# 9.1

**a)** Ympyrän pinta-ala on $18\,\text{cm}^2$ .
Ratkaistaan ympyrän säde $r$.

$$A = \pi r^2 \qquad \text{Sijoitetaan } A = 18.$$
$$18 = \pi r^2 \qquad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$
$$r = -2{,}3936... \text{ tai } r = 2{,}3926...$$

Pituus on positiivinen luku, joten $r = 2{,}3926...$ cm.

Lasketaan ympyrän halkaisija.

$$d = 2r = 2 \cdot 2{,}3936... \text{ cm} = 4{,}7873... \text{ cm} \approx 4{,}8 \text{ cm}$$

**b)** Lasketaan ympyrän piiri.

$$\begin{aligned} p &= 2\pi r \qquad \text{Sijoitetaan } r = 2{,}3926... \, . \\ &= 2\pi \cdot 2{,}3926... \\ &= 15{,}0397... \\ &\approx 15 \text{ (cm)} \end{aligned}$$

**Vastaus**
**a)** 4,8 cm
**b)** 15 cm

## 9.2

**a)** Lasketaan ympyrän kehän pituus.

$$\begin{aligned} p &= 2\pi r \qquad \text{Sijoitetaan } r = 4{,}5. \\ &= 2\pi \cdot 4{,}5 \\ &= 28{,}2743... \\ &\approx 28 \;\; \text{(cm)} \end{aligned}$$

Lasketaan ympyrän pinta-ala.

$$\begin{aligned} A &= \pi r^2 \qquad \text{Sijoitetaan } r = 4{,}5. \\ &= \pi \cdot 4{,}5^2 \\ &= 63{,}6172... \\ &\approx 64 \;\; (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

**b)** Lasketaan ympyrän säde $r$.

$$\begin{aligned} r &= \frac{d}{2} \qquad \text{Sijoitetaan } d = 5{,}0. \\ &= \frac{5{,}0}{2} \\ &= 2{,}5 \;\; \text{(cm)} \end{aligned}$$

Lasketaan ympyrän kehän pituus.

$$\begin{aligned} p &= 2\pi r \qquad \text{Sijoitetaan } r = 2{,}5. \\ &= 2\pi \cdot 2{,}5 \\ &= 15{,}7079... \\ &\approx 16 \;\; \text{(cm)} \end{aligned}$$

Lasketaan ympyrän pinta-ala.

$$\begin{aligned} A &= \pi r^2 \qquad \text{Sijoitetaan } r = 2{,}5. \\ &= \pi \cdot 2{,}5^2 \\ &= 19{,}6349... \\ &\approx 20 \;\; (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

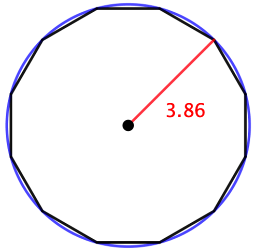
**Vastaus**

**a)** $p = 28 \text{ cm}, \;\; A = 64 \text{ cm}^2$

**b)** $p = 16 \text{ cm}, \;\; A = 20 \text{ cm}^2$

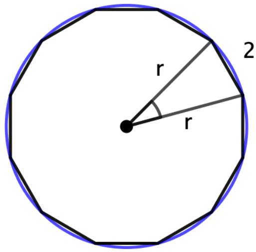
## 9.3

**a)** Piirretään jana, jonka pituus on 2. Piirretään janan päätepisteiden avulla säännöllinen monikulmio, jossa on 12 kärkipistettä.
Piirretään ympyrä valitsemalla kolme kehän pistettä. Kaikki 12-kulmion kärjet ovat ympyrän kehän pisteitä.




Määritetään ympyrän keskipiste ja mitataan ympyrän säde. Ympyrän säde on 3,86.

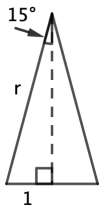
**b)** Ympyrällä ja 12-kulmiolla on yhteinen keskipiste.
Keskipisteestä 12-kulmion vierekkäisiin kärkiin piirretyt säteet muodostavat 12-kulmion sivun kanssa tasakylkisen kolmion.




Vastaavia kolmioita muodostuu kaksitoista, joten kolmion huippukulman suuruus on

$$\frac{360^\circ}{12} = 30^\circ.$$

Tasakylkisen kolmion huippukulmasta kannalle piirretty korkeusjana puolittaa huippukulman ja kannan.
Ratkaistaan ympyrän säde $r$ suorakulmaisesta kolmiosta.




$$\sin 15^\circ = \frac{1}{r}$$

Sini on vastaisen kateetin suhde hypotenuusaan.
Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$r = \left(\sqrt{3}+1\right)\cdot\sqrt{2}$$

$$= \sqrt{6}+\sqrt{2}$$

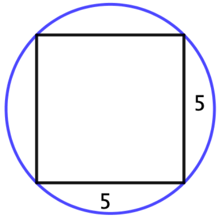
**Vastaus**

**a)** 3,86

**b)** $\left(\sqrt{3}+1\right)\cdot\sqrt{2} = \sqrt{6}+\sqrt{2}$

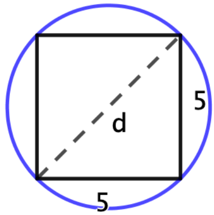
# 9.4

**a)** Piirretään jana, jonka pituus on $5$. Piirretään janan päätepisteiden avulla säännöllinen monikulmio, jossa on $4$ kärkipistettä.




Piirretään ympyrä valitsemalla kolme kehän pistettä. Kaikki neliön kärjet ovat ympyrän kehän pisteitä.

**b)** Neliön lävistä on yhtä suuri kuin ympyrän halkaisija.




Ratkaistaan ympyrän halkaisija $d$ Pythagoraan lauseella.

$$d^2 = 5^2 + 5^2 \qquad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$d = -5\sqrt{2} \text{ tai } d = 5\sqrt{2}$$

Pituus on positiivinen luku, joten $d = 5\sqrt{2}$.

Lasketaan säteen $r$ pituus.

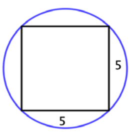
$$\begin{aligned} r &= \frac{d}{2} \\ &= \frac{5\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

Lasketaan ympyrän pinta-ala.

$$\begin{aligned} A &= \pi r^2 \qquad \text{Sijoitetaan } r = \frac{5\sqrt{2}}{2}. \\ &= \pi \cdot \left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2 \\ &= \frac{25}{5}\pi \end{aligned}$$

Ympyrän pinta-ala on $\frac{25}{2}\pi$.

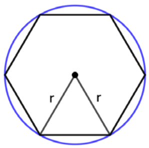
**Vastaus**

**a)** 


**b)** $\frac{25}{2}\pi$

# 9.5

**a)** Ympyrällä ja säännöllisellä kuusikulmiolla on yhteinen keskipiste. Keskipisteestä kuusikulmion vierekkäisiin kärkiin piirretyt säteet muodostavat kuusikulmion sivun kanssa tasakylkisen kolmion. Vastaavia kolmioita muodostuu kuusi, joten kolmion huippukulman suuruus on $\frac{360°}{6} = 60°$. Kolmio on siten myös tasasivuinen.




Ratkaistaan kolmion korkeus $h$ Pythagoraan lauseella.

$$h^2 + \left(\frac{r}{2}\right)^2 = r^2 \qquad \Big| -\left(\frac{r}{2}\right)^2$$

$a^2 + b^2 = c^2$, missä

$a = h,\ b = \frac{r}{2}$ ja $c = r.$

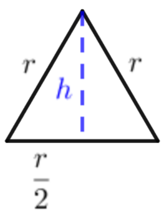
$$h^2 = r^2 - \left(\frac{r}{2}\right)^2$$

$$h^2 = {}^{4)}r^2 - \frac{r^2}{4}$$

$$h^2 = \frac{4r^2 - r^2}{4}$$

$$h^2 = \frac{3r^2}{4}$$

$$h = -\frac{\sqrt{3}}{2}r \text{ tai } h = \frac{\sqrt{3}}{2}r$$




Pituus on positiivinen luku, joten $h = \frac{\sqrt{3}}{2}r$.

Kolmion pinta-ala on $\frac{1}{2}r \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}r = \frac{\sqrt{3}}{4}r^2$.

Kuusikulmiossa vastaavia kolmioita on kuusi, joten kuusikulmion pinta-ala on $\overset{3}{\cancel{6}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\underset{2}{\cancel{4}}}r^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2}r^2$.

Ympyrän pinta-ala on $\pi r^2$.
Lasketaan ympyrän pinta-alan suhde kuusikulmion pinta-alaan.

$$\frac{\pi \overset{1}{\cancel{r^2}}}{\frac{3\sqrt{3}}{2}\underset{1}{\cancel{r^2}}} = \pi \cdot \frac{2}{3\sqrt{3}} = \frac{2\pi}{3\sqrt{3}}$$

**b)** Ilmaistaan pinta-alojen suhde prosentteina.

$$\frac{2\pi}{3\sqrt{3}} \approx 1{,}2091... \approx 120{,}9\ \%$$

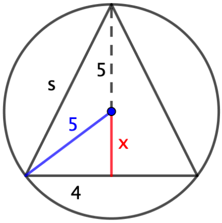
Ympyrän pinta-ala on $120{,}9\ \%$ kuusikulmion pinta-alasta, joten ympyrän pinta-ala on $120{,}9\ \% - 100\ \% = 20{,}9\ \% \approx 21\ \%$ suurempi kuin kuusikulmion pinta-ala.

**Vastaus**

**a)** $\frac{2\pi}{3\sqrt{3}}$

**b)** $21\ \%$

## 9.6




Ratkaistaan $x$ Pythagoraan lauseella.

$x^2 + 4^2 = 5^2$ Ratkaistaan CAS-laskimella.
$x = -3$ tai $x = 3$

Pituus on positiivinen luku, joten $x = 3$.

Tasakylkisen kolmion korkeus on $x + 5 = 3 + 5 = 8$.

Ratkaistaan sivun $s$ pituus Pythagoraan lauseella.

$8^2 + 4^2 = s^2$ Ratkaistaan CAS-laskimella.
$s = -4\sqrt{5}$ tai $s = 4\sqrt{5}$
Pituus on positiivinen luku, joten $s = 4\sqrt{5}$.

**Vastaus**
$4\sqrt{5}$

# 9.7

Lammen piiri on $270$ metriä. Ratkaistaan lammen säde $r$.

$$\begin{aligned} p &= 2\pi r && \text{Sijoitetaan } p = 270. \\ 270 &= 2\pi r && \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.} \\ r &= 42{,}9718... \text{ (m)} \end{aligned}$$

Lasketaan lammen pinta-ala $A$.

$$\begin{aligned} A &= \pi r^2 && \text{Sijoitetaan } r = 42{,}9718... \,. \\ &= \pi \cdot 42{,}9718...^2 \\ &= 5801{,}1976... \,(\text{m}^2) \end{aligned}$$

Lammen pinta-ala on $5801{,}1976...\ \text{m}^2 \approx 0{,}58$ ha.

**Vastaus**
0,58 ha

# 9.8

Muutetaan renkaan ulkohalkaisija senttimetreiksi.

$d = 26'' = 26 \cdot 2{,}54 \text{ cm} = 66{,}04 \text{ cm}$

Lasketaan renkaan ympärysmitta $p$.

$$\begin{aligned} p &= \pi d && \text{Sijoitetaan } d = 66{,}04. \\ &= \pi \cdot 66{,}04 \\ &= 207{,}4707... \text{ (cm)} \end{aligned}$$

Lasketaan, kuinka monta kertaa rengas pyörähtää mökkitiellä.

$$\begin{aligned} &\frac{20\ 000}{207{,}4707...} && 200 \text{ m} = 20\ 000 \text{ cm} \\ &= 96{,}3991... \\ &\approx 96 \end{aligned}$$

Tarvitaan $96$ pyörähdystä.

**Vastaus**
96 pyörähdystä

# 9.9

Ratkaistaan sisemmän kehätien säde $r$.

$p_1 = 2\pi r_1$ Sijoitaan $p_1 = 97.$

$97 = 2\pi r_1$ Ratkaistaan CAS-laskimella.

$r_1 = 15{,}4380...$ (km)

Lasketaan ulomman kehätien säde $r_2$.

$r_2 = 8{,}5 \text{ km} + 15{,}4380... \text{ km} = 23{,}9380... \text{ km}$

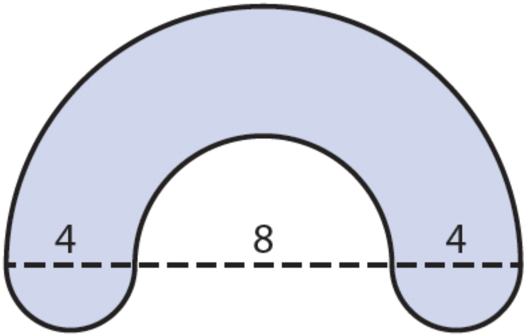
Lasketaan ulomman kehätien pituus $p_2$.

$$\begin{aligned} p_2 &= 2\pi r_2 \qquad \text{Sijoitetaan } r_2 = 23{,}9380...\,. \\ &= 2\pi \cdot 23{,}9380... \\ &= 150{,}4070... \\ &\approx 150 \text{ (km)} \end{aligned}$$

Ulomman kehätien pituus on 150 km.

**Vastaus**
150 km

**9.10**




Alue koostuu puoliympyröistä, joiden säteet ovat 2, 2, 4 ja 8.

Lasketaan väritetyn alueen piiri.

$p = 2\pi \cdot 2 + \pi \cdot 4 + \pi \cdot 8 = 16\pi$

Lasketaan väritetyn alueen pinta-ala.

$A = \frac{1}{2}\pi \cdot 8^2 - \frac{1}{2}\pi \cdot 4^2 + 2 \cdot \frac{1}{2}\pi \cdot 2^2 = 28\pi$

**Vastaus**
$p = 16\pi,\ A = 28\pi$

# 9.11

**a)** Altaan pohjan pinta-ala on $1{,}2\ \text{m}^2$. Ratkaistaan altaan pohjan säde $r$.

$$A = \pi r^2 \qquad \text{Sijoitetaan } A = 1{,}2.$$
$$1{,}2 = \pi r^2 \qquad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$
$$r = -0{,}6180... \ \text{tai} \ r = 0{,}6180...$$

Pituus on positiivinen luku, joten $r = 0{,}6180...$ m.

Lasketaan altaan halkaisija.

$$d = 2r = 2 \cdot 0{,}6179...\ \text{m} = 1{,}2360...\ \text{m} \approx 1{,}2\ \text{m}$$

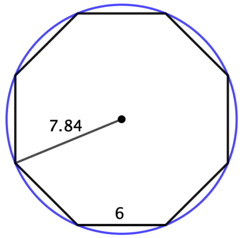
**b)** Lasketaan altaan ympärysmitta.

$$\begin{aligned} p &= \pi d \qquad \text{Sijoitetaan } d = 1{,}2360... . \\ &= \pi \cdot 1{,}2360... \\ &= 3{,}8832... \\ &\approx 3{,}9 \ \ (\text{m}) \end{aligned}$$

**Vastaus**
**a)** 1,2 m
**b)** 3,9 m

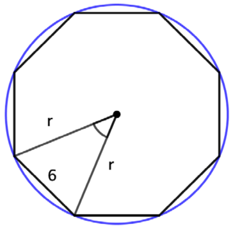
## 9.12

**a)** Piirretään jana, jonka pituus on $6$. Piirretään janan päätepisteiden avulla säännöllinen monikulmio, jossa on $8$ kärkipistettä.
Piirretään ympyrä valitsemalla kolme kehän pistettä. Kaikki 8-kulmion kärjet ovat ympyrän kehän pisteitä.



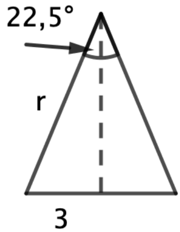

Määritetään ympyrän keskipiste ja mitataan ympyrän säde. Ympyrän säde on $7{,}84$.

**b)** Ympyrällä ja 8-kulmiolla on yhteinen keskipiste.
Keskipisteestä 8-kulmion vierekkäisiin kärkiin piirretyt säteet muodostavat 8-kulmion sivun kanssa tasakylkisen kolmion.




Vastaavia kolmioita muodostuu kahdeksan, joten kolmion huippukulman suuruus on
$\dfrac{360°}{8} = 45°$.

Tasakylkisen kolmion huippukulmasta kannalle piirretty korkeusjana puolittaa huippukulman ja kannan.




Ratkaistaan ympyrän säde $r$ suorakulmaisesta kolmiosta.

$$\sin 22{,}5° = \frac{3}{r}$$

Sini on vastaisen kateetin suhde hypotenuusaan.
Ratkaistaan CAS-laskimella.

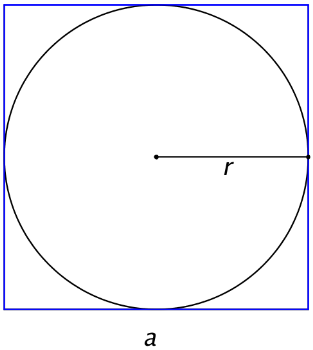
$$r = 3\sqrt{2(\sqrt{2}+2)}$$

**Vastaus**

**a)** $7{,}84$ **b)** $3\sqrt{2\left(\sqrt{2}+2\right)}$

# 9.13

Piirretään mallikuva.




Neliön pinta-ala on $A_n = a^2$.

Ympyrän säde on puolet neliön sivun pituudesta: $r = \frac{a}{2}$.

Ympyrän pinta-ala on $A_y = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{\pi a^2}{4}$.

Lasketaan pinta-alojen suhde.

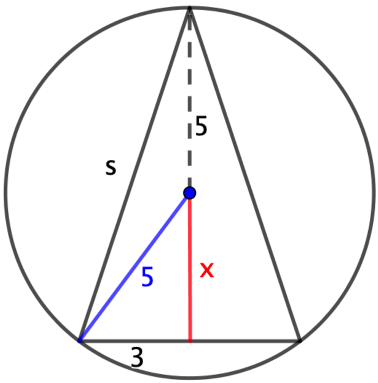
$$\frac{A_y}{A_n} = \frac{\frac{\pi a^2}{4}}{a^2} = \frac{\pi}{4} = 0{,}7853... \approx 78{,}53...\ \%$$

Ympyrän pinta-ala on $78{,}53...\ \% \approx 79\ \%$ neliön pinta-alasta.

**Vastaus**

79 %

# 9.14




Ratkaistaan $x$ Pythagoraan lauseella.

$x^2 + 3^2 = 5^2$ Ratkaistaan CAS-laskimella.
$x = -4$ tai $x = 4$

Pituus on positiivinen luku, joten $x = 4$.

Tasakylkisen kolmion korkeus on $x + 5 = 4 + 5 = 9$.

Ratkaistaan sivun $s$ pituus Pythagoraan lauseella.

$9^2 + 4^2 = s^2$ Ratkaistaan CAS-laskimella.
$s = -3\sqrt{10}$ tai $s = 3\sqrt{10}$
Pituus on positiivinen luku, joten $s = 3\sqrt{10}$.

Tasakylkisen kolmion piirin pituus on $3\sqrt{10} + 3\sqrt{10} + 6 = 6\sqrt{10} + 6$.

**Vastaus**
$6\sqrt{10} + 6$

# 9.15

Muutetaan renkaiden ulkohalkaisijat senttimetreiksi.

$d_1 = 28'' = 28 \cdot 2{,}54 \text{ cm} = 71{,}12 \text{ cm}$
ja
$d_2 = 26'' = 26 \cdot 2{,}54 \text{ cm} = 66{,}04 \text{ cm}$

Lasketaan $28$ tuuman renkaan ympärysmitta.

$$\begin{aligned} p &= \pi d \qquad \text{Sijoitetaan } d = 71{,}12. \\ &= \pi \cdot 71{,}12 \\ &= 223{,}4300... \text{ (cm)} \end{aligned}$$

Lasketaan, kuinka monta kertaa $28$ tuumainen rengas olisi pyörähtänyt $23{,}5$ kilometrin matkalla.

$$\frac{2\ 350\ 000}{223{,}4300...} \qquad 23{,}5 \text{ km} = 23\ 500 \text{ m} = 2\ 350\ 000 \text{ cm}$$
$$= 10\ 517{,}8322...$$

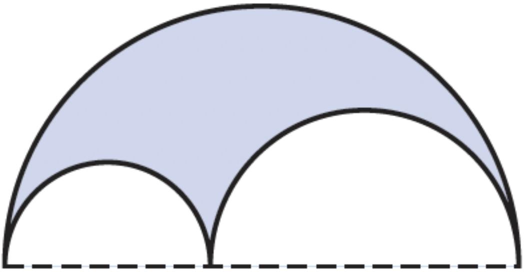
Lasketaan todellinen matka oikealla rengaskoolla.

$$10\ 517{,}8322... \cdot \pi \cdot 66{,}04 \text{ cm} = 2\ 182\ 142{,}8571... \text{ cm} \approx 21{,}8 \text{ km}$$

Iiro ajoi $21{,}8$ kilometrin matkan.

**Vastaus**
$21{,}8$ km

# 9.16



Pienempien puoliympyröiden säteet ovat $2$ ja $3$.

Ison puoliympyrän säde on $2 + 3 = 5$.

Varjostetun kuvion piiri $p$ saadaan, kun lasketaan yhteen puoliympyröiden piirit.

Varjostetun kuvion piiri $p = \pi \cdot 2 + \pi \cdot 3 + \pi \ 5 = 10\pi$.

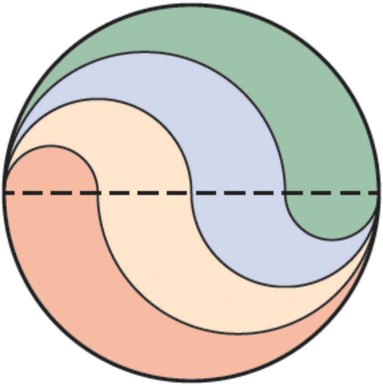
Varjostetun kuvion pinta-ala $A$ saadaan, kun vähennetään ison puoliympyrän pinta-alasta pienempien puoliympyröiden pinta-alat.

Varjostetun kuvion pinta-ala on $A = \frac{\pi \cdot 5^2}{2} - \frac{\pi \cdot 2^2}{2} - \frac{\pi \cdot 3^2}{2} = 6\pi$.

**Vastaus**

$p = 10\pi, \ A = 6\pi$

# 9.17



Ympyrän säde on 4. Käyrät jakavat ympyrän halkaisijan neljään yhtä suureen osaan, joiden pituus on 2.

Oranssin alueen pinta-ala muodostuu ympyrän halkaisijan yläpuolella olevan 1-säteisen puoliympyrän pinta-alasta sekä halkaisijan alapuolella olevien 4- ja 3-säteisten puoliympyröiden pinta-alojen erotuksesta.

Oranssin alueen pinta-ala on $\frac{\pi \cdot 1^2}{2} + \frac{\pi \cdot 4^2}{2} - \frac{\pi \cdot 3^2}{2} = 4\pi$ .
Symmetrian nojalla oranssin ja vihreän alueen pinta-alat ovat samat, eli vihreän alueen pinta-ala on myöskin $4\pi$.

Keltaisen alueen pinta-ala muodostu ympyrän halkaisijan yläpuolella olevien 2- ja 1-säteisten puoliympyröiden pinta-alojen erotuksesta sekä ympyrän halkaisijan alapuolella olevien 3- ja 2-säteisten puoliympyröiden pinta-alojen erotuksesta.

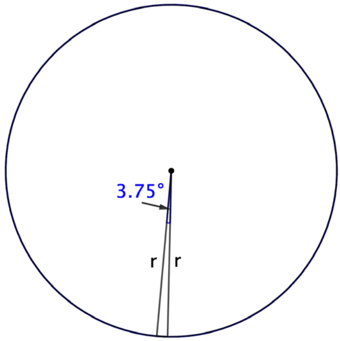
Keltaisen alueen pinta-ala on $\frac{\pi \cdot 2^2}{2} - \frac{\pi \cdot 1^2}{2} + \frac{\pi \cdot 3^2}{2} - \frac{\pi \cdot 2^2}{2} = 4\pi$
Symmetrian nojalla keltaisen ja sinisen alueen pinta-alat ovat samat, eli sinisen alueen pinta-ala on myöskin $4\pi$.

On osoitettu, että eriväristen alueiden pinta-alat ovat samat. □

# 9.18

**a)**

Ympyrällä ja sen sisään piirretyllä säännöllisellä 96-kulmiolla on yhteinen keskipiste. Keskipisteestä 96-kulmion vierekkäisiin kärkiin piirretyt säteet muodostavat 96-kulmion sivun kanssa tasakylkisen kolmion.
Vastaavia kolmioita muodostuu 96, joten kolmion huippukulman suuruus on
$\frac{360°}{96} = 3{,}75°$.




Lasketaan yhden kolmion pinta-ala.

$A = \frac{1}{2} r \cdot r \cdot \sin 3{,}75°$

$A = \frac{1}{2} ac \sin \beta$, missä
$a = r,\ \ b = r$ ja $\beta = 3.75°$.

$= \frac{1}{2} r^2 \cdot \sin 3{,}75°$

96-kulmion pinta-ala on $96 \cdot \frac{1}{2} r^2 \cdot \sin 3{,}75° = 48r^2 \cdot \sin 3{,}75°$.

Ympyrän pinta-ala on $\pi r^2$.

Ratkaistaan luvun $\pi$ kaksidesimaalinen likiarvo arvioimalla ympyrän pinta-alaa ympyrän sisään piirretyn 96-sivuisen monikulmion pinta-alan avulla.

$$\pi r^2 \approx 48r^2 \cdot \sin 3{,}75° \quad \Big| : r^2$$

$$\pi \approx 48 \sin 3{,}75°$$

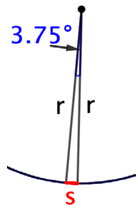
$$\approx 3{,}1393...$$

$$\approx 3{,}14$$

Luvun $\pi$ kaksidesimaalinen likiarvo on 3,14.

**b)**

Ratkaistaan 96-kulmion sivun $s$ pituus kosinilauseella.




$$s^2 = r^2 + r^2 - 2 \cdot r \cdot r \cdot \cos 3{,}75°$$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$, missä
$c = s$, $a = r$, $b = r$ ja $\gamma = 3{,}75°$.

$$= 2r^2 - 2r^2 \cdot \cos 3{,}75°$$
$$= 2r^2(1 - \cos 3{,}75°)$$

$s = r\sqrt{2(1-\cos 3{,}75°)}$ tai $s = -r\sqrt{2(1-\cos 3{,}75°)}$

Pituus on positiivinen luku, joten $s = r\sqrt{2(1-\cos 3{,}75°)}$ .

96-kulmion piiri on $96 \cdot r\sqrt{2(1-\cos 3{,}75°)}$ .

Ympyrän piiri on $2\pi r$.

Ratkaistaan luvun $\pi$ kaksidesimaalinen likiarvo arvioimalla ympyrän piiriä ympyrän sisään piirretyn 96-sivuisen monikulmion piirin avulla.

$$2\pi r \approx 96r\sqrt{2(1-\cos 3{,}75°)} \qquad |: 2r$$
$$\pi \approx 48\sqrt{2(1-\cos 3{,}75°)}$$
$$\approx 3{,}1410...$$
$$\approx 3{,}14$$

Luvun $\pi$ kaksidesimaalinen likiarvo on 3,14.

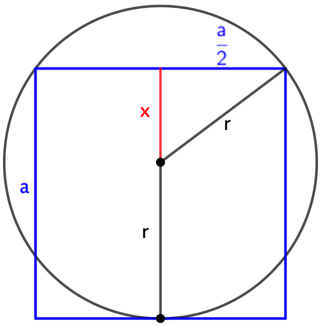
**Vastaus**

**a)** $3{,}1393... \approx 3{,}14$

**b)** $3{,}1410... \approx 3{,}14$

## 9.19

**a)** Täydennetään kuvaa ja käytetään kuvan merkintöjä.




Ratkaistaan $x$ Pythagoraan lauseella.

$$x^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2=r^2 \qquad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$x=-\frac{\sqrt{4r^2-a^2}}{2} \quad \text{tai} \quad x=\frac{\sqrt{4r^2-a^2}}{2}$$

Pituus on positiivinen luku, joten $x=\frac{\sqrt{4r^2-a^2}}{2}$.

Ratkaistaan ympyrän säde $r$.

$$a=x+r \qquad \text{Sijoitetaan } x=\frac{\sqrt{4r^2-a^2}}{2}.$$

$$a=\frac{\sqrt{4r^2-a^2}}{2}+r \qquad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$r=\frac{5a}{8}$$

Neliön piiri on $4a$.

Ympyrän piiri on $2\pi r=2\pi\cdot\frac{5a}{8}=\frac{5a\pi}{4}=3{,}9269...a$

Neliön piiri on pidempi.

Lasketaan neliön piirin suhde ympyrän piiriin.

$$\frac{4a}{\frac{5a\pi}{4}} = 1{,}0185... = 101{,}85...\ \%$$

Neliön piiri on $101{,}85...\ \% - 100\ \% = 1{,}85...\ \% \approx 1{,}9\ \%$ pidempi kuin ympyrän piiri.

**b)** Neliön pinta-ala on $a^2$.

Ympyrän pinta-ala on $\pi r^2 = \pi \cdot \left(\frac{5a}{8}\right)^2 = \frac{25a^2\pi}{64} = 1{,}2271...a^2$

Ympyrän pinta-ala on suurempi.

Lasketaan ympyrän pinta-alan suhde neliön pinta-alaan

$$\frac{\frac{25a^2\pi}{64}}{a^2} = 1{,}2271... = 122{,}71...\ \%$$

Ympyrän pinta-ala on $122{,}71...\ \% - 100\ \% = 22{,}71...\ \% \approx 22{,}7\ \%$ suurempi kuin neliön pinta-ala.

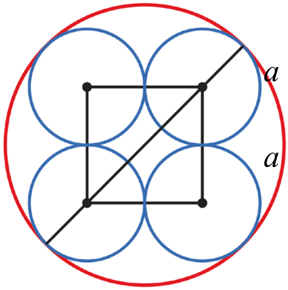
**Vastaus**

**a)** Neliön piiri on $1{,}9\ \%$ pidempi.

**b)** Ympyrän pinta-ala on $22{,}7\ \%$ suurempi.

# 9.20

Piirretään mallikuva




Merkitään pienen ympyrän sädettä kirjamella $a$.
Pienten ympyröiden keskipisteet muodostavat neliön, jonka sivun pituus on $2r$.
Ratkaistaan neliön lävistäjä $d$ Pythagoraan lauseella.

$$(2a)^2 + (2a)^2 = d^2$$

$d = -2\sqrt{2}a$ tai $d = 2\sqrt{2}a$

Pituus on positiivinen luku, joten lävistäjä $d = 2\sqrt{2}a$.
Ison ympyrän halkaisija on $2R = 2a + 2\sqrt{2}a$.

Ratkaistaan pienen ympyrän säde $a$.

$2R = 2a + 2\sqrt{2}a$ Erotetaan yhteinen tekijä $2a$.

$$2R = 2a(1+\sqrt{2}) \;|: 2$$

$$R = a(1+\sqrt{2)} \;|: (1+\sqrt{2})$$

$$a = \frac{R}{1+\sqrt{2}}$$

Huomaa, jos ratkaiset säteen $a$ CAS-laskimella, voit saada vastaukseksi esimerkiksi $a = (\sqrt{2}-1)R$ tai $a = \dfrac{2R}{2\sqrt{2}+2}$.

**Vastaus**

$$\frac{R}{1+\sqrt{2}}$$