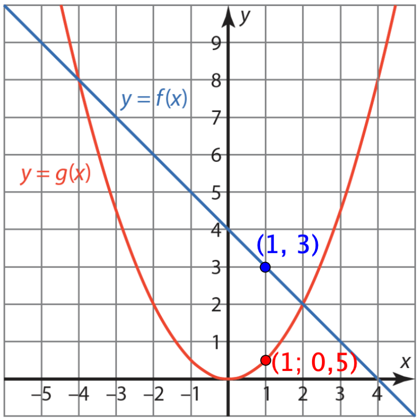
ja

$x \approx 2 \quad \left(f(2) = g(2) \approx 2\right)$.



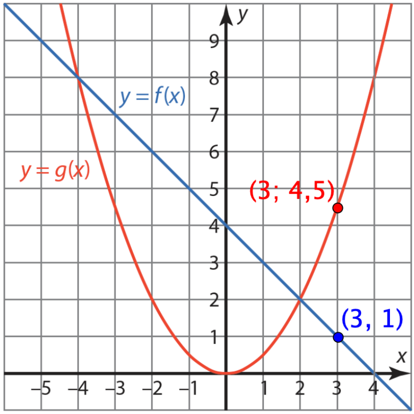
b) Kuvaajan perusteella $f(1) \approx 3$ ja $g(1) \approx 0,5$.

Siis $f(1)$ on suurempi kuin $g(1)$.



c) Kuvaajan perusteella $f(3) \approx 1$ ja $g(3) \approx 4{,}5$.

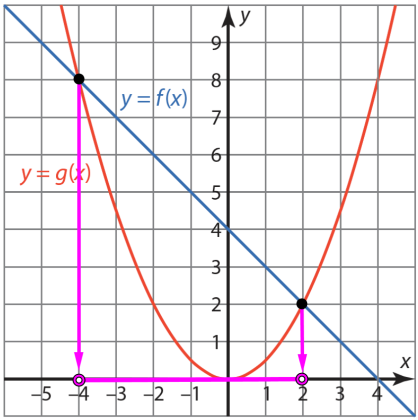
Siis $g(3)$ on suurempi kuin $f(3)$.



d) Funktion f arvo on suurempi kuin funktion g arvo niillä muuttujan x arvoilla, joilla funktion f kuvaaja on funktion g kuvaajan yläpuolella.

Siis funktion f arvo on suurempi kuin funktion g arvo, kun

$-4 < x < 2$.

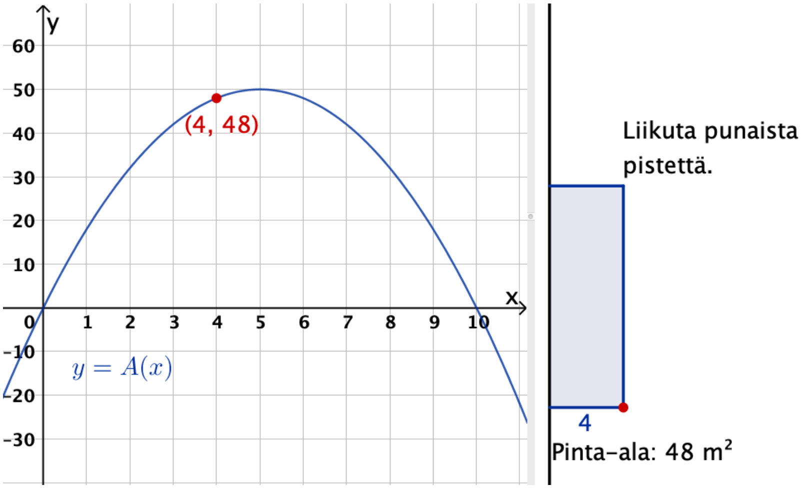


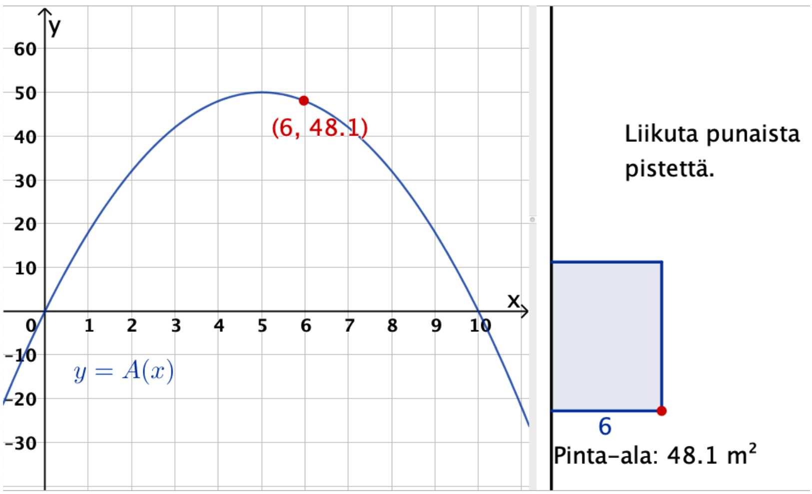
Vastaus

a) $x \approx -4$ ja $x \approx 2$ **b)** $f(1)$ **c)** $g(3)$ **d)** $-4 < x < 2$

11.20

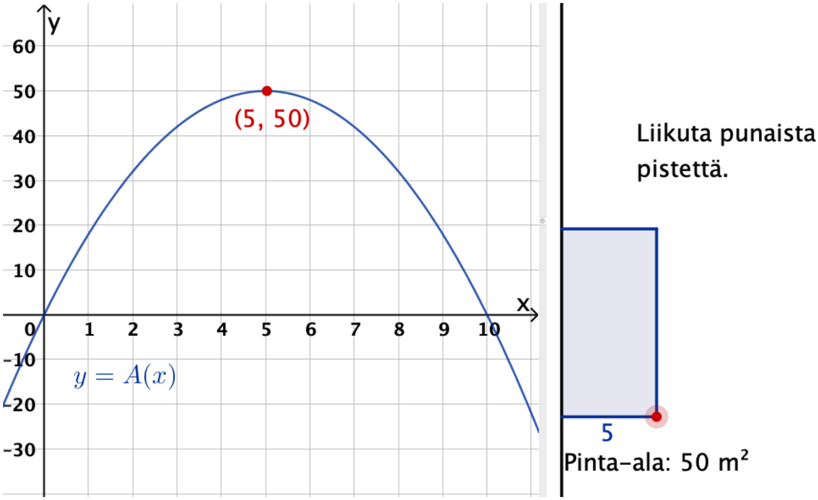
a)





Appletin perusteella seinää vastaan kohtisuoran sivun pituuden tulee olla yli 4 m mutta alle 6 m.

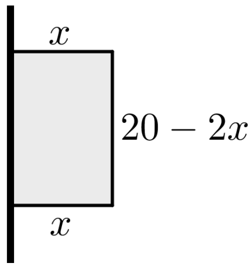
b)



Appletin perusteella aitauksen suurin mahdollinen pinta-ala on 50 m^2.

Tällöin seinää vastaan kohtisuoran sivun pituus on 5 m ja seinän suuntaisen sivun pituus on $20 - 2 \cdot 5 = 10$ m.

c) Kun mökin seinää vastaan kohtisuoran sivun pituus on x m, kuluu kohtisuoriin sivuihin aitaa yhteensä $2x$ metriä.



Tällöin kolmannen sivun pituus on $20 - 2x$ metriä.

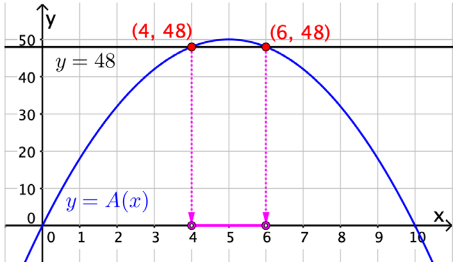
Aitauksen pinta-alan ilmaisee funktio

$$\begin{aligned} A(x) &= x \cdot (20 - 2x) \\ &= 20x - 2x^2 \\ &= -2x^2 + 20x. \end{aligned}$$

Piirretään funktion $A(x)$ kuvaaja.

Vastataan ensin a-kohdan kysymykseen.

Piirretään suora $y = 48$, ja määritetään suoran ja funktion A kuvaajan leikkauspisteet.

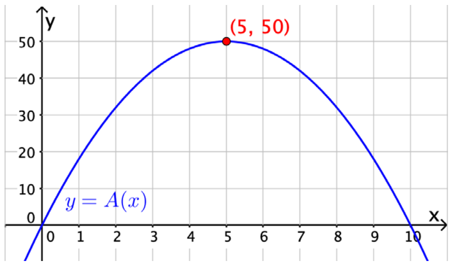


Kuvaajan perusteella funktion A arvot ovat suurempia kuin 48, kun $4 < x < 6$

Siis aitauksen pinta-ala on yli 48 m^2, kun $4 < x < 6$.

Vastataan seuraaksi b-kohdan kysymykseen.

Määritetään funktion suurin arvo GeoGebran **Ääriarvot**-työkalulla (tai muun käytettävän ohjelman vastaavalla toiminnolla).



Funktion A suurin arvo on 50 eli aitauksen suurin mahdollinen pinta-ala on 50 m^2. Tällöin seinää vastaan kohtisuoran sivun pituus $x = 5$ m ja seinän suuntaisen sivun pituus on $20 - 2 \cdot 5 = 10$ m.

Vastaus

a) Kohtisuoran sivun pituus yli 4 m mutta alle 6 m.

b) Suurin pinta-ala on 50 m^2. Tällöin seinää vastaan kohtisuoran sivun pituus 5 m ja seinän suuntaisen sivun pituus 10 m.

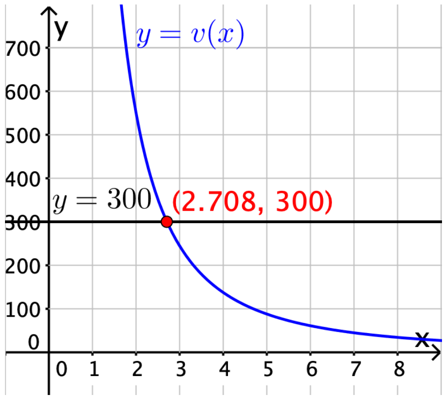
c) $A(x) = -2x^2 + 20x$

Pinta-ala yli 48 m^2, kun $4 < x < 6$.
Suurin pinta-ala on 50 m^2. Tällöin seinää vastaan kohtisuoran sivun pituus 5 m ja seinän suuntaisen sivun pituus 10 m.

11.21

Piirretään funktion $v(x)=\dfrac{2200}{x^2}$ kuvaaja.

a) Valaistusvoimakkuuden v tulee olla 300 (lx). Etsitään se kuvaajan piste, jossa $y = 300$.



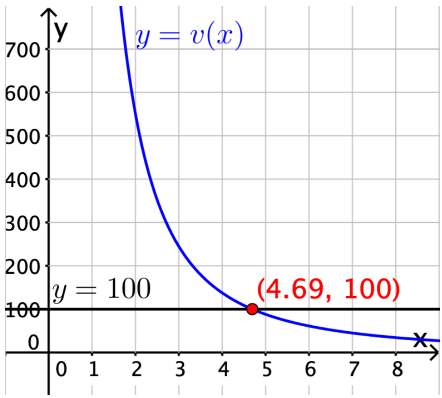
Piirretään suora $y = 300$.

Määritetään suoran ja funktion v kuvaajan leikkauspiste.

Leikkauspisteessä $x \approx 2{,}7$ (m).

Siis valaistusvoimakkuus on vielä riittävä luokkahuoneeseen etäisyydellä 2,7 m.

b) Valaistusvoimakkuuden v tulee olla 100 (lx). Etsitään se kuvaajan piste, jossa $y = 100$.



Piirretään suora $y = 100$.

Määritetään suoran ja funktion v kuvaajan leikkauspiste.

Leikkauspisteessä $x \approx 4{,}7$ (m).

Siis valaistusvoimakkuus on vielä riittävä käytävään etäisyydellä 4,7 m.

Vastaus

a) 2,7 m **b)** 4,7 m

11.22

a) Sähkönkulutus vuonna 1970 on funktion s arvo kohdassa $x = 0$.

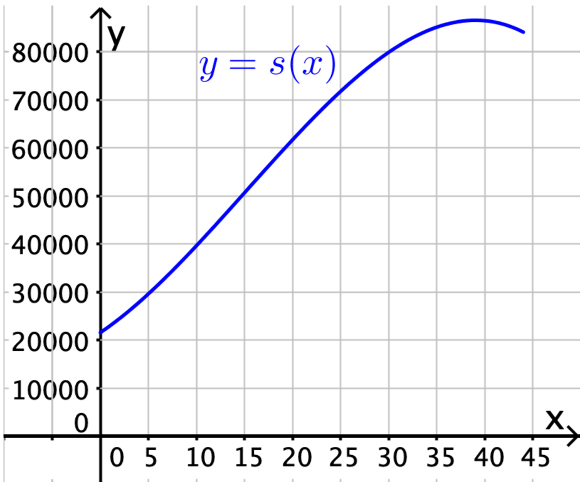
$$s(0) = -1{,}3 \cdot 0^3 + 58{,}8 \cdot 0^2 + 1349{,}4 \cdot 0 + 21\,583 = 21\,583 \approx 21\,600 \text{ (GWh)}$$

Sähkönkulutus vuonna 2014 on funktion arvo kohdassa $x = 2014 - 1970 = 44$.

$$s(44) = -1{,}3 \cdot 44^3 + 58{,}8 \cdot 4^2 + 1349{,}4 \cdot 44 + 21\,583 = 84\,054{,}2 \approx 84\,100 \text{ (GWh)}$$

Huomaa, että voit määrittää funktion s laskimeen ja laskea funktion arvot $s(0)$ ja $s(44)$ laskimella.

b) Piirretään funktion s kuvaaja välillä $0 \leq x \leq 44$.



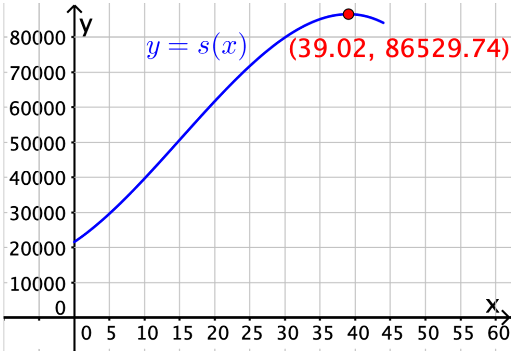
GeoGebrassa komento on
”$s(x)$ = JOS($0 \leq x \leq 44$, $-1.3x^3+58.8x^2 + 1349.4x + 21583$)”.

Muista skaalata kuvaajaikkunaan niin, että esimerkiksi a-kohdassa lasketut funktion arvot ovat näkyvissä.

c) Määritetään funktion suurin arvo GeoGebran **Ääriarvot**-työkalulla (tai käytettävän ohjelman vastaavalla toiminnolla).

Funktion kuvaaja vaihtuu laskevaksi kohdassa $x \approx 39$.

Sähkönkulutus siis kääntyi laskuun vuonna $1970 + 39 = 2009$.



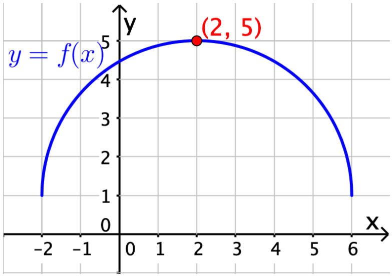
Vastaus
a) 21 600 GWh vuonna 1970 ja 84 100 GWh vuonna 2014
c) vuonna 2009

11.23

Piirretään funktion $f(x) = \sqrt{-x^2 + 4x + 12} + 1$ kuvaaja.

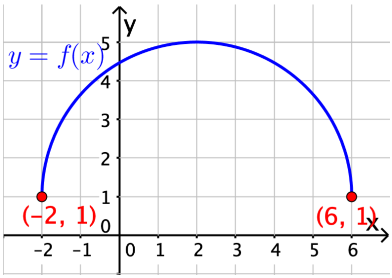
a) Kuvaan pisteiden suurin y-koordinaatti on 5 (kohdassa $x = 2$).

Siis kuvaajan perusteella funktion f suurin arvo on 5.



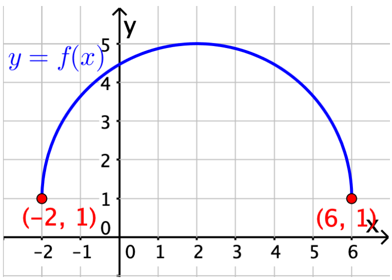
b) Kuvaajan pisteiden pienin y-koordinaatti on 1 (kohdissa $x = -2$ ja $x = 6$).

Siis kuvaajan perusteella funktion f pienin arvo on 1.



c) Kuvaajan pisteiden x-koordinaatit ovat välillä $-2 \leq x \leq 6$.

Siis kuvaajan perusteella funktio f on määritelty, kun $-2 \leq x \leq 6$.



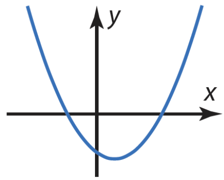
Vastaus

a) 5 **b)** 1 **c)** $-2 \leq x \leq 6$

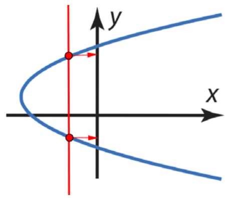
11.24

Kuvaaja $y = f(x)$ voi olla funktion f kuvaaja, jos jokaista mahdollista muuttujan x arvoa vastaa täsmälleen yksi funktion arvo y.

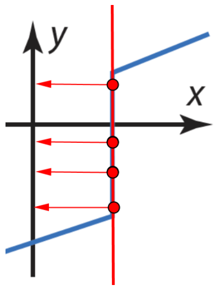
a) Voi olla, koska jokaista muuttujan x arvoa vastaa täsmälleen yksi funktion arvo y.



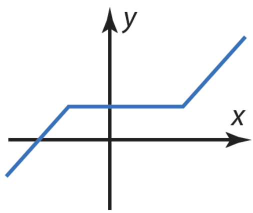
b) Ei voi olla, koska samaa muuttujan x arvoa vastaa kaksi eri funktion arvoa y.



c) Ei voi olla, koska samaa muuttujan x arvoa vastaa mielivaltaisen monta eri funktion arvoa y.



d) Voi olla, koska jokaista muuttujan x arvoa vastaa täsmälleen yksi funktion arvo y.



Vastaus
a) voi **b)** ei voi **c)** ei voi **d)** voi