

1.1

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & -8 - 3 \\ & = -11 \end{aligned}$$

Luvusta -8 vähennetään luku 3 eli siirrytään lukusuoralla 3 yksikköä vasemmalle.

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad & -1 - (-6) \\ & = -1 + 6 \\ & = 5 \end{aligned}$$

Lukuun -1 lisätään luku 6 eli siirrytään lukusuoralla 6 yksikköä oikealle.

Vastaus

$$\text{a)} -11 \quad \text{b)} 5$$

1.2

a) $8 + (-12) = 8 - 12 = -4$

b) $-6 + (-7) = -6 - 7 = -13$

c) $-10 - 6 = -16$

d) $-15 - (-3) = -15 + 3 = -12$

Vastaus

a) -4 b) -13 c) -16 d) -12

1.3

a) $3 + (-7) = 3 - 7 = -4$

b) $5 - (-15) = 5 + 15 = 20$

Vastaus

a) $3 + (-7) = -4$ b) $5 - (-15) = 20$

1.4

a) $-(-8)$
 $= 8$

Luvun vastaluku merkitään luvun eteen laitettavan miinusmerkin avulla.

b) $|-16| = 16$

Luvun itseisarvo ilmaisee luvun etäisyyden lukusuoralla nolasta.

c) $|6 - 9|$
 $= |-3|$
 $= 3$

Lasketaan ensin erotus

Luvun itseisarvo ilmaisee luvun etäisyyden lukusuoralla nolasta.

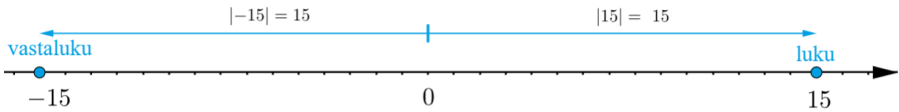
Vastaus

a) $-(-8) = 8$ b) $|-16| = 16$ c) $|6 - 9| = 3$

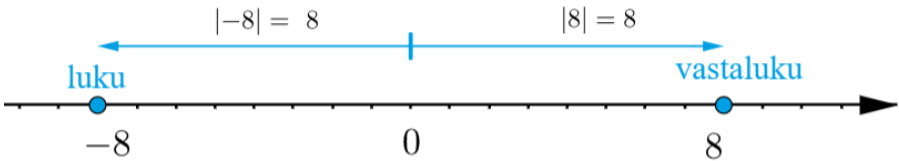
1.5

Luku ja sen vastaluku ovat lukusuoralla yhtä kaukana nolasta, nollan vastakkaisilla puolilla. Luvulla ja sen vastaluvulla on siis sama itseisarvo.

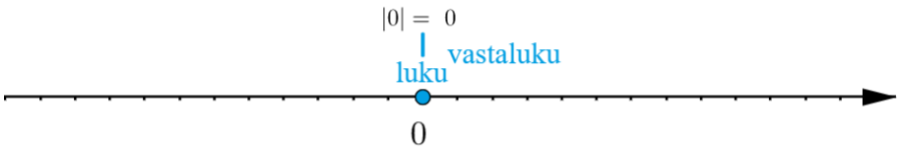
a) Luvun 15 vastaluku on -15 .



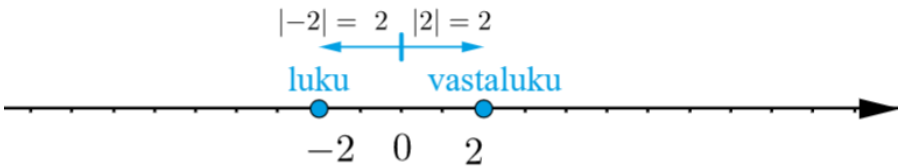
b) Luvun -8 vastaluku on $-(-8) = 8$.



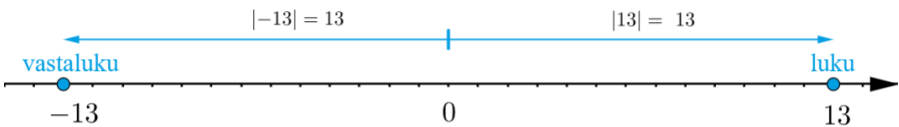
c) Luvun 0 vastaluku on 0.



d) Luvun -2 vastaluku on $-(-2) = 2$.



e) Luvun 13 vastaluku on -13 .



Vastaus

a) -15 b) 8 c) 0 d) 2 e) -13

1.6

a) $|19| = 19$

b) $|-5| = 5$

c) $|0| = 0$

d) $|-1| = 1$

e) $|8| = 8$

Vastaus

a) 19 b) 5 c) 0 d) 1 e) 8

1.7

$$\begin{aligned}\text{a) } & 6 : (-2) \cdot (-3) \\ & = -3 \cdot (-3) \\ & = 9\end{aligned}$$

Osamäärä $6 : (-2)$ on negatiivinen.

Tulo $-3 \cdot (-3)$ on positiivinen.

$$\begin{aligned}\text{b) } & 2 \cdot 7 - (16 : 8 - 3) + 5 \\ & = 2 \cdot 7 - (2 - 3) + 5 \\ & = 2 \cdot 7 - (-1) + 5 \\ & = 2 \cdot 7 + 1 + 5 \\ & = 14 + 1 + 5 \\ & = 20\end{aligned}$$

Lasketaan sulkeiden sisällä oleva jakolasku.

Lasketaan sulkeiden sisällä oleva vähennyslasku.

Lasketaan kertolasku.

Lasketaan yhteenlaskut vasemmalta oikealle.

Vastaus

$$\text{a) } 9 \quad \text{b) } 20$$

1.8

$$\begin{aligned}\text{a)} \quad & 4 - 3 \cdot (2 - 5) \\ & = 4 - 3 \cdot (-3) \\ & = 4 + 9 \\ & = 13\end{aligned}$$

Lasketaan sulkeiden sisällä oleva erotus.

Lasketaan kertolasku. Tulo $-3 \cdot (-3)$ on positiivinen.

$$\begin{aligned}\text{b)} \quad & 5 \cdot (-1) \cdot (-8) \cdot (-2) \\ & = -5 \cdot (-8) \cdot (-2) \\ & = 40 \cdot (-2) \\ & = -80\end{aligned}$$

Lasketaan kertolaskut vasemmalta oikealle.

$$\begin{aligned}\text{c)} \quad & 150 - 50 : (-5) \\ & = 150 + 10 \\ & = 160\end{aligned}$$

Lasketaan jakolasku. Osamäärä $-50 : (-5)$ on positiivinen.

$$\begin{aligned}\text{d)} \quad & -150 : (-5) : (-3) \\ & = 30 : (-3) \\ & = -10\end{aligned}$$

Lasketaan jakolaskut vasemmalta oikealle.

Vastaus

$$\text{a)} 13 \quad \text{b)} -80 \quad \text{c)} 160 \quad \text{d)} -10$$

1.9

a) $16 + 857 + 84$

$$= 16 + 84 + 857$$

$$= 100 + 857$$

$$= 957$$

Vaihdetaan lukujen 857 ja 84 järjestys (vaihdantalaki).

Lasketaan summa $16 + 84$.

b) $5 \cdot 92 \cdot 20$

$$= 92 \cdot 5 \cdot 20$$

$$= 92 \cdot 100$$

$$= 9200$$

Vaihdetaan lukujen 5 ja 92 järjestys (vaihdantalaki).

Lasketaan tulo $5 \cdot 20$.

c) $75 \cdot 102$

$$= 75 \cdot (100 + 2)$$

$$= 75 \cdot 100 + 75 \cdot 2$$

$$= 7500 + 150$$

$$= 7650$$

Kirjoitetaan luku 102 summaksi $100 + 2$.

Kerrotaan sulkeet auki (osittelulaki).

Lasketaan kertolaskut.

Lasketaan yhteenlasku.

Vastaus

a) 957 b) 9200 c) 7650

1.10

Tiinan päättely oli oikein.

Perustellaan Tiinan välivaiheet käyttäen lukujen laskulakeja.

$$99 \cdot 73$$

$$= 73 \cdot 99$$

$$= 73 \cdot (100 - 1)$$

$$= 73 \cdot 100 - 73 \cdot 1$$

$$= 7300 - 73$$

$$= 7227$$

Vaihdetaan tulontekijöiden järjestys
(vaihdantalaki).

Kirjoitetaan luku 99 erotukseksi $100 - 1$.

Kerrotaan sulkeet auki (osittelulaki).

Lasketaan kertolaskut.

Lasketaan vähennyslasku.

Vastaus

Tiinan päättely oli oikein.

1.11

$$\begin{aligned}\text{a)} \quad & -(7 + (-15)) \\ & = -(7 - 15) \\ & = -(-8) \\ & = 8\end{aligned}$$

Lukujen 7 ja -15 summa on $7 + (-15)$. Summan vastaluku merkitään sen eteen laitettavan miinusmerkin avulla.

b) Luvun 7 vastaluku on -7 . Luvun -15 vastaluku on $-(-15)$. Vastalukujen summa on

$$(-7) + (-(-15)) = -7 + 15 = 8.$$

$$\begin{aligned}\text{c)} \quad & -|7 + (-15)| \\ & = -|7 - 15| \\ & = -|-8| \\ & = -8\end{aligned}$$

Vastaus

$$\text{a)} \quad -(7 + (-15)) = 8 \quad \text{b)} \quad (-7) + (-(-15)) = 8 \quad \text{c)} \quad -|7 + (-15)| = -8$$

1.12

$$\begin{aligned}\text{a) } 18 - (-3 - 2) \\ &= 18 - (-5) \\ &= 18 + 5 \\ &= 23\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{b) } 16 : (-4) \cdot 2 : 4 \\ &= -4 \cdot 2 : 4 \\ &= -8 : 4 \\ &= -2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{c) } 5 + 2 \cdot (3 - 6 \cdot 2) \\ &= 5 + 2 \cdot (3 - 12) \\ &= 5 + 2 \cdot (-9) \\ &= 5 - 18 \\ &= -13\end{aligned}$$

Vastaus

a) 23 b) -2 c) -13

1.13

- a) Lasketaan lämpötilojen -15 °C ja -4 °C erotus.

$$-15 - (-4) = -15 + 4 = -11$$

Lämpötila laski 11 astetta.

- b) Lämpötila -15 °C nousi 12 °C .

$$-15 + 12 = -3$$

Lämpötila oli -3 °C .

- c) Lämpötila -3 °C nousi 7 °C ja laski 13 °C .

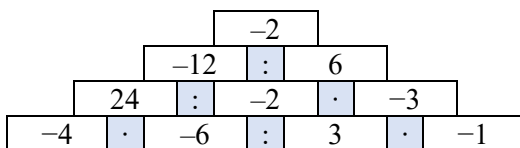
$$-3 + 7 - 13 = 4 - 13 = -9$$

Lämpötila oli illalla -9 °C .

Vastaus

- a) 11 astetta b) -3 °C c) -9 °C

1.14



Vastaus

-2

1.15

a) $-(-6)$
 $= 6$

Luvun vastaluku merkitään luvun eteen laitettavan miinusmerkin avulla.

b) $|-13|=13$

Luvun itseisarvo ilmaisee luvun etäisyyden lukusuoralla nolasta.

c) $|-8-(-2)|$
 $= |-8+2|$
 $= |-6|$
 $= 6$

Lasketaan ensin summa.

Luvun itseisarvo ilmaisee luvun etäisyyden lukusuoralla nolasta.

Vastaus

a) $-(-6) = 6$ b) $|-13| = 13$ c) $|-8-(-2)| = 6$

1.16

$$\begin{aligned}\text{a) } & -8 : (-2) \cdot (-3) \\ & = 4 \cdot (-3) \\ & = -12\end{aligned}$$

Osamäärä $-8 : (-2)$ on positiivinen.

Tulo $4 \cdot (-3)$ on negatiivinen.

$$\begin{aligned}\text{b) } & 1 + 3 \cdot (2 - 16 : 2) - 9 \\ & = 1 + 3 \cdot (2 - 8) - 9 \\ & = 1 + 3 \cdot (-6) - 9 \\ & = 1 - 18 - 9 \\ & = -17 - 9 \\ & = -26\end{aligned}$$

Lasketaan sulkeiden sisällä oleva jakolasku.

Lasketaan sulkeiden sisällä oleva vähennyslasku. Lasketaan kertolasku.

Lasketaan vähennyslaskut vasemmalta oikealle.

Vastaus

$$\text{a) } -12 \quad \text{b) } -26$$

1.17

$$\begin{aligned}\text{a) } 426 + 97 - 423 & \\ &= 426 + 97 + (-423) \\ &= 426 + (-423) + 97 \\ &= 426 - 423 + 97 \\ &= 3 + 97 \\ &= 100\end{aligned}$$

Vaihdetaan lukujen 97 ja -423 järjestys (vaihdantalaki).

Lasketaan erotus $426 - 423$.

$$\begin{aligned}\text{b) } 25 \cdot 89 \cdot (-4) & \\ &= 89 \cdot 25 \cdot (-4) \\ &= 89 \cdot (-100) \\ &= -8900\end{aligned}$$

Vaihdetaan lukujen 25 ja 89 järjestys (vaihdantalaki).

Lasketaan tulo $25 \cdot (-4)$ (liitântälaki).

$$\begin{aligned}\text{c) } 35 \cdot 99 & \\ &= 35 \cdot (100 - 1) \\ &= 35 \cdot 100 - 35 \cdot 1 \\ &= 3500 - 35 \\ &= 3465\end{aligned}$$

Kirjoitetaan luku 99 erotukseksi $100 - 1$.

Kerrotaan sulkeet auki (osittelulaki).

Lasketaan kertolaskut.

Lasketaan vähennyslasku.

Vastaus

$$\text{a) } 100 \quad \text{b) } -8900 \quad \text{c) } 3465$$

1.18

a) $-4 \cdot (-7) = 28$

b) $24 : (-4) = -6$

c) $6 \cdot (-1) : (-2) \cdot (-3)$
 $= -6 : (-2) \cdot (-3)$
 $= 3 \cdot (-3)$
 $= -9$

Lasketaan kerto- ja jakolaskut vasemmalta oikealle.

Tulo $6 \cdot (-1)$ on negatiivinen.

Osamäärä $-6 : (-2)$ on positiivinen.

Tulo $3 \cdot (-3)$ on negatiivinen.

Vastaus

a) 28 b) -6 c) -9

1.19

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & 23 - 3 \cdot 4 : 2 \\ & = 23 - 12 : 2 \\ & = 23 - 6 \\ & = 17 \end{aligned}$$

Lasketaan kerto- ja jakolaskut vasemmalta oikealle.

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad & -5 \cdot 8 + 2 \\ & = -40 + 2 \\ & = -38 \end{aligned}$$

Lasketaan kertolasku.

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad & 6 - 2 \cdot (7 - 2 \cdot 4) \\ & = 6 - 2 \cdot (7 - 8) \\ & = 6 - 2 \cdot (-1) \\ & = 6 + 2 \\ & = 8 \end{aligned}$$

Lasketaan sulkeiden sisällä oleva kertolasku.

Lasketaan sulkeiden sisällä oleva vähennyslasku.

Lasketaan kertolasku. Tulo $-2 \cdot (-1)$ on positiivinen.

$$\begin{aligned} \text{d)} \quad & 10 : (8 - 3 \cdot 2) - 12 \\ & = 10 : (8 - 6) - 12 \\ & = 10 : 2 - 12 \\ & = 5 - 12 \\ & = -7 \end{aligned}$$

Lasketaan sulkeiden sisällä oleva kertolasku.

Lasketaan sulkeiden sisällä oleva vähennyslasku.

Lasketaan jakolasku.

Vastaus

$$\text{a)} 17 \quad \text{b)} -38 \quad \text{c)} 8 \quad \text{d)} -7$$

1.20

Villen päättely on oikein.

Perustellaan Villen välivaiheet käyttäen lukujen laskulakeja.

$$27 \cdot 31$$

$$= 27 \cdot (30 + 1)$$

$$= 27 \cdot 30 + 27 \cdot 1$$

$$= 30 \cdot 27 + 1 \cdot 27$$

$$= 30 \cdot (20 + 7) + 1 \cdot (20 + 7)$$

$$= 30 \cdot 20 + 30 \cdot 7 + 1 \cdot 20 + 1 \cdot 7$$

$$= 20 \cdot 30 + 20 \cdot 1 + 7 \cdot 30 + 7 \cdot 1$$

$$= 600 + 20 + 210 + 7$$

$$= 600 + 210 + 20 + 7$$

$$= 810 + 27$$

$$= 837$$

Vastaus

Villen päättely on oikein.

Kirjoitetaan luku 31 summaksi $30 + 1$.

Kerrotaan sulkeet auki (osittelulaki).

Vaihdetaan tulontekijöiden järjestys (vaihdantalaki).

Kirjoitetaan luku 27 summaksi $20 + 7$.

Kerrotaan sulkeet auki (osittelulaki).

Vaihdetaan tulossa tulontekijöiden ja summassa yhteenlaskettavien järjestystä (vaihdantalaki).

(Villen välivaihe 1)

(Villen välivaihe 2)

Vaihdetaan summassa yhteenlaskettavien järjestystä (vaihdantalaki) ja lasketaan ensin summat $600 + 210$ ja $20 + 7$ (liitäntälaki).

1.21

- a) Pienin kaksinumeroinen luonnollinen luku on 10 ja suurin on 99.

$$\begin{aligned} & \frac{10 : 2 + 99}{2} \\ &= \frac{5 + 99}{2} \\ &= \frac{104}{2} \\ &= 52 \end{aligned}$$

Luku 10 jaetaan kahdella ja lasketaan näin saadun luvun ja luvun 99 keskiarvo.

- b) Pienin kaksinumeroinen kokonaisluku on -99 ja suurin on 99.

$$\begin{aligned} & | -99 - 99 | \\ &= | -198 | \\ &= 198 \end{aligned}$$

Lasketaan lukujen -99 ja 99 erotuksen itseisarvo.

Vastaus

a) $(10 : 2 + 99) : 2 = 52$ b) $| -99 - 99 | = 198$

1.22

- a) Kokonaislukua n seuraavat kaksi kokonaislukua ovat $n + 1$ ja $n + 2$.

$$\begin{aligned}(n + (n + 1) + (n + 2)) \cdot 2 \\ &= (n + n + 1 + n + 2) \cdot 2 \\ &= (3n + 3) \cdot 2 \\ &= 2 \cdot (3n + 3) \\ &= 2 \cdot 3n + 2 \cdot 3 \\ &= 6n + 6\end{aligned}$$

Luvut n , $n + 1$ ja $n + 2$ lasketaan yhteen ja summa kerrotaan kahdella.

Vaihdetaan tulontekijöiden järjestys. Kerrotaan sulkeet auki (osittelulaki).

- b) Kokonaislukua n edeltävät kaksi kokonaislukua ovat $n - 1$ ja $n - 2$.

$$\begin{aligned}(n + (n - 1) + (n - 2)) : 3 \\ &= (n + n - 1 + n - 2) : 3 \\ &= (3n - 3) : 3 \\ &= 3n : 3 - 3 : 3 \\ &= n - 1\end{aligned}$$

Luvut n , $n - 1$ ja $n - 2$ lasketaan yhteen ja summa jaetaan kolmella.

Vastaus

a) $(n + (n + 1) + (n + 2)) \cdot 2 = 6n + 6$ b) $(n + (n - 1) + (n - 2)) : 3 = n - 1$

1.23

- a) $56 : 8 = 7$, koska $8 \cdot 7 = 56$.
- b) Jos osamäärällä $4 : 0$ olisi arvo a eli $\frac{4}{0} = a$, niin olisi $0 \cdot a = 4$ eli $0 = 4$, mikä on epätotta kaikilla luvun a arvoilla. Siis mikään luku a ei voi olla osamäärän $4 : 0$ arvo.
- c) Jos osamäärällä $0 : 0$ olisi arvo a eli $\frac{0}{0} = a$, niin olisi $0 \cdot a = 0$ eli $0 = 0$, mikä on totta jokaisella luvun a arvolla. Siis osamäärälle $0 : 0$ ei voida määrittellä yksikäsitteistä arvoa.

Vastaus

- a) $56 : 8 = 7$, koska $8 \cdot 7 = 56$
- b) Koska $0 \cdot a = 0 \neq 4$ kaikilla luvun a arvoilla.
- c) Koska $0 \cdot a = 0$ jokaisella luvun a arvoilla.

1.24

a) Esimerkiksi $a = 2$ ja $b = 5$.

Näiden lukujen summan itseisarvo on $|2 + 5| = |7| = 7$ ja itseisarvojen summa on $|2| + |5| = 2 + 5 = 7$.

Luvuiksi a ja b kelpaavat mitkä tahansa samanmerkkiset luvut.

b) Esimerkiksi $a = -2$ ja $b = 5$.

Näiden lukujen summan itseisarvo on $|-2 + 5| = |3| = 3$ kun taas itseisarvojen summa on $|-2| + |5| = 2 + 5 = 7 \neq 3$.

Luvuiksi a ja b kelpaavat mitkä tahansa erimerkkiset luvut.

Vastaus

a) Esimerkiksi $a = 2$ ja $b = 5$. b) Esimerkiksi $a = -2$ ja $b = 5$.

1.25

- a) Merkintä $-a > 0$ tarkoittaa, että luvun a vastaluku on positiivinen. Siis luku a on negatiivinen eli $a < 0$.
- b) Merkintä $-a < a$ tarkoittaa, että luvun a vastaluku on pienempi kuin luku a . Luku ja sen vastaluku sijaitsevat lukusuoralla nollan vastakkaisilla puolilla. Vastaluku $-a$ on pienempi kuin luku a , joten vastaluku sijaitsee nollan vasemmalla ja luku a oikealla puolella. Siis luku a on positiivinen eli $a > 0$.
- c) Merkintä $|a| = -a$ tarkoittaa, että luvun a itseisarvo on yhtä suurin kuin luvun a vastaluku. Luvun itseisarvo on aina epänegatiivinen, joten vastaluku $-a$ on epänegatiivinen eli nolla tai positiivinen. Siis luku a on nolla tai negatiivinen eli $a \leq 0$.
- d) Merkintä $|a| > -a$ tarkoittaa, että luvun a itseisarvo on suurempi kuin vastaluku $-a$. Luvun ja sen vastaluvun itseisarvot ovat yhtä suuret, ja itseisarvo on aina vähintään nolla, joten epäyhtälö $|a| > -a$ on voimassa, kun vastaluku $-a$ on negatiivinen. Siis luku a on positiivinen eli $a > 0$.

Vastaus

- a) $a < 0$ b) $a > 0$ c) $a \leq 0$ d) $a > 0$