

7. Kosinilause

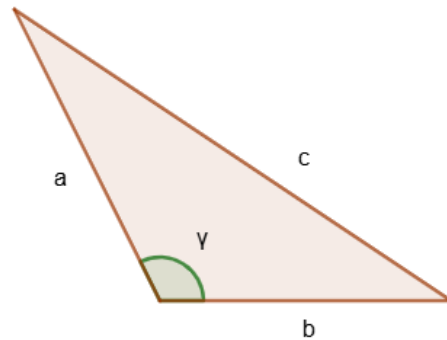
Kosinilause on laajennettu Pythagoraan lause

Kosinilause (lause)

Jos kolmion sivut ovat a , b ja c sekä sivun c vastainen kulma γ , niin

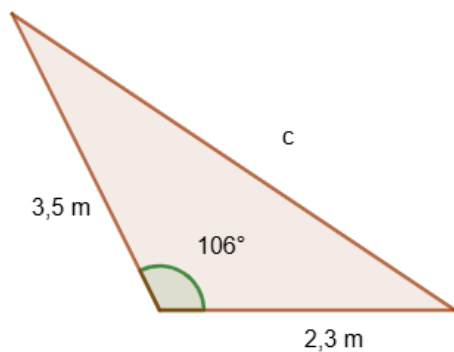
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

HUOM! Sivun c ja vastainen kulma pitää olla γ , jotta kaava toimii.



Esim1.

Ratkaise viimeisen sivun pituus.



Ratk.

Käytetään kosinilauseetta

$$a = 3,5 \text{ m}$$

$$b = 2,3 \text{ m}$$

$$\gamma = 106^\circ$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

$$c^2 = 3,5^2 + 2,3^2 - 2 \cdot 3,5 \cdot 2,3 \cdot \cos 106^\circ$$

$$c = \pm \sqrt{3,5^2 + 2,3^2 - 2 \cdot 3,5 \cdot 2,3 \cdot \cos 106^\circ}$$

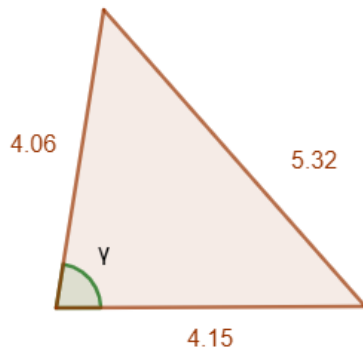
$$= \pm 4,688\dots \text{ (pituus on aina positiivista, niin hylätään negatiivinen vaihtoehto)}$$

$$\approx 4,7 \text{ m}$$

V: Kolmannen sivun pituus on 4,7 m

Esim2.

Ratkaise kulman suuruus



Ratk.

Merkitään

$$a = 4,06$$

$$b = 4,15$$

$$c = 5,32$$

Käytetään kosinilausetta:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma \quad || -c^2 \quad || +2ab \cos \gamma$$

$$2ab \cos \gamma = a^2 + b^2 - c^2 \quad || : 2ab$$

$$\cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \quad || \cos^{-1}$$

$$\gamma = \cos^{-1} \left(\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \right)$$

$$= \cos^{-1} \left(\frac{4,06^2 + 4,15^2 - 5,32^2}{2 \cdot 4,06 \cdot 4,15} \right)$$

$$= 80,77\dots^\circ$$

$$\approx 80,8^\circ$$

V: $\gamma = 80,8^\circ$

TAI

Nspirellä:

Merkitään:

$$\mathbf{a}=4.06 \triangleright 4.06$$

$$\mathbf{b}=4.15 \triangleright 4.15$$

$$\mathbf{c}=5.32 \triangleright 5.32$$

Käytetään kosinilausetta

$$\text{solve}(c^2=a^2+b^2-2\cdot a\cdot b\cdot \cos(\gamma),\gamma)|0<\gamma<180$$

$$\triangleright \gamma=80.7724$$

Tehtävät voi tehdä Nspiren avulla. Hyvä kuitenkin tiedostaa miten laskeminen onnistuisi ilman CAS-laskinta.

Opetusvideo: Kosinilause

https://www.youtube.com/watch?v=Ni74jr-xeG4&list=PLo0LTZqKgC-_BBxm0gvdQLptcNF-CA1EZ&index=11