2 Raha ja sen arvo

2.1 Valuutat

Ratkaisuissa valuuttalaskujen vastaukset on pyöristetty normaalien pyöristyssääntöjen mukaan kahden desimaalin tarkkuuteen, ellei tehtävänannossa ole muuta pyydetty. Ratkaisuissa ei ole huomioitu sitä, että kaikissa maissa ei ole käytössä kahden desimaalin pyöristyksen mukaisia valuuttamääriä, esimerkiksi yhden sentin kolikoita.

42.

a) Valuutanvaihtopiste myy Thaimaan bahtit, joten käytetään myyntikurssia.

$$1\text{ €} = 35{,}4777\text{ THB}$$

Tällöin $25\text{ €} = 25 \cdot 35{,}4777\text{ THB} = 886{,}9425\text{ THB} \approx 886{,}94\text{ THB}$.

b) Valuutanvaihtopiste myy Sveitsin frangit, joten käytetään myyntikurssia.

$$1\text{ €} = 1{,}1222\text{ CHF}$$

Tällöin $25\text{ €} = 25 \cdot 1{,}1222\text{ CHF} = 28{,}055\text{ CHF} \approx 28{,}06\text{ CHF}$.

43.

a) Valuutanvaihtopiste ostaa Japanin jenit, joten käytetään ostokurssia.

$$1\ € = 136{,}4688\ \text{JPY}$$

Tällöin 1 JPY $= \frac{1}{136{,}4688}$ €, joten

$$1500\ \text{JPY} = \frac{1500}{136{,}4688}\ € = 10{,}991 \ldots\ € \approx 10{,}99\ €.$$

b) Valuutanvaihtopiste ostaa Ruotsin kruunut, joten käytetään ostokurssia.

$$1\ € = 9{,}7729\ \text{SEK}$$

Tällöin 1 SEK $= \frac{1}{9{,}7729}$ €, joten

$$1800\ \text{SEK} = \frac{1800}{9{,}7729}\ € = 184{,}182 \ldots\ € \approx 184{,}18\ €.$$

44.

Euroopan keskuspankki julkaisee päivittäin euroalueen ulkopuolisten valuuttojen valuuttakurssit suhteessa euroon. Keskuspankin ilmoittaman kurssin perusteella liikepankit ja muut yksityiset valuutanvaihtoa harjoittavat yritykset, kuten Forex, muodostavat omat osto- ja myyntikurssinsa. Eri liikepankkien ja yritysten kurssit voivat poiketa huomattavasti toisistaan, ja kursseja päivitetään useita kertoja päivässä.

Alla on esimerkkinä Aktian ja Forexin USA:n dollarin setelivaluutan osto- ja myyntikurssi 4.1.2018.

1.4.2018	Aktia klo 14:30	Forex klo 11:00
setelien ostokurssi	1,2282	1,2375
setelien myyntikurssi	1,1847	1,1496

Käytetään tehtävän ratkaisussa Aktian kursseja.

a) Aktia myy dollareita, joten käytetään myyntikurssia.

$$1\text{ €} = 1{,}1847\text{ USD}$$

Tällöin $200\text{ €} = 200 \cdot 1{,}1847\text{ USD} = 236{,}94\text{ USD}$.

Kirjassa annetun myyntikurssin $1\text{ €} = 1{,}1631\text{ USD}$ mukaan
$200\text{ €} = 200 \cdot 1{,}1631\text{ USD} = 232{,}62\text{ USD}$.

Ero on $236{,}94\text{ USD} - 232{,}62\text{ USD} = 4{,}32\text{ USD}$.

Tänä päivänä (4.1.2018) 200,00 eurolla saa 4,32 dollaria enemmän.

b) Aktia ostaa dollareita, joten käytetään ostokurssia.

$$1\text{ €} = 1{,}2282\text{ USD}$$

Tällöin $1\text{ USD} = \frac{1}{1{,}2282}$ €, joten

$$200\text{ USD} = \frac{200}{1{,}2282}\text{ €} = 162{,}839\ldots\text{ €} \approx 162{,}84\text{ €}$$

Oppikirjassa annetun ostokurssin $1\text{ €} = 1{,}2058\text{ USD}$ mukaan
$1\text{ USD} = \frac{1}{1{,}2058}$ €, joten

$$200\text{ USD} = \frac{200}{1{,}2058}\text{ €} = 165{,}864\ldots\text{ €} \approx 165{,}86\text{ €}$$

Ero on $165{,}86\text{ €} - 162{,}84\text{ €} = 3{,}02\text{ €}$.

Tänä päivänä (4.1.2018) 200,00 dollarilla saa 3,02 euroa vähemmän.

45.

a) Valuutanvaihtopiste myy Sveitsin frangit, joten käytetään myyntikurssia.

$$1\ € = 1{,}1222\ \mathrm{CHF}$$

Tällöin $500{,}00\ € = 500{,}00 \cdot 1{,}1222\ \mathrm{CHF} = 561{,}10\ \mathrm{CHF}$.

b) Valuutanvaihtopiste ostaa Sveitsin frangit, joten käytetään ostokurssia.

$$1\ € = 1{,}1704\ \mathrm{CHF}$$

Tällöin $1\ \mathrm{CHF} = \frac{1}{1{,}1704}\ €$, joten

$$75{,}00\ \mathrm{CHF} = \frac{75{,}00}{1{,}1704}\ € = 64{,}080\ldots\ € \approx 64{,}08\ €.$$

Huomaa, että vastaukset pyydettiin kahden desimaalin tarkkuudella.

46.

a) Valuutanvaihtopiste ostaa Japanin jenejä, joten käytetään ostokurssia.

$$1\text{ €} = 136{,}4688\text{ JPY}$$

Tällöin $1\text{ JPY} = \frac{1}{136{,}4688}\text{ €}$, joten

$$100\,000\text{ JPY} = \frac{100\,000}{136{,}4688}\text{ €} = 732{,}768\ldots\text{ €} \approx 732{,}77\text{ €}.$$

b) Valuutanvaihtopiste myy Japanin jenejä, joten käytetään myyntikurssia.

$$1\text{ €} = 125{,}9712\text{ JPY}$$

Tällöin

$$\begin{aligned} 136{,}50\text{ €} &= 136{,}50 \cdot 125{,}9712\text{ JPY} \\ &= 17\,195{,}068\ldots\text{ JPY} \approx 17\,195{,}07\text{ JPY} \end{aligned}$$

47.

Valuutanvaihtopiste ostaa Englannin puntia, joten käytetään ostokurssia.

$$1\ € = 0{,}9112\ \mathrm{GBP}$$

Tällöin $1\ \mathrm{GBP} = \frac{1}{0{,}9112}\ €$, joten

$$226\ \mathrm{GBP} = \frac{226}{0{,}9112}\ € = 248{,}024\ldots\ €.$$

Vaihtopalkkio on 1,2 %.

$$100\ \% - 1{,}2\ \% = 98{,}8\ \% = 0{,}988$$

Nora saa vaihdossa $0{,}988 \cdot 248{,}024\ldots\ € = 245{,}048\ldots\ € \approx 245{,}05\ €$.

48.

Valuutanvaihtopiste ostaa liikemieheltä Sveitsin frangit, joten käytetään ostokurssia.

$$1\ € = 1{,}1704\ \mathrm{CHF}$$

Tällöin $1\ \mathrm{CHF} = \frac{1}{1{,}1704}\ €$, joten

$$650{,}00\ \mathrm{CHF} = \frac{650{,}00}{1{,}1704}\ € = 555{,}365\ldots\ € \approx 555{,}37\ €.$$

Tämän jälkeen valuutanvaihtopiste myy liikemiehelle Ruotsin kruunuja, joten käytetään myyntikurssia.

$$1\ € = 9{,}4035\ \mathrm{SEK}$$

Tällöin

$$555{,}37\ € = 555{,}37 \cdot 9{,}4035\ \mathrm{SEK} = 5222{,}421\ldots\ \mathrm{SEK} \approx 5222{,}42\ \mathrm{SEK}.$$

Liikemies sai vaihdossa 5 222,42 Ruotsin kruunua.

49.

Valuutanvaihtopiste ostaa USA:n dollarit, joten käytetään ostokurssia.

$$1\ € = 1{,}2058\ \text{USD}$$

Tällöin 1 USD $= \frac{1}{1{,}2058}$ €, joten

$$145\ \text{USD} = \frac{145}{1{,}2058}\ € = 120{,}252\ldots\ € \approx 120{,}25\ €.$$

Valuutanvaihtopiste ostaa Ruotsin kruunut, joten käytetään ostokurssia.

$$1\ € = 9{,}7729\ \text{SEK}$$

Tällöin 1 SEK $= \frac{1}{9{,}7729}$ €, joten

$$50\ \text{SEK} = \frac{50}{9{,}7729}\ € = 5{,}116\ldots\ € \approx 5{,}12\ €.$$

Valuutanvaihtopiste ostaa Thaimaan bahtit, joten käytetään ostokurssia.

$$1\ € = 43{,}3617\ \text{THB}$$

Tällöin 1 THB $= \frac{1}{43{,}3617}$ €, joten

$$5430\ \text{THB} = \frac{5430}{43{,}3617}\ € = 125{,}225\ldots\ € \approx 125{,}23\ €.$$

David saa vaihdoissa yhteensä

$120{,}25\ € + 5{,}12\ € + 125{,}23\ € = 250{,}60\ €.$

David vaihtaa euroista 20 %, eli $0{,}20 \cdot 250{,}60\ € = 50{,}12\ €.$

Valuutanvaihtopiste myy Davidille Englannin punnat, joten käytetään myyntikurssia.

$$1\text{ €} = 0{,}8781\text{ GBP}$$

Tällöin $50{,}12\text{ €} = 50{,}12 \cdot 0{,}8781\text{ GBP} = 44{,}010 \ldots \text{GBP} \approx 44{,}01\text{ GBP}$.

50.

Merkitään Joonan Ruotsin kruunuiksi vaihtamaa euromäärää kirjaimella x (€). Valuutanvaihtopiste myy Joonalle Ruotsin kruunuja, joten käytetään myyntikurssia.

$$1\ € = 9{,}4239\ \text{SEK}$$

Joona saa vaihdossa $x \cdot 9{,}4239$ Ruotsin kruunua. Joona sai kruunuja 767,20 SEK, joten saadaan yhtälö.

$$x \cdot 9{,}4239\ \text{SEK} = 767{,}20\ \text{SEK}$$
$$x = \frac{767{,}20\ \text{SEK}}{9{,}4239\ \text{SEK}} = 81{,}410\ldots \approx 81{,}41$$

Joona vaihtoi 81,41 € Ruotsin kruunuiksi.

Merkitään Joonan Tanskan kruunuiksi vaihtamaa euromäärää kirjaimella y (€). Valuutanvaihtopiste myy Joonalle Tanskan kruunuja, joten käytetään myyntikurssia.

$$1\ € = 7{,}2522\ \text{DKK}$$

Joona saa vaihdossa $y \cdot 7{,}2522$ Tanskan kruunua. Joona sai kruunuja 873,60 DKK, joten saadaan yhtälö.

$$y \cdot 7{,}2522\ \text{DKK} = 873{,}60\ \text{DKK}$$
$$y = \frac{873{,}60\ \text{DKK}}{7{,}2522\ \text{DKK}} = 120{,}459\ldots \approx 120{,}46$$

Joona vaihtoi 120,46 € Tanskan kruunuiksi.

Joona vaihtoi yhteensä 250 euroa. Islannin kruunuiksi vaihdettu euromäärä oli tällöin

$$250\text{ €} - 81{,}41\text{ €} - 120{,}46\text{ €} = 48{,}13\text{ €}.$$

Valuutanvaihtopiste myy Joonalle Islannin kruunuja, joten käytetään myyntikurssia.

$$1\text{ €} = 116{,}5459\text{ ISK}$$

Tällöin

$$48{,}13\text{ €} = 48{,}13 \cdot 116{,}5459\text{ ISK} = 5609{,}354\ldots\text{ ISK} \approx 5609{,}35\text{ ISK}.$$

Joona sai 5609,35 Islannin kruunua.

51.

a) Euron kurssi on heikoin silloin, kun yhden euron arvo Ruotsin kruunuina on matalin. Kuvaajan perusteella euron arvo oli matalammillaan vuonna 2000.

b) Euron kurssi on vahvin silloin, kun yhden euron arvo Ruotsin kruunuina on korkein. Kuvaajan perusteella euron arvo oli korkeimmillaan vuonna 2009.

c) Euron arvoa kuvaava käyrä nousee aikavälillä 2000–2001, eli euron arvo Ruotsin kruunuina kasvaa. Euro siis vahvistui, eli revalvoitui kruunuun nähden.

52.

Valuuttakurssit ilmaisevat yhden euron arvon vieraassa valuutassa.

a) Devalvoituminen tarkoittaa euron ulkoisen arvon alenemista suhteessa toiseen valuuttaan.

Euron arvo laski Tsekin korunoissa sekä Singaporen dollareissa, eli euro devalvoitui näiden valuuttojen suhteen.

b) Suomeen kannattaa matkustaa silloin, kun euron arvo on matalalla, koska tällöin vieraalla valuutalla saa suhteessa enemmän euroja.

Euron arvo Norjan kruunuina oli matalampi vuonna 2009 (1 € = 7,2756 NOK) kuin vuonna 2017 (1 € = 9,3618 NOK), joten Norjasta olisi kannattanut matkustaa Suomeen ennemmin vuonna 2009 kuin vuonna 2017.

Sen sijaan Tsekin korunan ja Singaporen dollarin suhteen euron arvo oli vuonna 2009 korkeampi kuin vuonna 2017, joten näistä maista matkustavalle euro oli vuonna 2009 kalliimpaa.

53.

Merkitään myyntikurssia kirjaimella x, eli $1\ € = x$ (SEK).

Tällöin Reetan vaihdossa saama kruunumäärä on $120{,}00 \cdot x$ (SEK).

Reetta sai 1066,50 kruunua, joten saadaan yhtälö.

$$120{,}00 \cdot x = 1066{,}50\ \text{SEK}$$
$$x = \frac{1066{,}50\ \text{SEK}}{120{,}00} = 8{,}8875$$

Myyntikurssi oli siis $1\ € = 8{,}8875$ SEK.

54.

Jasu vaihtaa 500,00 € pesoiksi kurssilla 1 € = 21,3382 MXN.

Jasu saa tällöin

$$500{,}00\ € = 500{,}00 \cdot 21{,}3382\ \text{MXN} = 10\ 669{,}10\ \text{MXN}.$$

Myös Miisalla on käytössä 500,00 €. Valuutanvaihtopiste perii ensin välityspalkkiona 2,0 %. Miisalle jää pesojen vaihtoon

$$(100\ \% - 2\ \%) \cdot 500{,}00\ € = 0{,}98 \cdot 500{,}00\ € = 490\ €.$$

Merkitään Miisan käyttämän vaihtopisteen myyntikurssia kirjaimella k, eli $1\ € = k$ (MXN). Miisa saa vaihdossa tällöin $490 \cdot k$ pesoa.

Miisa sai vaihdossa yhtä paljon pesoja kuin Jasu, joten Miisa sai 10 669,10 pesoa.

$$\begin{aligned} 490 \cdot k &= 10\ 669{,}10\ \text{MNX} \\ k &= \frac{10\ 669{,}10\ \text{MNX}}{490} = 21{,}77367 \ldots \text{MNX} \approx 21{,}7737\ \text{MNX} \end{aligned}$$

Miisan käyttämän valuutanvaihtopisteen myyntikurssi oli 1 € = 21,7737 MNX.

55.

Brian vaihtaa 150 dollaria euroiksi kurssilla $1\ € = 1{,}1754\ \text{USD}$. Tällöin

$$1\ \text{USD} = \frac{1}{1{,}1754}\ €.$$

Brian saa vaihdossa

$$150\ \text{USD} = \frac{150}{1{,}1754}\ € = 127{,}616\ldots\ € \approx 127{,}62\ €.$$

Myös Pamelalla on käytössä 150 dollaria. Valuutanvaihtopiste perii ensin välityspalkkiona 5,00 euroa. Pamelan valuutta on dollareina, joten muutetaan ensin hänen dollarinsa euroiksi.

Merkitään Pamelan käyttämän vaihtopisteen ostokurssia kirjaimella *k*, eli $1\ € = k$ (USD). Tällöin $1\ \text{USD} = \frac{1}{k}\ €$, joten Pamela saa vaihdossa

$$150\ \text{USD} = \frac{150}{k}\ €.$$

Pamelalle jää vaihtopalkkion 5,00 € vähentämisen jälkeen
$\frac{150}{k}\ € - 5{,}00\ €$.

Muodostetaan yhtälö, jossa Brianin ja Pamelan saamat euromäärät merkitään yhtä suuriksi, ja ratkaistaan yhtälöstä vaihtokurssi k.

$$127{,}62\ € = \frac{150}{k}\ € - 5{,}00\ € \quad \| +5{,}00\ €$$

$$132{,}62\ € = \frac{150}{k}\ € \quad \| \cdot k$$

$$132{,}62\ € \cdot\ k = 150\ € \quad \| : 132{,}62\ €$$

$$k = \frac{150\ €}{132{,}62\ €} = 1{,}13105\ \ldots \approx 1{,}1311$$

Pamelan käyttämän valuutanvaihtopisteen ostokurssin tulisi olla $1\ € = 1{,}1311$ USD.

56.

a) Yhdellä eurolla sai ensimmäisessä vaihdossa enemmän kruunuja (1 € = 7,5472 DKK) kuin jälkimmäisessä (1 € = 6,3816 DKK). Euron arvo siis laski suhteessa kruunuun, eli euro oli devalvoitunut.

Devalvaatioprosentti lasketaan vertaamalla euron kursseja.

$$\frac{\text{myöhempi arvo}}{\text{aikaisempi arvo}} = \frac{6{,}3816\text{ DKK}}{7{,}5472\text{ DKK}} = 0{,}8455\ldots \approx 85\ \%$$

Euron devalvaatioprosentti oli $100\ \% - \ 85\ \% = 15\ \%$.

Huomaa, että devalvaatioprosentin saa myös vertaamalla kurssien eroa alkuperäiseen kurssiin.

$$\frac{\text{kurssien ero}}{\text{alkuperäinen kurssi}} = \frac{7{,}5472\text{ DKK} - 6{,}3816\text{ DKK}}{7{,}5472\text{ DKK}} = \frac{1{,}1656}{7{,}5472}$$
$$= 0{,}1544\ldots \approx 15\ \%$$

b) Kun toinen valuutta devalvoituu, toinen revalvoituu. Euro devalvoitui, joten kruunu revalvoitui.

Koska tarkastellaan kruunun arvon muutosta, on valuuttakurssit muutettava kruunun kursseiksi.

- aikaisempi kurssi: $1\text{ DKK} = \frac{1}{7{,}5472}\text{€} = 0{,}13249\ldots\text{€}$
- myöhempi kurssi: $1\text{ DKK} = \frac{1}{6{,}3816}\text{€} = 0{,}15670\ldots\text{€}$

Huomaa, että yhden kruunun arvo euroissa on noussut, joten kruunu on revalvoitunut, mikä pääteltiin jo a-kohdan tuloksesta.

Kruunun revalvaatioprosentti lasketaan vertaamalla kruunun kursseja (tai vertaamalla kurssien eroa alkuperäiseen kurssiin).

$$\frac{\text{myöhempi arvo}}{\text{aikaisempi arvo}} = \frac{(1:6{,}3816)€}{(1:7{,}5472)€} = 1{,}1826\ldots \approx 118\ \%$$

Euron revalvaatioprosentti oli $118\ \% - 100\ \% = 18\ \%$.

Huomaa, että toisen valuutan devalvoituessa toinen valuutta revalvoituu. Prosentuaalisesti muutokset eivät kuitenkaan ole yhtä suuret: euro devalvoitui 15 % ja samaan aikaan kruunu revalvoitui 18 %.

57.

a) Yhden forinttin arvo on alkutilanteessa (1 HUF = 0,0038 €) suurempi kuin lopputilanteessa (1 HUF =0,0032 €). Forinttin arvo siis laski suhteessa euroon, eli forintti devalvoitui.

Devalvaatioprosentti lasketaan vertaamalla forinttin kursseja.

$$\frac{\text{myöhempi arvo}}{\text{aikaisempi arvo}} = \frac{0{,}0032\ \text{HUF}}{0{,}0038\ \text{HUF}} = 0{,}8421\ldots \approx 84{,}2\ \%$$

Forinttin devalvaatioprosentti oli $100\ \% - \ 84{,}2\ \% = 15{,}8\ \%$.

b) Tehtävässä on annettu euron kurssit. Koska tarkastellaan jenin arvon muutosta suhteessa euroon, on valuuttakurssit muutettava jenin kursseiksi.

- alussa: $1\ \text{JPY} = \frac{1}{124{,}39}€ = 0{,}00803\ldots €$
- lopussa: $1\ \text{JPY} = \frac{1}{130{,}45}€ = 0{,}00766\ldots €$

Yhden jenin arvo on alkutilanteessa suurempi kuin lopputilanteessa. Jenin arvo siis laski suhteessa euroon, eli jeni devalvoitui.

Devalvaatioprosentti lasketaan vertaamalla jenin kursseja.

$$\frac{\text{myöhempi arvo}}{\text{aikaisempi arvo}} = \frac{(1:130{,}45)€}{(1:124{,}39)€} = 0{,}9535\ldots \approx 95{,}4\ \%$$

Jenin devalvaatioprosentti oli $100\ \% - \ 95{,}4\ \% = 4{,}6\ \%$.

58.

Merkitään euron alkuperäistä kurssia kirjaimella a, eli $1\ € = a$ (ZAR)

Euro devalvoitui 5,0 %, eli euron arvo randeina laski 5,0 %. Yhdellä eurolla saa 5,0 % vähemmän randeja kuin aikaisemmin.

Devalvaation jälkeen euron kurssi on $1\ € = 0{,}95a$ (ZAR).

Merkitään viinin alkuperäistä litrahintaa kirjaimella b (randia).

Viinin hinta nousi 3,0 %, joten uusi hinta on $1{,}03b$ (randia).

Viinin eurohintaan vaikuttavat euron kurssi sekä viinin randihinta. Kootaan tiedot taulukkoon.

	Ennen euron devalvaatiota	Euron devalvaation jälkeen
Kurssi	$1\ € = a$ (ZAR) $1\ \text{ZAR} = \dfrac{1}{a}\ €$	$1\ € = 0{,}95a$ (ZAR) $1\ \text{ZAR} = \dfrac{1}{0{,}95a}$
Viinin litrahinta Etelä-Afrikassa (randeina)	b (ZAR)	$1{,}03b$ (ZAR)
Viinin litrahinta euroina	$b \cdot \dfrac{1}{a} = \dfrac{b}{a}$	$1{,}03b \cdot \dfrac{1}{0{,}95a} = \dfrac{1{,}03b}{0{,}95a} \approx 1{,}084 \cdot \dfrac{b}{a}$

Viinin litrahinta euroina on tullut 1,084-kertaiseksi, eli hinta on 108,4 % alkuperäisestä hinnasta. Viinin litrahinta euroissa on noussut

$$108{,}4\% - 100\ \% = 8{,}4\ \%.$$

59.

Neulepaidan eurohinta nousee 4,0 %, joten uusi eurohinta on
$1{,}04 \cdot 55\ € = 57{,}20\ €$.

Euron alkuperäinen arvo on $1\ € = 9{,}56$ SEK.

- kruunun alkuperäinen arvo euroina on tällöin $1\ \text{SEK} = \frac{1}{9{,}56}\ €$.

Ruotsin kruunu devalvoituu 2,5 %, eli kruunun arvo laskee 2,5 %.

- $100\ \% - 2{,}5\ \% = 97{,}5\ \% = 0{,}975$
- kruunun uusi arvo euroina on $1\ \text{SEK} = 0{,}975 \cdot \frac{1}{9{,}56}\ € = \frac{0{,}975}{9{,}56}\ €$
- euron uusi arvo on tällöin $1\ € = \frac{9{,}56}{0{,}975}$ SEK.

Neulepaidan uudeksi kruunuhinnaksi saadaan

$$57{,}20 \cdot \frac{9{,}56}{0{,}975}\ \text{SEK} = 566{,}133\ldots\ \text{SEK} \approx 566{,}13\ \text{SEK}.$$

60.

Valuutanvaihtopiste myy Ruotsin kruunut, joten käytetään myyntikurssia.

$$1\ € = 9{,}4035\ \text{SEK}$$

Tällöin $120\ € = 120 \cdot 9{,}4035\ \text{SEK} = 1128{,}42\ \text{SEK}$.

Valuutanvaihtopiste myy Australian dollarit, joten käytetään myyntikurssia.

$$1\ € = 1{,}4137\ \text{AUD}$$

Tällöin $450\ € = 450 \cdot 1{,}4137\ \text{AUD} = 636{,}165\ \text{AUD} \approx 636{,}17\ \text{AUD}$.

Valuutanvaihtopiste myy Yhdysvaltain dollarit, joten käytetään myyntikurssia.

$$1\ € = 1{,}1631\ \text{USD}$$

Tällöin $500\ € = 500 \cdot 1{,}1631\ \text{USD} = 581{,}55\ \text{USD}$.

61.

Valuutanvaihtopiste myy Norjan kruunut, joten käytetään myyntikurssia.

$$1\ € = 9{,}3565\ \text{NOK}$$

Tällöin $120\ € = 120 \cdot 9{,}3565\ \text{NOK} = 1122{,}78\ \text{NOK}$.

Tämän jälkeen valuutanvaihtopiste ostaa Norjan kruunut, joten käytetään ostokurssia.

$$1\ € = 9{,}8605\ \text{NOK}$$

Tällöin $1\ \text{NOK} = \frac{1}{9{,}8605}\ €$, joten Elina saa vaihdossa takaisin

$$1122{,}78\ \text{NOK} = \frac{1122{,}78}{9{,}8605}\ € = 113{,}866\ldots\ € \approx 113{,}85\ €.$$

Suomessa pienin käytössä oleva kolikko on 5 senttiä, joten euromäärä on pyöristetty lähimpään viiteen senttiin.

Elina jää valuutanvaihdossa tappiolle $120\ € - 113{,}85\ € = 6{,}15\ €$.

62.

Punnan kurssi ennen devalvoitumista on $1£ = 1{,}176$ €.

Punta devalvoituu 6,7 %, eli punnan arvo euroissa laskee 6,7 %.

$$100\ \% - 6{,}7\ \% = 93{,}3\ \% = 0{,}933$$

Punnan uusi kurssi on $1£ = 0{,}933 \cdot 1{,}176\ € = 1{,}097208\ €$.

Ellen saa tällöin vaihdossa

$250\ £ = 250 \cdot 1{,}097208\ € = 274{,}302\ € \approx 274{,}30\ €$.

63.

Etelä-Korean valuuttayksikön wonin valuuttakoodi on KRW.

Merkitään euron alkuperäistä kurssia kirjaimella a, eli $1\text{ €} = a$ (KRW).

- wonin alkuperäinen kurssi on tällöin $1 \text{ KRW} = \frac{1}{a}\text{ €}$.

Won revalvoitui 4,5 %. Wonin arvo euroina nousi 4,5 %, eli wonin kurssi tuli 1,045-kertaiseksi.

- wonin uusi kurssi on tällöin $1 \text{ KRW} = 1{,}045 \cdot \frac{1}{a}\text{ €} = \frac{1{,}045}{a}\text{ €}$.

Euron kannalta tämä tarkoittaa, että euron arvo laski, eli euro devalvoitui. Euron ja wonin kurssit ovat toistensa käänteislukuja, joten euron arvo woneina tuli $\frac{1}{1{,}045}$-kertaiseksi.

- euron uusi kurssi on tällöin $1\text{ €} = \frac{a}{1{,}045}$ (KRW)

Merkitään kenkäparin alkuperäistä hintaa kirjaimella b (wonia).

Kenkien hinta laski 10 %, joten uusi hinta on $0{,}90b$ (wonia).

Kenkäparin eurohintaan vaikuttavat euron kurssi sekä kenkien hinta woneina. Kootaan tiedot taulukkoon.

	Ennen wonin revalvaatiota	Wonin revalvaation jälkeen
Kurssi	$1\ € = a\ (\mathrm{KRW})$ $1\ \mathrm{KRW} = \frac{1}{a}\ €$	$1\ € = \frac{a}{1{,}045}\ (\mathrm{KRW})$ $1\ \mathrm{KRW} = \frac{1{,}045}{a}$
Kenkäparin hinta Etelä-Koreassa (woneina)	b	$0{,}90b$
Kenkäparin hinta Suomessa (euroina)	$b \cdot \frac{1}{a} = \frac{b}{a}$	$0{,}90b \cdot \frac{1{,}045}{a} = \frac{0{,}90 \cdot 1{,}045b}{a}$ $\approx 0{,}9405 \cdot \frac{b}{a}$

Kenkäparin hinta euroina on tullut 0,9405-kertaiseksi, eli hinta on 94,05 % alkuperäisestä hinnasta. Kenkäparin hinta on suomalaiselle maahantuojalle laskenut

$$100\% - 94{,}05\ \% = \ 5{,}95\ \% \approx 6{,}0\ \%.$$

64.

Merkitään euromäärää kirjaimella x (€).

Nella vaihtaa kruunut kurssilla 1 € = 9,4388 SEK. Nellan saama kruunumäärä on tällöin

$$x \cdot 9{,}4388 = 9{,}4388x \text{ (SEK)}.$$

Oskarin käyttämä valuutanvaihtopiste perii ensin 4,00 euron vaihtopalkkion. Oskarille jää kruunujen vaihtoon $x - 4{,}00$ (€).

Oskar vaihtaa kruunut kurssilla 1 € = 9,5260 SEK. Oskarin saama kruunumäärä on tällöin

$$(x - 4{,}00) \cdot 9{,}5260 = 9{,}5260x - 38{,}104 \text{ (SEK)}.$$

Nella ja Oskar saavat vaihdossa yhtä paljon rahaa.

$$9{,}5260x - 38{,}104 = 9{,}4388x \quad \| +38{,}104$$

$$9{,}5260x = 9{,}4388x + 38{,}104 \quad \| -9{,}4388\mathrm{x}$$

$$0{,}0872x = 38{,}104 \quad \|: 0{,}0872$$

$$x = \frac{38{,}104}{0{,}0872} = 436{,}97 \ldots \approx 437$$

Kaverukset vaihtoivat 437 euroa.

2.2 Indeksit

65.

a) Etsitään kuvaajan korkein kohta. Pisteluku on suurin vuonna 2015.

b) Vuonna 2011 pisteluku on noin 1510 ja vuonna 2017 noin 1620.

c) Tarkastelujakson alussa pisteluku oli noin 1510 ja lopussa 1620.
Verrataan pistelukujen eroa alkuperäiseen pistelukuun.

$$\frac{1620-1510}{1510}=\frac{110}{1510}=0{,}0728\ldots\approx 7{,}3\ \%$$

Pisteluku kasvoi 7,3 %.

66.

a) Perusajankohta, johon muita ajankohtia verrataan, on vuosi, jonka pisteluku on 100. Perusajankohta on siis vuosi 2014.

b) Vuoden 2015 pisteluku on 105,2. Matkapuhelimen hinta on noussut

$$105{,}2\ \% - 100{,}0\ \% = 5{,}2\ \%$$

perusajankohtaan, eli vuoteen 2014, verrattuna.

c) Vuoden 2017 pisteluku on 97,1. Matkapuhelimen hinta on laskenut

$$100{,}0\ \% - 97{,}1\ \% = 2{,}9\ \%$$

perusajankohtaan, eli vuoteen 2014, verrattuna.

67.

a) Perusvuodeksi on valittu vuosi 2013. Vuoden 2013 pisteluvuksi tulee luku 100,0.

Muiden vuosien hintoja verrataan vuoden 2013 hintaan, ja suhde ilmaistaan prosentteina. Muiden vuosien pisteluvuksi tulee tämä prosenttiluku kirjoitettuna ilman prosenttimerkkiä.

Vuosi	Kilohinta	Kilohinta verrattuna vuoden 2013 kilohintaan	Hintaindeksisarja (2013 = 100)
2013	4,80	$\frac{4,80}{4,80} = 1 = 100,0\ \%$	**100,0**
2014	4,94	$\frac{4,94}{4,80} = 1,0291 \ldots \approx 102,9\ \%$	**102,9**
2015	4,64	$\frac{4,64}{4,80} = 0,9666 \ldots \approx 96,7\ \%$	**96,7**
2016	4,30	$\frac{4,30}{4,80} = 0,8958 \ldots \approx 89,6\ \%$	**89,6**

b) Perusvuodeksi on valittu vuosi 2016. Vuoden 2016 pisteluvuksi tulee luku 100,0.

Muiden vuosien hintoja verrataan vuoden 2016 hintaan, ja suhde ilmaistaan prosentteina. Muiden vuosien pisteluvuksi tulee tämä prosenttiluku kirjoitettuna ilman prosenttimerkkiä.

Vuosi	Kilohinta	Kilohinta verrattuna vuoden 2016 kilohintaan	Hintaindeksisarja (2016 = 100)
2013	4,80	$\frac{4{,}80}{4{,}30} = 1{,}1162\ldots \approx 111{,}6\ \%$	**111,6**
2014	4,94	$\frac{4{,}94}{4{,}30} = 1{,}1488\ldots \approx 114{,}9$	**114,9**
2015	4,64	$\frac{4{,}64}{4{,}30} = 1{,}0790\ldots \approx 107{,}9\ \%$	**107,9**
2016	4,30	$\frac{4{,}30}{4{,}30} = 1 = 100{,}0\ \%$	**100,0**

68.

Perusvuodeksi on valittu vuosi 2013. Vuoden 2013 pisteluvuksi tulee luku 100,0.

Muiden vuosien hintoja verrataan vuoden 2013 hintaan, ja suhde ilmaistaan prosentteina. Muiden vuosien pisteluvuksi tulee tämä prosenttiluku kirjoitettuna ilman prosenttimerkkiä.

Vuosi	Kilohinta	Kilohinta verrattuna vuoden 2013 kilohintaan	Hintaindeksisarja (2013 = 100)
2013	3,08	$\frac{3{,}08}{3{,}08} = 1 = 100{,}0\ \%$	**100,0**
2014	3,25	$\frac{3{,}25}{3{,}08} = 1{,}0551 \ldots \approx 105{,}5\ \%$	**105,5**
2015	3,19	$\frac{3{,}19}{3{,}08} = 1{,}0357 \ldots \approx 103{,}6\ \%$	**103,6**
2016	3,03	$\frac{3{,}03}{3{,}08} = 0{,}9837 \ldots \approx 98{,}4\ \%$	**98,4**

a) Vuoden 2014 pisteluku 105,5 ilmaisee hinnan muutoksen vuoden 2013 hintaan verrattuna.

Tomaatin hinta on noussut $105{,}5\ \% - 100\ \% = 5{,}5\ \%$.

b) Verrataan vuoden 2016 pistelukua vuoden 2014 pistelukuun.

$$\frac{98{,}4}{105{,}5} = 0{,}9327 \ldots \approx 93{,}3\ \%$$

Tomaatin hinta on laskenut $100\ \% - 93{,}3\ \% = 6{,}7\ \%$.

69.

Perusvuodeksi on valittu vuosi 2015. Vuoden 2015 pisteluvuksi tulee luku 100,0.

Muiden vuosien hintoja verrataan vuoden 2015 hintaan, ja suhde ilmaistaan prosentteina. Muiden vuosien pisteluvuksi tulee tämä prosenttiluku ilman prosenttimerkkiä kirjoitettuna.

Vuosi	Lipun hinta	Lipun hinta verrattuna vuoden 2015 hintaan	Hintaindeksisarja (2015 = 100)
2013	11,12	$\frac{11,12}{11,36} = 0,9788 \ldots \approx 97,9\ \%$	**97,9**
2014	11,22	$\frac{11,22}{11,36} = 0,9876 \ldots \approx 98,8\ \%$	**98,8**
2015	11,36	$\frac{11,36}{11,36} = 1 = 100,0\ \%$	**100,0**
2016	11,77	$\frac{11,77}{11,36} = 1,0360 \ldots \approx 103,6\ \%$	**103,6**

a) Vuoden 2016 pisteluku 103,6 ilmaisee hinnan muutoksen vuoden 2015 hintaan verrattuna.

Elokuvalipun hinta on noussut $103,6\ \% - 100\ \% = 3,6\ \%$.

b) Verrataan vuoden 2015 pistelukua vuoden 2014 pistelukuun.

$$\frac{100,0}{98,8} = 1,0121 \ldots \approx 101,2\ \%$$

Elokuvalipun hinta on noussut $101,2\ \% - 100\ \% = 1,2\ \%$.

70.

a) Merkitään kuntokeskuksen maksua vuonna 2016 kirjaimella *x* (euroa/kk).

Vuosien 2014 ja 2016 pistelukujen 112,8 ja 120,5 suhde on yhtä suuri kuin kuukausimaksujen 48 €/kk ja *x* suhde. Muodostetaan verrantoyhtälö.

$$\frac{112{,}8}{120{,}5} = \frac{48}{x} \quad \textit{kerrotaan ristiin}$$

$$112{,}8x = 5784 \quad \|{:}\,112{,}8$$

$$x = \frac{5784}{112{,}8} = 51{,}276\ldots \approx 51{,}28$$

Kuntokeskuksen maksu vuonna 2016 oli 51,28 euroa/kk.

b) Merkitään indeksin pistelukua vuonna 2017 kirjaimella *p.*

Vuosien 2014 ja 2017 kuukausimaksujen 48 €/kk ja 65 €/kk suhde on yhtä suuri kuin pistelukujen 112,8 ja *p* suhde. Muodostetaan verrantoyhtälö.

$$\frac{48}{65} = \frac{112{,}8}{p} \quad \textit{kerrotaan ristiin}$$

$$48p = 7332 \quad \|{:}\,48$$

$$p = \frac{7332}{48} = 152{,}75 \approx 152{,}8$$

Indeksin pisteluku vuonna 2017 oli 152,8.

71.

a) Merkitään vuoden 2015 vuokraa kirjaimella x (€/kk).

Kun asunnon vuokra sidotaan kuluttajahintaindeksiin, niin asunnon vuokraa nostetaan samassa suhteessa kuin mitä kuluttajahintaindeksi nousee. Vuosien 2012 ja 2015 pistelukujen 106,3 ja 108,8 suhde on yhtä suuri kuin vuokrien 485,00 €/kk ja x suhde.

Muodostetaan verrantoyhtälö.

$$\frac{106{,}3}{108{,}8} = \frac{485{,}00}{x} \qquad \textit{kerrotaan ristiin}$$

$$106{,}3x = 52\,768 \qquad \| : 106{,}3$$

$$x = \frac{52\,768}{106{,}3} = 496{,}406\ldots \approx 496{,}41$$

Asunnon vuokra vuonna 2015 oli 496,41 euroa/kk.

b) Merkitään vuoden 2016 pistelukua kirjaimella p. Vuosien 2012 ja 2016 pistelukujen 106,3 ja x suhde on yhtä suuri kuin vuokrien 485,00 €/kk ja 498,20 €/kk suhde.

Muodostetaan verrantoyhtälö.

$$\frac{485{,}00}{498{,}20} = \frac{106{,}3}{p} \qquad \textit{kerrotaan ristiin}$$

$$485p = 52\,958{,}66 \qquad \| : 485$$

$$p = \frac{52\,958{,}66}{485} = 109{,}19\ldots \approx 109{,}2$$

Indeksin pisteluku vuonna 2016 oli 109,2.

72.

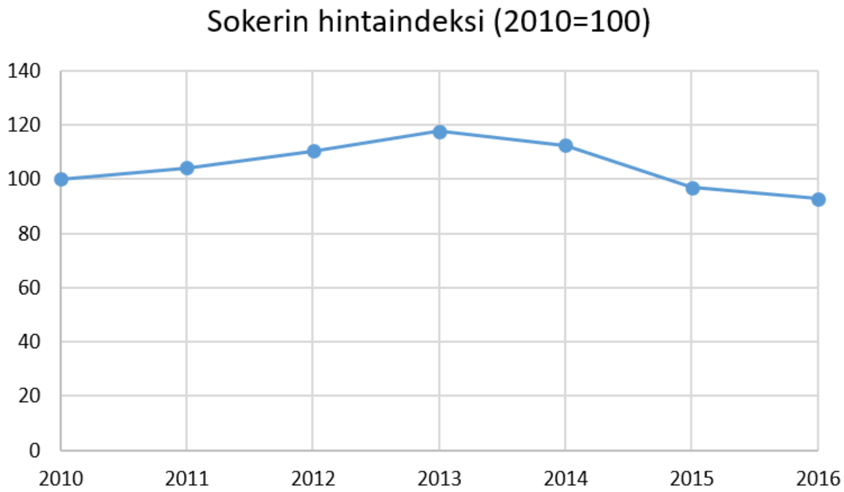
a) Kirjoitetaan vuosiluvut (sarake A) sekä sokerin kilohinnat (sarake B) taulukkolaskentaohjelman taulukkoon.

Perusvuodeksi on valittu vuosi 2010, joten muiden vuosien hintoja verrataan lukuun 0,96. Lasketaan indeksisarjan pisteluvut (sarake C).

- soluun C2 on kirjoitettu laskukaava =B2/0,96*100
- laskukaava on kopioitu sarakkeessa C alaspäin

	A	B	C
1	**vuosi**	**hinta**	**indeksi (2010=100)**
2	2010	0,96	100,0
3	2011	1,00	104,2
4	2012	1,06	110,4
5	2013	1,13	117,7
6	2014	1,08	112,5
7	2015	0,93	96,9
8	2016	0,89	92,7

b) Kuvataan indeksisarjaa viivadiagrammilla. Viivadiagrammi piirretään vuosilukusarakkeen A ja indeksisarakkeen C avulla.



73.

a) Perusvuodeksi on valittu vuosi 2011. Muiden vuosien neliöhintoja verrataan aravahuoneistojen indeksissä lukuun 9,90 ja vapaarahoitteisten asuntojen indeksissä lukuun 11,54.

Aineisto on ladattavissa Excel-taulukkona. Indeksisarja voidaan laskea tähän taulukkoon.

- taulukkoon lisätään tyhjä rivi 7
- soluun C7 kirjoitetaan laskukaava =C6/9,90*100
- laskukaava kopioidaan rivillä 7 oikealle
- soluun C9 kirjoitetaan laskukaava =C9/11,54*100
- laskukaava kopioidaan rivillä 9 oikealle
- rivien 7 ja 9 pyöristystarkkuus muutetaan yhden desimaalin tarkkuuteen

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2								
3		**Asuinhuoneistojen kuukausivuokrat neliötä kohti**						
4								
5		(€/m^2/kk)	**2011**	**2012**	**2013**	**2014**	**2015**	**2016**
6		aravahuoneistot	9,90	10,25	10,64	10,96	11,21	11,38
7			100,0	103,5	107,5	110,7	113,2	114,9
8		vapaarahoitteiset	11,54	11,98	12,43	12,84	13,30	13,65
9			100,0	103,8	107,7	111,3	115,3	118,3

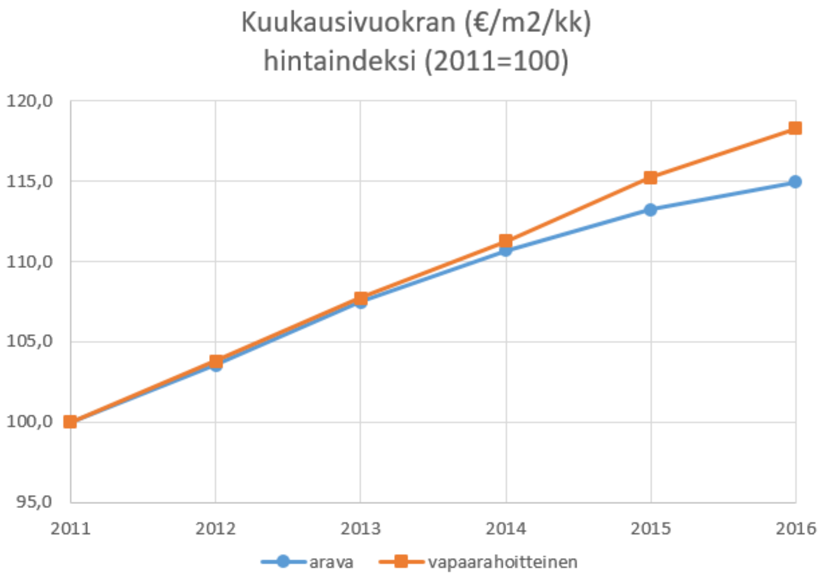
Jos indeksisarja halutaan taulukoksi, jossa vuosiluvut ovat sarakkeessa, niin aineistossa riveittäin annetut tiedot voi kopioida ja liittää Excelistä löytyvällä Liitä: Transponoi–toiminnolla tyhjään sarakkeeseen. Transponoi-toiminto muuttaa kopioidun rivin sarakkeeksi.

Alla indeksisarjat on laskettu seuraavasti:

- Ladattavassa tiedostossa vuosilukurivi, avarahuoneistojen vuokrat sekä vapaarahoitteisten asuntojen vuokrat on kopioitu tyhjän Excel-taulukon sarakkeisiin A, B ja D.
- Soluun C2 on kirjoitettu laskukaava =B2/9,90*100 ja kaava on kopioitu sarakkeessa C alaspäin. Sarakkeen C pyöristystarkkuus muutettiin yhteen desimaaliin.
- Soluun E2 on kirjoitettu laskukaava =D2/11,54*100 ja kaava on kopioitu sarakkeessa E alaspäin. Sarakkeen E pyöristystarkkuus muutettiin yhteen desimaaliin.

	A	B	C	D	E
1	Vuosi	Avarahuoneisto (€/m2/kk)	Indeksi	Vapaarahoitteinen (€/m2/kk)	Indeksi
2	2011	9,90	100,0	11,54	100,0
3	2012	10,25	103,5	11,98	103,8
4	2013	10,64	107,5	12,43	107,7
5	2014	10,96	110,7	12,84	111,3
6	2015	11,21	113,2	13,30	115,3
7	2016	11,38	114,9	13,65	118,3

b) Piirretään indeksisarjoja kuvaavat viivadiagrammit samaan diagrammiin. Kuvaaja piirretään vuosilukurivin/sarakkeen sekä indeksirivien/sarakkeiden perusteella.



c) Kummankin indeksisarjan pisteluku ilmaisee muutosta vuoteen 2011 verrattuna. Vapaarahoitteisten asuntojen vuoden 2016 pisteluku 118,3 on suurempi kuin aravahuoneistojen pisteluku 114,9, joten vapaarahoitteisten asuntojen kuukausivuokra (€/m^2/kk) on noussut suhteessa enemmän tänä ajanjaksona.

74.

a) Taulukon pisteluvut ilmaisevat kunkin maan hintatason muuttumista suhteessa Suomen hintatasoon. Lasketaan, kuinka monta prosenttiyksikköä kunkin maan hintataso on muuttunut.

- **Espanja:** pisteluku on noussut arvosta 75 arvoon 77, joten hintataso on noussut
  $77 - 75 = 2$ %-yksikköä

- **Ruotsi:** pisteluku on noussut arvosta 87 arvoon 101, joten hintataso on noussut
  $101 - 87 = 14$ %-yksikköä

- **Saksa:** pisteluku on noussut arvosta 83 arvoon 85, joten hintataso on noussut
  $85 - 83 = 2$ %-yksikköä

- **Sveitsi:** pisteluku on noussut arvosta 112 arvoon 135, joten hintataso on noussut
  $135 - 112 = 23$ %-yksikköä

Sveitsin hintataso on noussut vuosien 2010–2017 aikana suhteellisesti eniten Suomeen verrattuna.

b) Uudessa indeksisarjassa kunkin maan pistelukua verrataan kunakin vuonna Espanjan pistelukuun. Uusi indeksisarja voidaan laskea esimerkiksi ladattavissa olevaan Excel-taulukkoon siinä jo olevan taulukon alapuolelle.

Tässä ratkaisussa ladattavan Excel-taulukon tyhjät sarakkeet ja rivit on poistettu niin, että otsikko on solussa A1. Indeksisarjat on laskettu taulukossa riviltä 9 alaspäin.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	**Yksityisen kulutuksen kokonaishintataso indeksilukuna (Suomi = 100)**								
2		**2010**	**2011**	**2012**	**2013**	**2014**	**2015**	**2016**	**2017**
3	**Espanja**	75	80	81	78	77	74	74	77
4	**Ruotsi**	87	101	101	103	101	97	102	101
5	**Saksa**	83	85	84	82	83	83	83	85
6	**Suomi**	100	100	100	100	100	100	100	100
7	**Sveitsi**	112	131	136	123	125	139	133	135
8									
9	**Yksityisen kulutuksen kokonaishintataso indeksilukuna (Espanja = 100)**								
10		**2010**	**2011**	**2012**	**2013**	**2014**	**2015**	**2016**	**2017**
11	**Espanja**	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
12	**Ruotsi**	116,0	126,3	124,7	132,1	131,2	131,1	137,8	131,2
13	**Saksa**	110,7	106,3	103,7	105,1	107,8	112,2	112,2	110,4
14	**Suomi**	133,3	125,0	123,5	128,2	129,9	135,1	135,1	129,9
15	**Sveitsi**	149,3	163,8	167,9	157,7	162,3	187,8	179,7	175,3

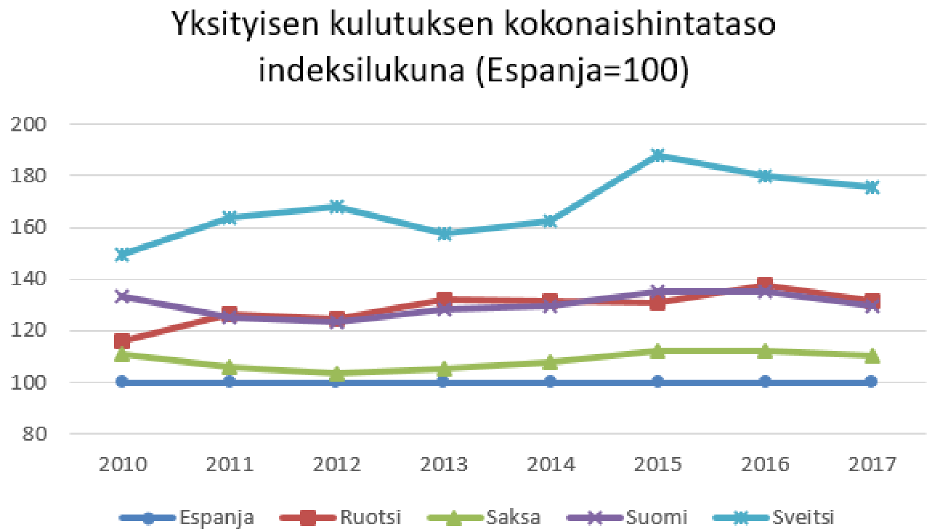
- soluun B11 on kirjoitettu laskukaava =B3/75*100 ja kaava on kopioitu sarakkeessa B alaspäin

- soluun C11 on kirjoitettu laskukaava =C3/80*100 ja kaava on kopioitu sarakkeessa C alaspäin

- soluun D11 on kirjoitettu laskukaava =D3/81*100 ja kaava on kopioitu sarakkeessa D alaspäin

- näin on jatkettu sarakkeeseen I saakka, ja muodostuneen indeksitaulukon solujen pyöristystarkkuus on muutettu yhteen desimaaliin

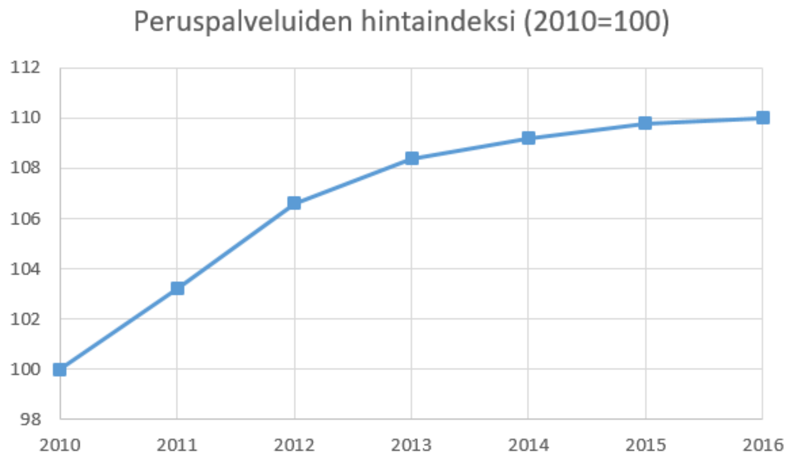
b) Piirretään viivadiagrammi vuosilukurivin sekä b-kohdassa laskettujen indeksipisteiden perusteella.



75.

a) Kirjoitetaan vuosiluvut (sarake A) ja indeksin pisteluvut (sarake B) laskentataulukkoon. Piirretään viivadiagrammi.

	A	B
1	**Vuosi**	**Indeksi**
2	2010	100,0
3	2011	103,2
4	2012	106,6
5	2013	108,4
6	2014	109,2
7	2015	109,8
8	2016	110,0



b) Merkitään vuoden 2016 terveyskeskusmaksua kirjaimella *x* (€).

Jos terveyskeskusmaksu noudattaa hintaindeksiä, niin vuosien 2014 ja 2016 pistelukujen 109,2 ja 110,0 suhde on yhtä suuri kuin terveysmaksujen 14,70 € ja *x* (€) suhde.

Muodostetaan verrantoyhtälö.

$$\frac{109{,}2}{110{,}0} = \frac{14{,}70}{x} \quad kerrotaan\ ristiin$$

$$109{,}2x = 1617 \quad \|: 109{,}2$$

$$x = \frac{1617}{109{,}2} = 14{,}807 \ldots \approx 14{,}81$$

Terveyskeskusmaksu vuonna 2016 olisi 14,81 euroa.

c) Merkitään vuoden 2016 pistelukua kirjaimella *p*.

Jos terveyskeskusmaksu noudattaa hintaindeksiä, niin vuosien 2014 ja 2016 pistelukujen 109,2 ja *p* suhde on yhtä suuri kuin terveysmaksujen 14,70 € ja 20,90 € suhde.

Muodostetaan verrantoyhtälö.

$$\frac{14{,}70}{20{,}90} = \frac{109{,}2}{p} \quad kerrotaan\ ristiin$$

$$14{,}70p = 2282{,}28 \quad \|: 14{,}70$$

$$x = \frac{2282{,}28}{14{,}70} = 155{,}25 \ldots \approx 155{,}3$$

Tämän perusteella vuoden 2016 pisteluku olisi 155,3.

76.

Lasketaan maidon, kahvin ja sokerin kokonaiskustannukset kunakin vuonna. Kustannukset lasketaan kertomalla kunkin tuotteen yksikköhinta tuotteen keskikulutuksella ja summaamalla näin saadut tulot yhteen.

Huomaa, että kahvin hinta on ilmoitettu pakettia, eli 500 grammaa, kohden. Kahvin kulutus on puolestaan ilmaistu kiloina. Tämä huomioidaan laskussa kertomalla kahvin pakettihinta luvulla 2, jolloin saadaan kahvin kilohinta.

- 1980: $\overbrace{13{,}2 \cdot 0{,}36}^{\text{maito}} + \overbrace{5{,}0 \cdot 2 \cdot 2{,}60}^{\text{kahvi}} + \overbrace{2{,}8 \cdot 1{,}00}^{\text{sokeri}}$
  $= 33{,}552 \approx 33{,}55(€)$

- 1990: $13{,}2 \cdot 0{,}67 + 5{,}0 \cdot 2 \cdot 2{,}52 + 2{,}8 \cdot 1{,}28$
  $= 37{,}628 \approx 37{,}63(€)$

- 2000: $13{,}2 \cdot 0{,}63 + 5{,}0 \cdot 2 \cdot 3{,}00 + 2{,}8 \cdot 1{,}12$
  $= 41{,}452 \approx 41{,}45(€)$

- 2010: $13{,}2 \cdot 0{,}85 + 5{,}0 \cdot 2 \cdot 2{,}79 + 2{,}8 \cdot 0{,}97$
  $= 41{,}836 \approx 41{,}84(€)$

Perusajankohdaksi on valittu vuosi 1980. Kokonaiskustannuksia verrataan vuoden 1980 kustannuksiin, eli lukuun 33,55.

Käytetään laskuissa sentin tarkkuuteen pyöristettyjä lukuarvoja.

Vuosi	1980	1990	2000	2010
Kustannukset (€)	33,55	37,63	41,45	41,84
Kustannukset suhteessa vuoden 1980 kustannuksiin	$\frac{33,55}{33,55} = 1$	$\frac{37,63}{33,55} = 1,1216\ldots$	$\frac{41,45}{33,55} = 1,2354\ldots$	$\frac{41,84}{33,55} = 1,2470\ldots$
Indeksi (1980=100)	**100,0**	**112,2**	**123,5**	**124,7**

Lasku voidaan tehdä kuten yllä, taskulaskimella, tai taulukkolaskentaohjelmalla.

	A	B	C	D	E	F
1			Hinta (/litra tai kg)			
2		Kulutus	1980	1990	2000	2010
3	maito	13,2 l	0,36	0,67	0,63	0,85
4	kahvi	5,0 kg	5,20	5,04	6,00	5,58
5	sokeri	2,8 kg	1,00	1,28	1,12	0,97
6	**yhteensä**		**33,552**	**37,628**	**41,452**	**41,836**
7						
8			1980	1990	2000	2010
9		**Indeksi**	**100,0**	**112,1**	**123,5**	**124,7**

Maidon, kahvin ja sokerin yksikköhinnat eri vuosina on kirjoitettu taulukkolaskentaohjelman taulukkoon

- lasketaan kahvin kilohinta, eli kerrotaan tehtävässä annettu pakettihinta luvulla 2 (kuvassa rivi 4)

Lasketaan kunkin vuoden kokonaiskustannukset (kuvassa rivi 6).

- soluun C6 on laskettu vuoden 1980 kustannukset kirjoittamalla soluun laskukaava =13,2*C3+5*C4+2,8*C5
- laskukaava on kopioitu rivillä 6 oikealle

Lasketaan indeksisarja (kuvassa rivi 9).

- soluun C9 on kirjoitettu laskukaava =C6/33,552*100
- laskukaava on kopioitu rivillä 9 oikealle
- taulukkolaskentaohjelma käyttää laskuissa tarkkoja arvoja, joten indeksisarjan pisteluvut poikkeavat joissakin kohdin pyöristetyillä arvoilla saaduista pisteluvuista

77.

Lasketaan elokuvissa käynnin kokonaiskustannukset kunakin vuonna. Kustannukset muodostuvat elokuvalipuista ja irtomakeisista.

- Paula käy elokuvissa 25 kertaa vuodessa, joten hän ostaa 25 lippua vuodessa. Lippuihin kuluva summa saadaan kertomalla lipun yksikköhinta luvulla **25**.

- Paula ostaa 250 g eli 0,25 kg irtomakeisia kullakin käynnillä. Käyntejä on yhteensä 25, joten Paula ostaa vuoden aikana $25 \cdot 0{,}25 \text{ kg} = 6{,}25$ kiloa makeisia. Makeisiin vuodessa kuluva summa saadaan kertomalla makeisten kilohinta luvulla **6,25**.

Aineisto on ladattavissa Excel-taulukkona.

	A	B	C	D	E	F
1						
2						
3						
4		2012	2013	2014	2015	2016
5	elokuvalipun keskihinta	10,86	11,12	11,22	11,36	11,77
6	irtomakeisten kilohinta	12,10	12,25	12,32	12,50	12,90
7	Elokuvaharrastuksen kustannukset	347,125	354,5625	357,5	362,125	374,875
8						
9	Indeksisarja (2012=100)	100,0	102,1	103,0	104,3	108,0

Lasketaan elokuvaharrastukseen kuluvat kokonaiskustannukset kunakin vuonna taulukon riville 7.

- lasketaan soluun B7 vuoden 2012 elokuvissa käyntien kustannukset kirjoittamalla soluun laskukaava =25*B5+6,25*B6
- kopioidaan laskukaava rivillä 7 oikealle

Lasketaan indeksisarja riville 9. Perusajankohdaksi on valittu vuosi 2012. Kokonaiskustannuksia verrataan vuoden 2012 kustannuksiin, eli lukuun 347,125.

- kirjoitetaan soluun B9 laskukaava =B7/347,125*100
- kopioidaan laskukaava rivillä 9 oikealle

b) Lasku voidaan tehdä joko euromääräisillä summilla, tai käyttämällä indeksisarjan (2012 = 100) pistelukuja. Käytetään pistelukuja. Vuoden 2017 pisteluku 108,0 ilmaisee muutosta vuoden 2012 kustannuksiin, joten kustannukset ovat nousseet

$$108{,}0\ \% - 100\ \% = 8{,}0\ \%.$$

Jos laskussa haluaa käyttää euromääräisiä summia, niin elokuvissakäynnin kokonaiskustannukset ovat kasvaneet vuoden 2012 summasta 347,125 € vuoden 2016 summaan 374,875 €.

Verrataan eroa vuoden 2012 kustannuksiin.

$$\frac{374{,}875\ € - 347{,}125\ €}{347{,}125\ €} = \frac{27{,}75\ €}{347{,}125\ €} = 0{,}0799\ldots \approx 8{,}0\ \%.$$

Harrastusmenot ovat kasvaneet 8,0 %.

78.

a) Aineisto on ladattavissa Excel-taulukkona. Muodostetaan pyydetty indeksisarja taulukon tyhjään sarakkeeseen E.

Lasketaan liikevaihtoindeksin suhde henkilöstöindeksiin ja ilmaistaan suhde prosentteina.

- kirjoitetaan soluun E5 laskukaava =D5/C5*100
- kopioidaan laskukaava sarakkeessa E alaspäin
- muutetaan sarakkeen E solujen muotoilu luvuiksi ja muutetaan pyöristystarkkuus yhteen desimaaliin

Yrityksen henkilöstön määrää ja liikevaihtoa kuvaavat indeksit

	Henkilöstö	Liikevaihto	Liikevaihto suhteessa henkilöstöön
2011	100,0	100,0	100,0
2012	82,0	82,4	100,5
2013	73,0	88,8	121,6
2014	78,4	101,0	128,8
2015	85,9	117,6	136,9
2016	90,5	138,9	153,5
2017	91,5	139,3	152,2

b) Piirretään viivadiagrammi vuosilukusarakkeen B ja indeksisarjasarakkeen E perusteella.

79.

Aineisto on ladattavissa Excel-taulukkona. Kuluttajahintaindeksin pisteluku lasketaan kertomalla kunkin hyödykeryhmän pisteluku ryhmän painoarvolla ja summaamalla näin saadut tulot keskenään. Tämä voidaan tehdä vaiheittain tai ohjelmiston sopivalla keskiarvotoiminnolla.

Vaiheittainen ratkaisu etenisi Excel-taulukossa seuraavasti. Tehtävänannossa annettu aineisto on siirretty taulukon vasempaan yläkulmaan poistamalla tyhjät rivit ja sarakkeet.

	A	B	C	D
1	**Kuluttajahintaindeksin painoarvot ja pisteluvut hyödykeryhmittäin, elokuu 2017**			
2	**Hyödykeryhmä**	**Painoarvo**	**Pisteluku**	**Painotetut pisteluvut**
3	1. elintarvikkeet ja alkoholittomat juomat	13,11	98,1	1286,091
4	2. alkoholijuomat ja tupakka	4,71	104,5	492,195
5	3. vaatetus ja jalkineet	4,62	96,0	443,52
6	4. asuminen, vesi sähkö, kaasu ja muut polttoaineet	25,01	102,3	2558,523
7	5. kalusteet, kotitalouskoneen ja yleinen kodinhoito	5,36	98,4	527,424
8	6. terveys	5,28	110,1	581,328
9	7. liikenne	13,41	102,1	1369,161
10	8. viestintä	2,48	99,2	246,016
11	9. kulttuuri ja vapaa-aika	11,14	97,8	1089,492
12	10. koulutus	0,43	103,6	44,548
13	11. ravintolat ja hotellit	6,99	104,5	730,455
14	12. muut tavarat ja palvelut	7,46	100,0	746
15	**Painoarvojen summa:**	**100,00**	**RYHMÄINDEKSIN PISTELUKU:**	**101,14753**

Lasketaan kunkin hyödykeryhmän painotettu pisteluku sarakkeeseen D.

- kirjoitetaan soluun D3 laskukaava =B3*C3
- kopioidaan laskukaava sarakkeessa D alaspäin

Lasketaan painoarvojen summa.

- kirjoitetaan soluun B15 laskukaava =Summa(B3:14)
  Huomaa: solualueen summan laskemiseen käytettävä laskukaavakomento saattaa vaihdella Excelin kielen ja ohjelmistoversion mukaan.

Lasketaan ryhmäindeksin pisteluku summaamalla painotetut pisteluvut yhteen ja jakamalla summa painokertoimien summalla.

- kirjoitetaan soluun D15 laskukaava =Summa(D3:D14)/B15

Kuluttajahintaindeksin pisteluku elokuussa 2017 oli $101{,}147\ldots \approx 101{,}1$.

80.

a) Ryhmäindeksin pisteluku saadaan painottamalla kutakin pistelukua painoarvolla, laskemalla painotetut pisteluvut yhteen ja jakamalla summa painoarvojen summalla.

	A	B	C	D
1		**Painoarvo**	**Pisteluku**	Painotettu pisteluku
2	**luonnontieteet ja matematiikka**	28,6	101,5	2902,9
3	**äidinkieli**	35,7	96,3	3437,91
4	**muut kielet**	21,4	91,4	1955,96
5	**muut oppiaineet**	14,3	98,7	1411,41
6	Painoarvojen summa:	100,0	**RYHMÄINDEKSIN PISTELUKU:**	**97,0818**

Kysytty pisteluku on 97,08 … ≈ 97,1.

b) Opiskelijoiden koulumenestystä on verrattu lukuvuoden 2010-11 koulumenestykseen. Lukuvuoden 2016–2017 pisteluku 97,1 ilmaisee muutosta perusajankohtaan verrattuna. Opiskelijoiden koulumenestys on laskenut 100 % − 97,1 % = 2,9 %, joten lukuvuoden 20162–017 opiskelijat olivat suhteessa huonompia.

81.

Merkitään ruokakorin alkuperäistä hintaa kirjaimella *h.*
Yksittäisten tuotteiden osuudet korissa ilmaisevat niiden osuudet korin hinnasta.

Tuote	Osuus korissa	Vanha hinta
A	$35\ \% = 0{,}35$	$0{,}35h$
B	$25\ \% = 0{,}25$	$0{,}25h$
C	$20\ \% = 0{,}20$	$0{,}20h$
D	$14\ \% = 0{,}14$	$0{,}14h$
E	$6\ \% = 0{,}06$	$0{,}06h$
Ruokakorin vanha hinta:		$\boldsymbol{h}$

Tuotteiden hinnat muuttuvat, jolloin korin hinta muuttuu.

Tuote	Vanha hinta	Hinnanmuutos	Uusi hinta
A	$0{,}35h$	$+2{,}0\ \%$	$1{,}02 \cdot 0{,}35h = 0{,}357h$
B	$0{,}25h$	$-1{,}0\ \%$	$0{,}99 \cdot 0{,}25 = 0{,}2475h$
C	$0{,}20h$	$+4{,}4\ \%$	$1{,}044 \cdot 0{,}20h = 0{,}2088h$
D	$0{,}14h$	$-5{,}8\ \%$	$0{,}942 \cdot 0{,}14h = 0{,}13188h$
E	$0{,}06h$	$+6{,}2\ \%$	$1{,}062 \cdot 0{,}06h = 0{,}06372h$

Ruokakorin uusi hinta on

$$0{,}357h + 0{,}2475h + 0{,}2088h + 0{,}13188h + 0{,}06372h = 1{,}0089h.$$

Ruokakorin hinta h on tullut 1,0089-kertaiseksi, eli noussut

$$1{,}0089 - 1 = 0{,}0089 = 0{,}89\ \%.$$

Huomautus: Laskut on sujuvinta tehdä taulukkolaskentaohjelmalla.

	A	B	C	D
1		**Vanha hinta**	**Hinnanmuutoksen prosenttikerroin**	**Uusi hinta**
2		0,35	1,02	0,357
3		0,25	0,99	0,2475
4		0,2	1,044	0,2088
5		0,14	0,942	0,13188
6		0,06	1,062	0,06372
7	**YHTEENSÄ:**	**1**		**1,0089**

- kirjoitetaan tuotteiden vanhoja hintoja edustavat desimaaliluvut (prosenttiosuudet) taulukon sarakkeeseen B
- lasketaan ruokakorin vanha hinta summaamalla tuotteiden hinnat soluun B7
- kirjoitetaan hinnanmuutosten prosenttikertoimet sarakkeeseen C

Lasketaan tuotteiden uusia hintoja edustavat desimaaliluvut sarakkeeseen D.

- kirjoitetaan soluun D2 laskukaava =B2*C2
- kopioidaan laskukaava sarakkeessa D alaspäin
- lasketaan ruokakorin uusi hinta summaamalla tuotteiden uudet hinnat soluun D7.

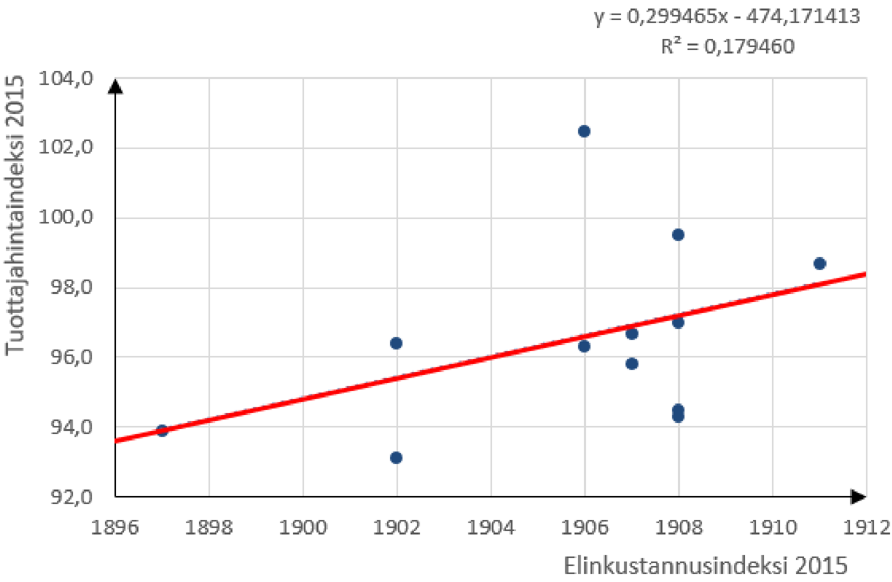
Vertaamalla korin uutta hintaa (solu D7) korin vanhaan hintaan (solu B7) nähdään, että korin hinta on noussut

$$\frac{1{,}0089 - 1}{1} = 0{,}0089 = 0{,}89\ \%.$$

82.

a) Lasketaan elinkustannusindeksin pistelukujen keskiarvo laskimen tai taulukkolaskentaohjelman tilastotoiminnolla. Keskimääräinen elinkustannusindeksi vuonna 2015 oli $\bar{x} = 1906$.

b) Piirretään yhteisjakauman kuvaaja: selittävänä muuttujana x on elinkustannusindeksi (vaaka-akselilla) ja selitettävänä muuttujana y tuottajahintaindeksi (pystyakselilla). Sovitetaan pistejoukkoon regressiosuora ja selvitetään korrelaatiokerroin.



Regressiosuoran yhtälö on

$$y = 0{,}299\ldots x - 474{,}171\ldots \approx 0{,}30x - 474{,}17$$

Huomaa, että kertoimet pyydettiin kahden desimaalin tarkkuudella.

Excel ilmoittaa korrelaatiokertoimen asemesta mallin selitysasteen, eli korrelaatiokertoimen neliön. Selitysaste on $r^2 = 0{,}1794\ldots$

On huomattava, että muuttujien arvot muuttuvat samaan suuntiin: muuttujan x arvon kasvaessa myös muuttujan y arvo kasvaa. Korrelaatiokerroin on siis positiivinen luku.

Korrelaatiokerroin on tällöin

$$r = \sqrt{0{,}1794\ldots} = 0{,}423\ldots \approx 0{,}42.$$

Huomaa, että korrelaatiokerroin pyydettiin kahden desimaalin tarkkuudella.

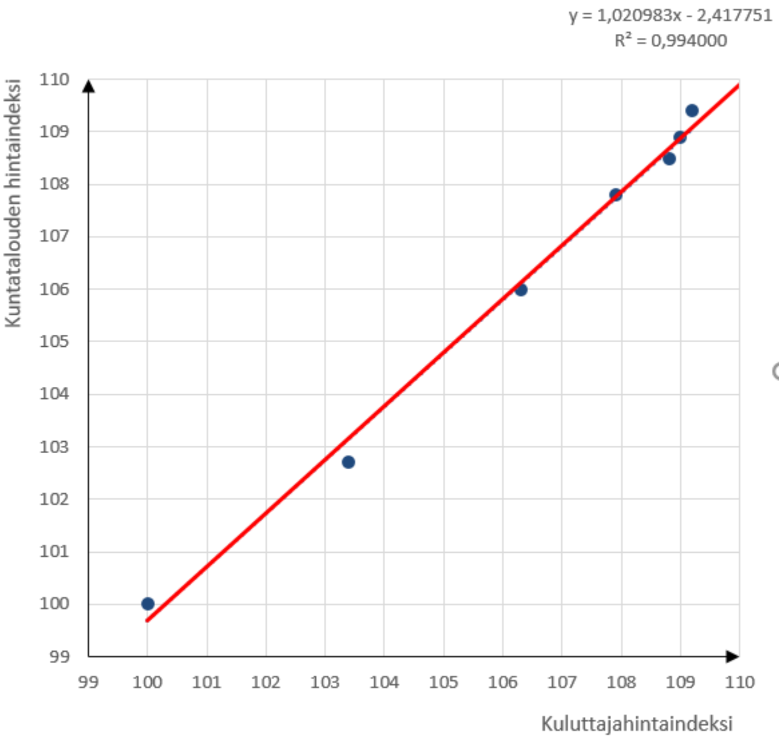
c) Sijoitetaan $x = 1950$ regressiosuoran yhtälöön. Käytetään laskussa mallia, jossa regressiosuoran kulmakerroin ja vakiotermi on pyöristetty kahden desimaalin tarkkuuteen.

$$y = 0{,}30 \cdot 1950 - 474{,}17 = 110{,}83 \approx 110{,}8.$$

83.

a) Lasketaan kuntatalouden hintaindeksin pistelukujen keskiarvo laskimen tai taulukkolaskentaohjelman tilastotoiminnolla. Keskimääräinen pisteluku aikavälillä 2010 – 2016 oli $\bar{x} = 106{,}2$.

b) Piirretään yhteisjakauman kuvaaja. Selittävänä muuttujana *x* on kuluttajahintaindeksi (vaaka-akselilla) ja selitettävänä muuttujana *y* kuntatalouden hintaindeksi (pystyakselilla). Sovitetaan pistejoukkoon regressiosuora ja selvitetään korrelaatiokerroin.



Regressiosuoraksi saadaan

$$y = 1{,}0209\ldots x - 2{,}4177\ldots \approx 1{,}021x - 2{,}418.$$

Mallin selitysaste on $r^2 = 0{,}99400\ldots$ ja korrelaatiokerroin on

$$r = \sqrt{0{,}9940\ldots} = 0{,}9969\ldots \approx 0{,}997.$$

Huomaa, että kertoimet pyydettiin kolmen desimaalin tarkkuudella.

c) Sijoitetaan $x = 110{,}5$ regressiosuoran yhtälöön. Käytetään laskussa mallia, jossa regressiosuoran kulmakerroin ja vakiotermi on pyöristetty kolmen desimaalin tarkkuuteen.

$$y = 1{,}021 \cdot 110{,}5 - 2{,}418 = 110{,}4025 \approx 110{,}4.$$

d) Kuntatalouden hintaindeksi vastaa muuttujaa y, eli $y = 112{,}3$. Muodostetaan regressiosuoran $y = 1{,}021x - 2{,}418$ avulla yhtälö ja ratkaistaan yhtälöstä tuntematon x.

$$112{,}3 = 1{,}021x - 2{,}418$$

Yhtälö voidaan ratkaista symbolisen laskennan ohjelmalla:
$x = 112{,}35\ldots \approx 112{,}4.$

84.

a) Lasketaan USA:n indeksin pistelukujen keskiarvo laskimen tai taulukkolaskentaohjelman tilastotoiminnolla. Keskimääräinen pisteluku aikavälillä 2010 – 2017 oli $\bar{x} = 81$.

b) Lasketaan USA:n indeksin pistelukujen keskihajonta.

$$s_n = 10{,}222\ldots$$

Normitetaan vuoden 2017 pisteluku, eli arvo 97. Lasketaan siis, kuinka monen keskihajonnan päässä se on keskiarvosta. Käytetään laskussa keskiarvon ja keskihajonnan tarkkoja arvoja, eli tehdään lasku taulukkolaskennan soluviittauksilla tai laskinohjelmassa kopioimalla tunnusluvut laskukenttään.

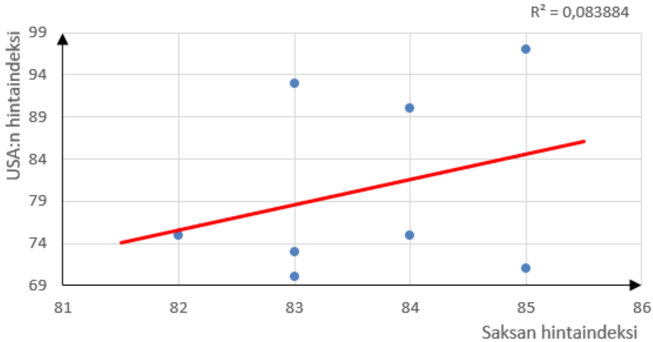
$$\frac{x - \bar{x}}{s_n} = \frac{97 - 81}{10{,}222\ldots} = 1{,}614\ldots \approx 1{,}6$$

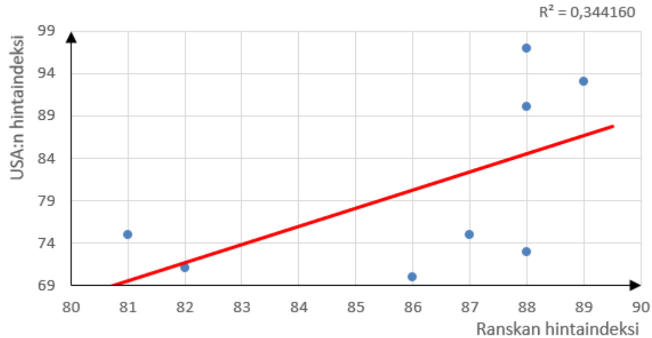
Normitetun arvon itseisarvo on $|1{,}6| = 1{,}6 < 2$, joten arvo ei poikkea merkitsevästi keskiarvosta.

c) Piirretään yhteisjakauman kuvaaja, missä selittävänä muuttujana x on ensin Saksan hintatasoindeksi. Saksan hintaindeksi on vaaka-akselilla ja USA:n hintaindeksi pystyakselilla. Sovitetaan pistejoukkoon regressiosuora ja selvitetään korrelaatiokerroin.

Mallin selitysaste on $r^2 = 0{,}0838\ldots$ Korrelaatiokertoimeksi saadaan

$$r = \sqrt{0{,}0838\ldots} = 0{,}2896\ldots \approx 0{,}29.$$





Piirretään sitten yhteisjakauman kuvaaja, missä selittävänä muuttujana *x* on Ranskan hintatasoindeksi. Ranskan hintaindeksi on vaaka-akselilla ja USA:n hintaindeksi pystyakselilla. Sovitetaan pistejoukkoon regressiosuora ja selvitetään korrelaatiokerroin.

Mallin selitysaste on $r^2 = 0{,}3441\ldots$ Korrelaatiokertoimeksi saadaan

$$r = \sqrt{0{,}3441\ldots} = 0{,}5866\ldots \approx 0{,}59.$$

Selitysaste, ja siis korrelaatiokerroin, on suurempi mallissa, jossa selittävänä muuttujana on Ranskan hintaindeksi. Ranskan hintaindeksi selittää siis Saksan hintaindeksiä paremmin USA:n hintaindeksiä.

Korrelaatiokertoimen $r \approx 0{,}59$ perusteella Ranskan ja USA:n hintaindeksien lineaarinen riippuvuus on kohtalaisen ja huomattavan rajalla. Hajontakuviossa ei kuitenkaan ole havaittavissa kohtalaisenkaan selkeästi nousevaa pisteparvea, joten tämän perusteella lineaarisen riippuvuuden tulkintaan jää epävarmuutta.

85.

Perusvuodeksi on valittu vuosi 2013. Vuoden 2013 pisteluvuksi tulee luku 100,0.

Muiden vuosien hintoja verrataan vuoden 2013 hintaan, ja suhde ilmaistaan prosentteina. Muiden vuosien pisteluvuksi tulee tämä prosenttiluku kirjoitettuna ilman prosenttimerkkiä.

Vuosi	Kilohinta	Kilohinta verrattuna vuoden 2013 kilohintaan	Hintaindeksisarja (2013 = 100)
2013	6,12	$\frac{6,12}{6,12} = 1 = 100,0\ \%$	**100,0**
2014	5,74	$\frac{5,74}{6,12} = 0,9379\ldots \approx 93,8\ \%$	**93,8**
2015	4,96	$\frac{4,96}{6,12} = 0,8104\ldots \approx 81,0\ \%$	**81,0**
2016	4,92	$\frac{4,92}{6,12} = 0,8039\ldots \approx 80,4\ \%$	**80,4**

a) Vuoden 2014 pisteluku 93,8 ilmaisee hinnan muutoksen vuoden 2013 hintaan verrattuna.

Voin kilohinta on laskenut $100\ \% - 93,8\ \% = 6,2\ \%$.

b) Verrataan vuoden 2016 pistelukua vuoden 2014 pistelukuun.

$$\frac{80,4}{93,8} = 0,8571\ldots \approx 85,7\ \%$$

Voin kilohinta on laskenut $100\ \% - 85,7\ \% = 14,3\ \%$.

c) Merkitään voin kilohintaa vuonna 2017 kirjaimella x (euroa/kg).

Vuosien 2014 ja 2017 pistelukujen 93,8 ja 79,8 suhde on yhtä suuri kuin hintojen 5,74 €/kg ja x suhde. Muodostetaan verrantoyhtälö.

$$\frac{93{,}8}{79{,}8} = \frac{5{,}74}{x} \quad \textit{kerrotaan ristiin}$$

$$93{,}8x = 458{,}052 \quad \| : 93{,}8$$

$$x = \frac{458{,}052}{93{,}8} = 4{,}883\ldots \approx 4{,}88$$

Voin kilohinta vuonna 2017 oli 4,88 euroa/kg.

86.

a) Kirjoitetaan kananmunien, maidon, voin, vehnäjauhojen ja sokerin yksikköhinnat (€/kg tai €/litra) eri vuosina taulukkolaskentaohjelman taulukkoon.

- lasketaan voin kilohinta, eli kerrotaan tehtävässä annettu 500 gramman hinta luvulla 2 (kuvassa rivi 5)
- lasketaan vehnäjauhojen kilohinta, eli jaetaan tehtävässä annettu kahden kilon hinta luvulla 2 (kuvassa rivi 6)

Lasketaan kunkin vuoden ruokakorin hinta (kuvassa rivi 8).

- soluun C8 on laskettu vuoden 2013 ruokakorin hinta kirjoittamalla soluun laskukaava =2,5*C3+12*C4+3*C5+20*C6+4,4*C7
- laskukaava on kopioitu rivillä 8 oikealle

Perusajankohdaksi on valittu vuosi 2013. Ruokakorin hintaa verrataan vuoden 2013 hintaan, eli lukuun 60,357. Lasketaan indeksisarja (kuvassa rivi 11).

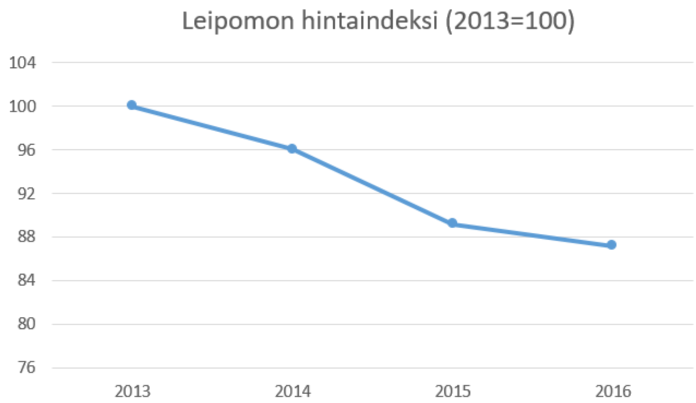
- soluun C11 on kirjoitettu laskukaava =C8/60,357*100
- laskukaava on kopioitu rivillä 11 oikealle

	A	B	C	D	E	F
1			Hinta (eur/litra tai kg)			
2		Kulutus	2013	2014	2015	2016
3	kananmunat	2,5 kg	4,25	3,68	3,60	3,45
4	maito	12 l	1,05	1,10	1,03	1,01
5	voi	3,0 kg	6,12	5,74	4,96	4,92
6	vehnäjauho	20 kg	0,69	0,68	0,68	0,66
7	sokeri	4,4 kg	1,13	1,08	0,93	0,89
8	**yhteensä**		**60,357**	**57,972**	**53,832**	**52,621**
9						
10			2013	2014	2015	2016
11		**Indeksi**	**100,0**	**96,0**	**89,2**	**87,2**

b) Vuoden 2016 pisteluku 87,2 ilmaisee ruokakorin hinnan muutoksen vuoden 2013 hintaan verrattuna.

Ruokakorin hinta on laskenut $100\ \% - 87,2\ \% = 12,8\ \%$. Tämän perusteella leipuri Hiivan tulee laskea tuotteidensa hintoja 12,8 %.

c) Piirretään viivadiagrammi vuosilukurivin ja indeksin pistelukurivin perusteella.



87.

a) Lasketaan rakennuskustannusindeksin pistelukujen keskiarvo laskimen tai taulukkolaskentaohjelman tilastotoiminnolla. Keskimääräinen rakennuskustannusindeksi aikavälillä 2010–2016 oli $\bar{x} = 105{,}9$.

b) Merkitään indeksisarjan (2000=100) pistelukua vuonna 2016 kirjaimella *p.*

Indeksisarjat muuttuvat samassa suhteessa. Indeksisarjan 2010=100 pistelukujen 107,9 ja 109,0 suhde on yhtä suuri kuin indeksisarjan 2000=100 pistelukujen 137,7 ja p suhde. Muodostetaan verrantoyhtälö.

$$\frac{107{,}9}{109{,}0} = \frac{137{,}7}{p} \quad \textit{kerrotaan ristiin}$$

$$107{,}9p = 15\,009{,}3 \quad \|{:}\ 107{,}9$$

$$p = \frac{15\,009{,}3}{107{,}9} = 139{,}103\ldots \approx 139{,}1$$

Indeksisarjan 2000=100 pisteluku vuonna 2016 oli 139,1.

c) Merkitään yhtiövastikemaksua vuonna 2016 kirjaimella x (euroa/kk).

Vuosien 2012 ja 2016 rakennuskustannusindeksin (2010=100) pistelukujen 105,8 ja 109,0 suhde on yhtä suuri kuin yhtiövastikkeiden 165,40 €/kk ja x suhde. Muodostetaan verrantoyhtälö.

$$\frac{105{,}8}{109{,}0} = \frac{165{,}40}{x} \quad \textit{kerrotaan ristiin}$$

$$105{,}8x = 18\,028{,}6 \quad \|: 105{,}8$$

$$x = \frac{18\,028{,}6}{105{,}8} = 170{,}402 \ldots \approx 170{,}40$$

Yhtiövastikemaksu vuonna 2016 oli 170,40 euroa/kk.

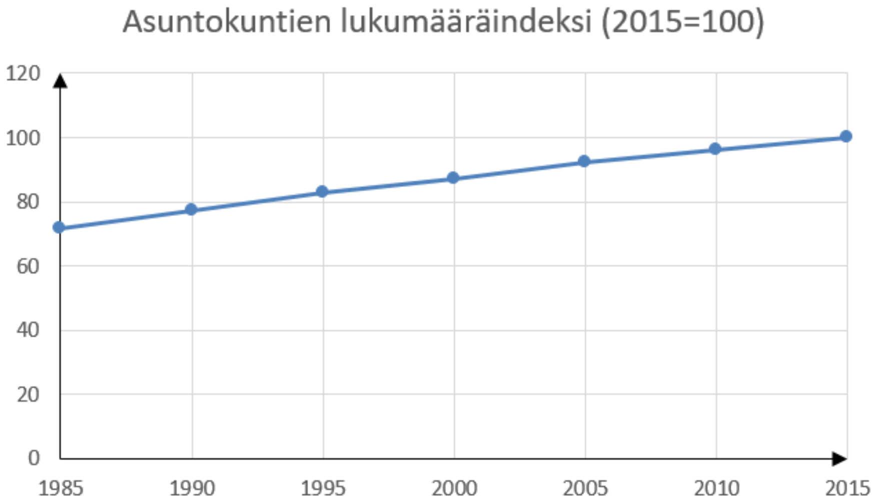
88.

a) Aineisto on ladattavissa Excel-taulukkona. Muodostetaan indeksisarja taulukon sarakkeeseen C. Perusvuodeksi on valittu vuosi 2015, joten lukumääriä verrataan tämän vuoden lukumäärään, joka on solussa B11.

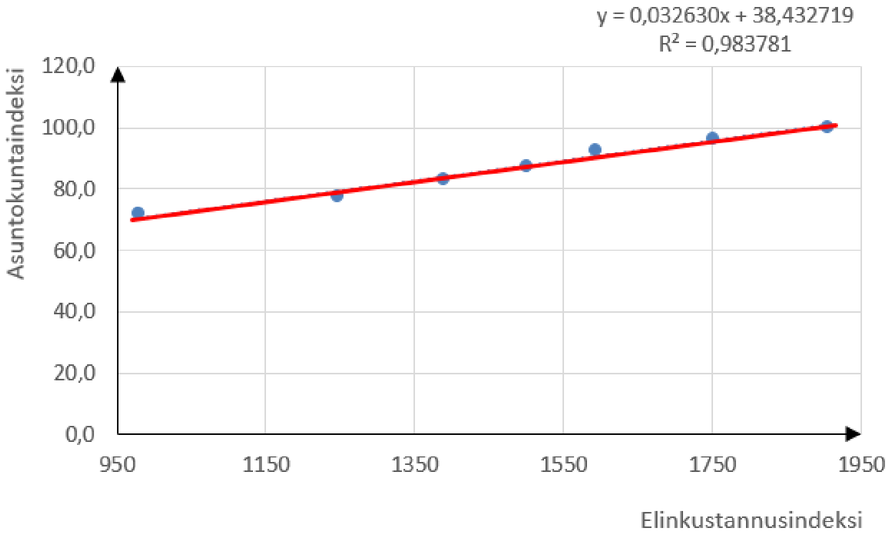
- kirjoitetaan soluun C5 laskukaava =B5/B11*100
- kopioidaan laskukaava sarakkeessa alaspäin
- dollarimerkit ($) laskukaavassa merkitsevät, että jakajana oleva luku ei laskussa muutu, kun laskukaavaa kopioidaan muihin soluihin: jakajana on koko ajan solussa B11 oleva luku

	A	B	C
1			
2			
3	**Asuntokuntien lukumäärä**		
4			**Indeksi**
5	**1985**	1887710	71,7
6	**1990**	2036732	77,3
7	**1995**	2180934	82,8
8	**2000**	2295386	87,1
9	**2005**	2429500	92,2
10	**2010**	2537197	96,3
11	**2015**	2634339	100,0

Piirretään viivadiagrammi lukuvuosisarakkeen A ja pistelukusarakkeen C perusteella.



b) Piirretään indeksisarjojen yhteisjakauman kuvaaja. Selittävänä muuttujana *x* on elinkustannusindeksi (vaaka-akselilla) ja selitettävänä muuttujana *y* on a-kohdassa muodostettu asuntokuntaindeksi (pystyakselilla). Käytetään asuntokuntaindeksin pisteluvuille yhden desimaalin tarkkuuteen pyöristettyjä lukuarvoja. Sovitetaan pistejoukkoon regressiosuora ja selvitetään korrelaatiokerroin.



Regressiosuoran yhtälö on

$$y = 0{,}0326\ldots x + 38{,}432\ldots \approx 0{,}03x + 38{,}43$$

Huomaa, että kertoimet pyydettiin kahden desimaalin tarkkuudella.

Mallin selitysaste on $r^2 = 0{,}983\ldots$ Korrelaatiokerroin on

$$r = \sqrt{0{,}983\ldots} = 0{,}991\ldots \approx 0{,}99.$$

Huomaa, että korrelaatiokerroin pyydettiin kahden desimaalin tarkkuudella.

Korrelaatiokertoimen arvo on lähellä lukua 1, joten sen perusteella lineaarinen riippuvuus on voimakasta. Tämä näkyy yhteisjakauman kuvaajassa selvästi nousevana pisteparvena.

c) Sijoitetaan $x = 1920$ regressiosuoran yhtälöön. Käytetään laskussa mallia, jossa regressiosuoran kulmakerroin ja vakiotermi on pyöristetty kahden desimaalin tarkkuuteen.

$$y = 0{,}03 \cdot 1920 + 38{,}43 = 96{,}03 \approx 96{,}0.$$

Asuntokuntien lukumäärää kuvaavan indeksin pisteluku on 96,0.

2.3 Rahan arvo

89.

a) Kuluttajahintaindeksin pisteluku kasvaa aikavälillä 2001–2012, joten kuluttajahinnat ovat nousseet. Rahan arvo on laskenut, eli Kreikassa on ollut inflaatio.

b) Verrataan vuoden 2012 pistelukua vuoden 2004 pistelukuun.

$$\frac{141}{110} = 1{,}2818\ldots \approx 128{,}2\ \%$$

Kuluttajahintaindeksi kasvoi $128{,}2\ \% - 100\% = 28{,}2\ \%$.

Muutosprosentti saadaan myös vertaamalla pistelukujen eroa vuoden 2004 pistelukuun.

$$\frac{141 - 110}{110} = \frac{31}{110} = 0{,}2818\ldots \approx 28{,}2\ \%$$

c) Verrataan vuoden 2014 pistelukua vuoden 2012 pistelukuun.

$$\frac{138}{141} = 0{,}9787\ldots \approx 97{,}9\ \%$$

Kuluttajahintaindeksi pieneni $100\ \% - 97{,}9\ \% = 2{,}1\ \%$.

Kuluttajahintaindeksin pisteluku laski aikavälillä 2012–2014, joten kyseessä on deflaatioprosentti.

90.

a) Kuluttajahintaindeksin pisteluku laskee aikavälillä 2008–2010, joten kuluttajahinnat ovat laskeneet. Rahan arvo on noussut, eli Irlannissa on ollut deflaatio.

b) Verrataan vuoden 2010 pistelukua vuoden 2008 pistelukuun.

$$\frac{100,0}{104,2} = 0,9596\ldots \approx 96,0\ \%$$

Kuluttajahintaindeksi pieneni $100\% - 96,0\ \% = 4,0\ \%$.

Muutosprosentti saadaan myös vertaamalla pistelukujen eroa vuoden 2008 pistelukuun.

$$\frac{104,2 - 100,0}{104,2} = \frac{4,2}{104,2} = 0,0403\ldots \approx 4,3\ \%$$

c) Verrataan vuoden 2014 pistelukua vuoden 2010 pistelukuun.

$$\frac{105,3}{100,0} = 1,053 = 105,3\ \%$$

Kuluttajahintaindeksi kasvoi $105,3\ \% - 100\ \% = 5,3\ \%$.

Kuluttajahintaindeksin pisteluku nousi aikavälillä 2010–2014, joten kyseessä on inflaatioprosentti.

91.

a) Verrataan vuoden 2016 hintaa vuoden 1980 hintaan.

$$\frac{4{,}30\ €/\mathrm{kg}}{2{,}32\ €/\mathrm{kg}} = 1{,}8534 \ldots \approx 185{,}3\ \%$$

Lenkkimakkaran hinta nousi $185{,}3\ \% - 100\ \% = 85{,}3\ \%$. Tämän perusteella inflaatio olisi 85,3 %.

b) Verrataan vuoden 2016 elinkustannusindeksin pistelukua vuoden 1980 pistelukuun.

$$\frac{1913}{651} = 2{,}9385 \ldots \approx 294\ \%$$

Elinkustannusindeksin pisteluku nousi $294\ \% - 100\ \% = 194\ \%$. Tämän perusteella inflaatio oli 194 %.

Huomaa, että vastaus annetaan samalla tarkkuudella kuin lähtöarvot, eli kolmen merkitsevän numeron tarkkuudella.

c) Lenkkimakkaran hinnanmuutoksen perusteella inflaatioprosentti on 85,3 % (a-kohta). Elinkustannusindeksin perusteella inflaatioprosentti on 194 % (b-kohta).

Verrataan lenkkimakkaran hinnanmuutoksen avulla laskettua inflaatioprosenttia 85,3 elinkustannusindeksin avulla laskettuun inflaatioprosenttiin 194.

$$\frac{85{,}3\ \%}{194\ \%} = 0{,}4396\ldots \approx 44{,}0\ \%$$

Lenkkimakkaran hinnanmuutosprosentti on $100\ \% - 44\ \% = 56\ \%$ pienempi kuin elinkustannusindeksin muutosprosentti.

92.

a) Nimellinen muutos euroina on $128\,000\text{ €} - 95\,000\text{ €} = 33\,000\text{ €}$. Asunnon arvo on nimellisesti noussut 33 000 €.

b) Ilmoitetaan asuntojen arvot saman ajankohdan rahassa. Tämä voidaan tehdä joko inflatoimalla vuoden 2005 arvo ajassa eteenpäin tai deflatoimalla vuoden 2010 arvo ajassa taaksepäin.

Inflatoidaan vuoden 2005 arvo 95 000 €. Kuluttajahintaindeksin pisteluku vuonna 2005 oli 100,0 ja vuonna 2010 pisteluku oli 109,7. Merkitään inflatoitua arvoa kirjaimella *x.* Muodostetaan verrantoyhtälö.

$$\frac{100{,}0}{109{,}7} = \frac{95\,000}{x}$$

$$100{,}0x = 109{,}7 \cdot 95\,000$$

$$x = \frac{109{,}7 \cdot 95\,000}{100{,}0} = 104\,215\ (\text{€})$$

Vuoden 2005 arvo on vuoden 2010 rahan arvoon muunnettuna

104 215 €.

Reaalinen muutos euroina on $128\,000\text{ €} - 104\,215\text{ €} = 23\,758\text{ €}$. Asunnon arvo on reaalisesti noussut 23 758 €.

93.

a) Nimellinen muutos euroina on $120\,000\text{ €} - 86\,400\text{ €} = 33\,600\text{ €}$. Lainan määrä on nimellisesti laskenut 33 600 €.

b) Ilmoitetaan lainan määrät saman ajankohdan rahassa. Tämä voidaan tehdä joko inflatoimalla vuoden 2010 arvo ajassa eteenpäin tai deflatoimalla vuoden 2016 arvo ajassa taaksepäin.

Inflatoidaan vuoden 2010 arvo 120 000 €. Kuluttajahintaindeksin pisteluku vuonna 2010 oli 109,7 ja vuonna 2016 pisteluku oli 119,8. Merkitään inflatoitua arvoa kirjaimella *x*. Muodostetaan verrantoyhtälö.

$$\frac{109{,}7}{119{,}8} = \frac{120\,000}{x}$$

$$109{,}7x = 119{,}8 \cdot 120\,000$$

$$x = \frac{119{,}8 \cdot 120\,000}{109{,}7} = 131\,048{,}313\ldots \approx 131\,048\ (\text{€})$$

Vuoden 2010 laina on vuoden 2016 rahan arvoon muunnettuna 131 048 €.

Reaalinen muutos euroina on $131\,048\text{ €} - 86\,400\text{ €} = 44\,648\text{ €}$. Asuntolainan määrä on reaalisesti laskenut 44 648 €.

94.

a) Nimellinen muutos euroina on 300 €. Verrataan eroa alkuperäiseen palkkaan.

$$\frac{300\ €}{1950{,}00\ €} = 0{,}1538\ldots \approx 15\ \%$$

Joannan kuukasipalkka on nimellisesti noussut 15 %.

b) Inflatoidaan vuoden 2010 palkka 1950 € vuoden 2015 tasolle. Kuluttajahintaindeksin pisteluku vuonna 2010 oli 109,7 ja vuonna 2015 pisteluku oli 119,4. Merkitään inflatoitua palkkaa kirjaimella *x.* Muodostetaan verrantoyhtälö.

$$\frac{109{,}7}{119{,}8} = \frac{1950}{x}$$

$$109{,}7x = 119{,}4 \cdot 1950$$

$$x = \frac{119{,}4 \cdot 1950}{109{,}7} = 2122{,}424\ldots \approx 2122{,}42\ (€)$$

Hintojen nousua vastaava korotettu palkka vuonna 2015 olisi 2122,42 €.

Huomautus: Todellinen korotettu palkka on
$1950\ € + 300€ = 2250\ € > 22\ 122{,}42\ €$. Tästä nähdään, että Joannan kuukausiansiot ovat nousseet myös reaalisesti.

95.

Merkitään Eelin alkuperäistä palkkaa kirjaimella *a.*

Palkka nousi viiden vuoden aikana yhteensä 5,8 €, joten uusi palkka on $1{,}058a$.

Hinnat nousivat viiden vuoden aikana yhteensä 3,5 %. Jos Eelin palkan nousu olisi noudattanut hintojen nousua, niin palkka olisi noussut 3,5 %. Uusi palkka olisi tässä tapauksessa $1{,}035a$.

Verrataan todellista uutta palkkaa $1{,}058a$ hintojen nousun mukaiseen uuteen palkkaan.

$$\frac{1{,}058a}{1{,}035a} = \frac{1{,}058}{1{,}035} = 1{,}0222\ldots \approx 102{,}2\ \%$$

Eelin palkka on reaalisesti noussut $102{,}2\ \% - 100\ \% = 2{,}2\ \%$.

96.

a) Merkitään vuoden 1980 hintaa kirjaimella *x.* Jos asunnon hinta on seurannut elinkustannusindeksiä, niin se on noussut samassa suhteessa kuin indeksin pisteluku.

Vuoden 1980 elinkustannusindeksin pisteluku on 651 ja vuoden 2000 pisteluku on 1501. Muodostetaan verrantoyhtälö.

$$\frac{1501}{651} = \frac{168\,000}{x}$$

$$1501x = 651 \cdot 168\,000$$

$$x = \frac{651 \cdot 168\,000}{1501} = 72\,863{,}424 \ldots \approx 72\,900 \text{ (€)}$$

Huoneiston hinta vuonna 1980 olisi ollut 72 900 €.

b) Merkitään vuoden 2015 hintaa kirjaimella *x.* Jos asunnon hinta on seurannut elinkustannusindeksiä, niin se on noussut samassa suhteessa kuin indeksin pisteluku.

Vuoden 2015 elinkustannusindeksin pisteluku on 1906 ja vuoden 2000 pisteluku on 1501. Muodostetaan verrantoyhtälö.

$$\frac{1501}{1906} = \frac{168\,000}{x}$$

$$1501x = 1906 \cdot 168\,000$$

$$x = \frac{1906 \cdot 168\,000}{1501} = 213\,329{,}780\ldots \approx 213\,000\ (€)$$

Huoneiston hinta vuonna 2015 olisi ollut 213 000 €.

Huomaa, että vastaukset ilmoitetaan samalla tarkkuudella kuin lähtöarvo 168 000 €, eli kolmen merkitsevän numeron tarkkuudella.

97.

Viikkorahat on muutettava saman ajankohdan rahaksi, jotta ne ovat vertailukelpoisia. Inflatoidaan vuosien 1955 ja 2005 viikkorahat vuoden 2010 tasolle.

Elinkustannusindeksin pisteluvut vuosina 1955, 2005 ja 2010 ovat 100, 1594 ja 1751.

Muutetaan Martan viikkoraha 1,50 markkaa euroiksi.

$1 \text{ €} = 5{,}94574 \text{ mk}$, joten $1 \text{ mk} = \frac{1}{5{,}94573} \text{ €}$.

$$1{,}50 \text{ mk} = \frac{1{,}50}{5{,}94573} \text{ €} = 0{,}2522 \ldots \text{ €}$$

Inflatoidaan Martan viikkoraha vuoden 2010 tasolle.

$$\frac{100}{1751} = \frac{0{,}2522 \ldots}{x}$$

$$100x = 1751 \cdot 0{,}2522 \ldots$$

$$x = \frac{1751 \cdot 0{,}2522 \ldots}{100} = 4{,}417 \ldots \approx 4{,}42 \text{ (€)}$$

Inflatoidaan Venlan viikkoraha 3,00 € vuoden 2010 tasolle.

$$\frac{1594}{1751} = \frac{3{,}00}{x}$$

$$1594x = 1751 \cdot 3{,}00$$

$$x = \frac{1751 \cdot 3{,}00}{1594} = 3{,}295 \ldots \approx 3{,}30 \text{ (€)}$$

Henkilöiden viikkorahat ovat siis vuoden 2010 rahan arvossa

- Martta: 4,42 €
- Venla: 3,30 €
- Ella: 4,00 €

Martan viikkoraha oli arvoltaan (eli ostovoimaltaan) suurin.

98.

a) Vuoden 2016 elinkustannusindeksin pisteluku on 1913 ja vuoden 1990 pisteluku on 1248. Pistelukujen suhde ilmaisee yleisen hintatason nousun.

$$\frac{1913}{1248} = 1{,}532\ldots$$

Bensiinin hinta nousee indeksien suhteessa, eli tulee 1,532 …-kertaiseksi. Bensiinin inflatoitu litrahinta on

$$1{,}532\ldots \cdot 0{,}76\ € = 1{,}164\ldots € \approx 1{,}16\ €.$$

b) Verrataan todellista litrahintaa inflatoituun litrahintaan.

$$\frac{1{,}38\ €}{1{,}16\ €} = 1{,}1896\ldots \approx 119{,}0\ \%$$

Todellinen hinta on $119{,}0\ \% - 100\ \% = 19{,}0\ \%$ korkeampi.

99.

Kesämökin alkuperäinen arvo on 45 000 €. Jos arvo olisi noudattanut yleistä hintojen nousua, niin arvo olisi noussut 2,0 % joka vuosi. Arvo olisi tässä tapauksessa neljän vuoden kuluttua

$1{,}02 \cdot 1{,}02 \cdot 1{,}02 \cdot 1{,}02 \cdot 45\,000\text{ €} = 1{,}02^4 \cdot 45\,000\text{ €} = 48\,709{,}4472\text{ €}.$

Kesämökin todellinen arvo neljän vuoden kuluttua on kuitenkin 68 000 €.

Kesämökin euromääräinen reaalinen nousu on

$$68\,000\text{ €} - 48\,709{,}4472\text{ €} = 19\,290{,}5528\text{ €} \approx 19\,300\text{ €}.$$

100.

Tehtävään liittyvä aineisto on ladattavissa Excel-taulukkona. Ladattavassa taulukossa on myös tarvittavat kuluttajahintaindeksin pisteluvut.

a) Deflatoinnissa kuukausiansio muutetaan vastaamaan aikaisemman vuoden 2008 tasoa.

$$\frac{\text{deflatoitu ansio}}{\text{nimellisansio}} = \frac{\text{indeksin pisteluku 2008}}{\text{indeksin pisteluku tarkasteluhetkellä}}$$

Kuluttajahintaindeksin pisteluku vuonna 2008 on 108,3. Tästä saadaan lauseke deflatoidun ansion laskemiselle: kun kuukausiansio deflatoidaan vuoden 2008 tasolle, nimellisansio kerrotaan indeksien suhteella.

$$\text{deflatoitu ansio} = \frac{108{,}3 \cdot \text{nimellisansio}}{\text{indeksin pisteluku tarkasteluhetkellä}}$$

Nimellisansiot ovat Excel-taulukon rivillä 5 ja indeksien pisteluvut rivillä 6. Lasketaan deflatoidut ansiot Excel-taulukon tyhjälle riville 8.

- kirjoitetaan soluun B8 laskukaava =108,3*B5/B6
- kopioidaan laskukaava rivillä 8 oikealle
- muutetaan solujen B8 – J8 muoto luvuiksi ja pyöristystarkkuus kahteen desimaaliin

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2										
3										
4	**vuosi**	**2008**	**2009**	**2010**	**2011**	**2012**	**2013**	**2014**	**2015**	**2016**
5	**kuukausiansio (€/kk)**	3091	3185	3255	3328	3428	3503	3538	3574	3596
6	**kuluttajahintaindeksi (2005 = 100)**	108,3	108,3	109,7	113,5	116,7	118,4	119,6	119,4	119,8
7										
8	**Vuoden 2008 tasolle deflatoitu kuukausiansio (€/kk)**	3091,00	3185,00	3213,46	3175,53	3181,25	3204,18	3203,72	3241,74	3250,81

b) Inflatoinnissa kuukausiansio muutetaan vastaamaan myöhäisemmän vuoden 2016 tasoa.

$$\frac{\text{inflatoitu ansio}}{\text{nimellisansio}} = \frac{\text{indeksin pisteluku 2016}}{\text{indeksin pisteluku tarkasteluhetkellä}}$$

Kuluttajahintaindeksin pisteluku vuonna 2016 on 119,8. Tästä saadaan lauseke inflatoidun ansion laskemiselle: kun kuukausiansio inflatoidaan vuoden 2016 tasolle, nimellisansio kerrotaan indeksien suhteella.

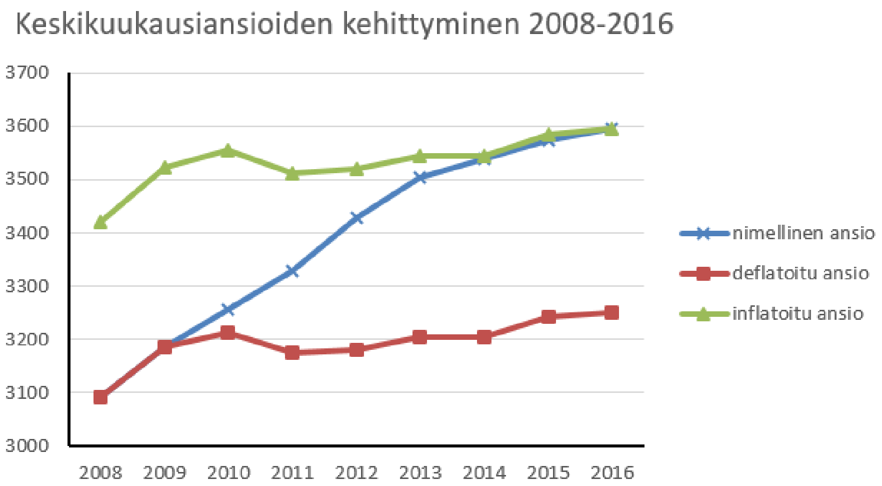
$$\text{inflatoitu ansio} = \frac{119{,}8 \cdot \text{nimellisansio}}{\text{indeksin pisteluku tarkasteluhetkellä}}$$

Nimellisansiot ovat Excel-taulukon rivillä 5 ja indeksien pisteluvut rivillä 6. Lasketaan deflatoidut ansiot Excel-taulukon tyhjälle riville 10.

- kirjoitetaan soluun B10 laskukaava =119,8*B5/B6
- kopioidaan laskukaava rivillä 10 oikealle
- muutetaan solujen B10 – J10 muoto luvuksi ja pyöristystarkkuus kahteen desimaaliin

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2										
3										
4	**vuosi**	**2008**	**2009**	**2010**	**2011**	**2012**	**2013**	**2014**	**2015**	**2016**
5	**kuukausiansio (€/kk)**	3091	3185	3255	3328	3428	3503	3538	3574	3596
6	**kuluttajahintaindeksi (2005 = 100)**	108,3	108,3	109,7	113,5	116,7	118,4	119,6	119,4	119,8
7										
8	**Vuoden 2008 tasolle deflatoitu kuukausiansio (€/kk)**	3091,00	3185,00	3213,46	3175,53	3181,25	3204,18	3203,72	3241,74	3250,81
9										
10	**Vuoden 2016 tasolle inflatoitu kuukausiansio (€/kk)**	3419,22	3523,20	3554,69	3512,73	3519,06	3544,42	3543,92	3585,97	3596,00

c) Piirretään viivadiagrammi vuosilukurivin (rivi 4) ja kuukausiansiorivin (rivi 5) perusteella. Lisätään kaavioon sarjat deflatoiduille (rivi 8) ja inflatoiduille (rivi 10) ansioille.



101.

Tehtävään liittyvä aineisto on ladattavissa Excel-taulukkona. Ladattavassa taulukossa on myös tarvittavat kuluttajahintaindeksin pisteluvut.

a) Taulukossa on annettu asunnon neliövuokrat (rivi 5). Lasketaan niiden perusteella Ilarin 65 neliön kokoisen asunnon vuokra eri vuosina taulukkoon tyhjälle riville 9. Asunnon vuokra saadaan kertomalla neliövuokra luvulla 65.

- kirjoitetaan soluun B9 laskukaava =B5*65
- kopioidaan laskukaava rivillä 9 oikealle
- muutetaan solujen B9 – J9 muoto luvuksi ja pyöristystarkkuus kahteen desimaaliin

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2										
3										
4	vuosi	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
5	vuokra (€/m2)	9,04	9,48	9,86	10,79	11,19	11,61	11,98	12,34	12,61
6	kuluttajahintaindeksi (2005 = 100)	108,3	108,3	109,7	113,5	116,7	118,4	119,6	119,4	119,8
7										
8										
9	Ilarin asunnon (65 m2) nimellisvuokra (€)	587,60	616,20	640,90	701,35	727,35	754,65	778,70	802,10	819,65

b) Deflatoinnissa vuokra muutetaan vastaamaan aikaisemman vuoden 2008 hintatasoa.

$$\frac{\text{deflatoitu vuokra}}{\text{nimellisvuokra}} = \frac{\text{indeksin pisteluku 2008}}{\text{indeksin pisteluku tarkasteluhetkellä}}$$

Kuluttajahintaindeksin pisteluku vuonna 2008 on 108,3. Kun vuokra deflatoidaan vuoden 2008 hintatasolle, nimellisvuokra kerrotaan indeksien suhteella.

$$\text{deflatoitu vuokra} = \frac{108{,}3 \cdot \text{nimellisvuokra}}{\text{indeksin pisteluku tarkasteluhetkellä}}$$

Nimellisvuokrat laskettiin a-kohdassa taulukon riville 9. Indeksien pisteluvut ovat rivillä 6. Lasketaan deflatoidut vuokrat taulukon tyhjälle riville 11.

- kirjoitetaan soluun B11 laskukaava =108,3*B9/B6
- kopioidaan laskukaava rivillä 11 oikealle
- muutetaan solujen B11 – J11 muoto luvuksi ja pyöristystarkkuus kahteen desimaaliin

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2										
3										
4	**vuosi**	**2008**	**2009**	**2010**	**2011**	**2012**	**2013**	**2014**	**2015**	**2016**
5	**vuokra (€/m2)**	9,04	9,48	9,86	10,79	11,19	11,61	11,98	12,34	12,61
6	**kuluttajahintaindeksi (2005 = 100)**	108,3	108,3	109,7	113,5	116,7	118,4	119,6	119,4	119,8
7										
8										
9	**Ilarin asunnon (65 m2) nimellisvuokra (€)**	587,60	616,20	640,90	701,35	727,35	754,65	778,70	802,10	819,65
10										
11	**deflatoitu vuokra (€)**	587,60	616,20	632,72	669,22	675,00	690,28	705,13	727,53	740,97

c) Inflatoinnissa vuokra muutetaan vastaamaan myöhemmän vuoden 2016 hintatasoa.

$$\frac{\text{inflatoitu vuokra}}{\text{nimellisvuokra}} = \frac{\text{indeksin pisteluku 2016}}{\text{indeksin pisteluku tarkasteluhetkellä}}$$

Kuluttajahintaindeksin pisteluku vuonna 2016 on 119,8. Kun vuokra inflatoidaan vuoden 2016 hintatasolle, nimellisvuokra kerrotaan indeksien suhteella.

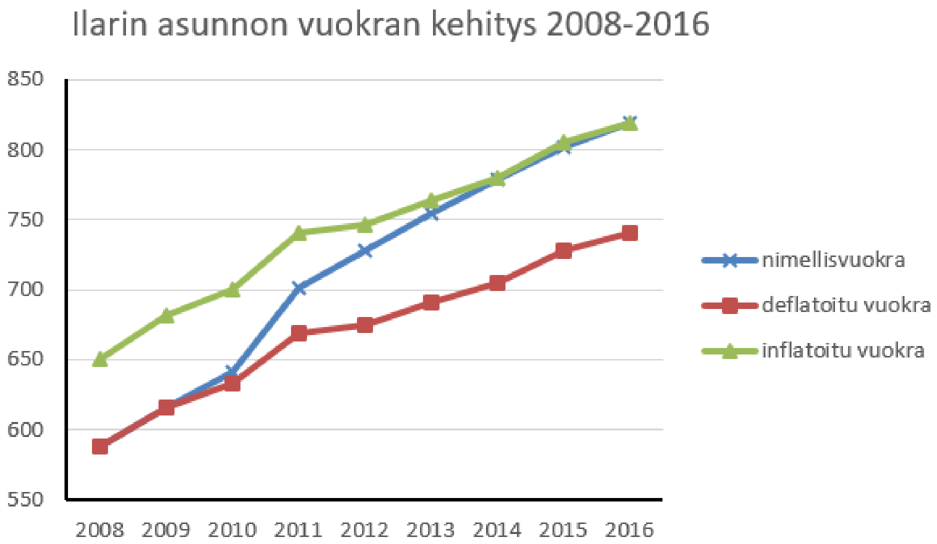
$$\text{inflatoitu vuokra} = \frac{119{,}8 \cdot \text{nimellisvuokra}}{\text{indeksin pisteluku tarkasteluhetkellä}}$$

Nimellisvuokrat laskettiin a-kohdassa taulukon riville 9. Indeksien pisteluvut ovat rivillä 6. Lasketaan inflatoidut vuokrat taulukon tyhjälle riville 12.

- kirjoitetaan soluun B12 laskukaava =119,8*B9/B6
- kopioidaan laskukaava rivillä 12 oikealle
- muutetaan solujen B12 – J12 muoto luvuksi ja pyöristystarkkuus kahteen desimaaliin

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2										
3										
4	**vuosi**	**2008**	**2009**	**2010**	**2011**	**2012**	**2013**	**2014**	**2015**	**2016**
5	**vuokra (€/m2)**	9,04	9,48	9,86	10,79	11,19	11,61	11,98	12,34	12,61
6	**kuluttajahintaindeksi (2005 = 100)**	108,3	108,3	109,7	113,5	116,7	118,4	119,6	119,4	119,8
7										
8										
9	**Ilarin asunnon (65 m2) nimellisvuokra (€)**	587,60	616,20	640,90	701,35	727,35	754,65	778,70	802,10	819,65
10										
11	**deflatoitu vuokra (€)**	587,60	616,20	632,72	669,22	675,00	690,28	705,13	727,53	740,97
12	**inflatoitu vuokra (€)**	650,00	681,63	699,91	740,28	746,67	763,57	780,00	804,79	819,65

d) Piirretään viivadiagrammi vuosilukurivin (rivi 4) ja nimellisvuokrarivin (rivi 9) perusteella. Lisätään kaavioon sarjat deflatoiduille (rivi 11) ja inflatoiduille (rivi 12) vuokrille.



102.

Elinkustannusindeksin pisteluku vuonna 2000 on 1501 ja vuonna 2016 pisteluku on 1913.

a) Lasketaan, kuinka monta prosenttia elinkustannusindeksi nousi aikavälillä 2000–2016.

$$\frac{1913}{1501} = 1{,}2744\ldots \approx 127{,}4\ \%$$

Indeksi nousi $127{,}4\ \% - 100\ \% = 27{,}4\ \%$, joten tämän perusteella aikavälin 2000–2016 inflaatio oli 27,4 %.

b) Kun tavaroiden ja palveluiden hinnat inflaation myötä nousevat, samalla rahamäärällä saa vähemmän tavaroita ja palveluita kuin aiemmin. Rahan ostovoima siis heikkenee.

Kootaan tarvittavat tiedot taulukkoon.

- Voidaan tarkastella tuotetta, jonka hinta vuonna 2000 on esimerkiksi 1 €. Aikavälin 2000–2016 inflaatio on 27,4 %, joten vuonna 2016 tämä tuote maksaa 1,274 €.

- Voidaan tarkastella esimerkiksi 100 euron ostovoimaa, eli minkä määrän näitä tuotteita saa sadalla eurolla saa kumpanakin vuonna.

Vuosi	**2000**	**2016**
Tuotteen hinta (€)	1	1,274
Ostamiseen käytettävä rahamäärä (€)	100	100
Rahalla saatava määrä tuotteita (kpl)	100	$\frac{100}{1{,}274} = 78{,}49\ldots$

Verrataan vuoden 2016 määrää vuoden 2000 määrään.

$$\frac{78{,}49\ldots}{100} = 0{,}7849\ldots \approx 78{,}5\ \%$$

Vuonna 2016 samalla rahalla saa $100\ \% - 78{,}5\ \% = 21{,}5\ \%$ vähemmän tuotteita kuin vuonna 2000, eli rahan ostovoima on laskenut 21,5 %.

103.

a) Jos inflaation mittarina käytetään autojen hintakehitystä, niin tämän ajanjakson inflaatio oli 12 %.

b) Kun tavaroiden ja palveluiden hinnat inflaation myötä nousevat, samalla rahamäärällä saa vähemmän tavaroita ja palveluita kuin aiemmin. Rahan ostovoima siis heikkenee.

Kootaan tarvittavat tiedot taulukkoon.

- Voidaan tarkastella tuotetta, jonka hinta tarkastelun aloitusajankohtana on esimerkiksi 1 €. Kolmen vuoden aikana hinnat nousevat yhteensä 12 %, joten kolmen vuoden kuluttua tämä tuote maksaa 1,12 €.

- Voidaan tarkastella esimerkiksi 100 euron ostovoimaa, eli minkä määrän näitä tuotteita saa sadalla eurolla saa kumpanakin ajankohtana.

Vuosi	**Ennen inflaatiota**	**Inflaation jälkeen**
Tuotteen hinta (€)	1	1,12
Ostamiseen käytettävä rahamäärä (€)	100	100
Rahalla saatava määrä tuotteita (kpl)	100	$\frac{100}{1{,}12} = 89{,}28\ldots$

Verrataan inflaation jälkeistä määrää kolmen vuoden takaiseen määrään.

$$\frac{89{,}28\ldots}{100} = 0{,}8928\ldots \approx 89\ \%$$

Inflaation jälkeen samalla rahalla saa $100\ \% - 89\ \% = 11\ \%$ vähemmän tuotteita kuin kolme vuotta aiemmin, eli rahan ostovoima on laskenut 11 %.

c) Merkitään hintojen vuotuista kasvua kuvaavaa prosenttikerrointa kirjaimella q. Autojen hinnat tulivat siis joka vuosi q-kertaisiksi.

Kun hinnat tulevat joka vuosi q-kertaisiksi, niin kolmessa vuodessa hinnat tulevat $q \cdot q \cdot q = q^3$-kertaisiksi.

Tänä aikana autojen hinnat nousivat yhteensä 12 %, eli tulivat 1,12-kertaiseksi. Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan siitä prosenttikerroin q.

$q^3 = 1{,}12$ *potenssiyhtälö ratkaistaan yleisen juuren avulla*

$q = \sqrt[3]{1{,}12} = 1{,}0384\ldots \approx 1{,}038$

Autojen hinnat tulivat vuosittain 1,038-kertaisiksi, eli hinnat kasvoivat vuosittain 3,8 %.

104.

a) Lasketaan, kuinka monta prosenttia pizzan hinta on noussut.

$$\frac{10{,}80\ €}{6{,}50\ €} = 1{,}6615\ldots \approx 166{,}2\ \%$$

Pizzan hinta on noussut $166{,}2\ \% - 100\ \% = 66{,}2\ \%$. Jos inflaation mittarina käytetään pizzojen hintakehitystä, niin aikavälin 2009–2016 inflaatio oli 66,2 %.

b) Kun tavaroiden ja palveluiden hinnat inflaation myötä nousevat, samalla rahamäärällä saa vähemmän tavaroita ja palveluita kuin aiemmin. Rahan ostovoima siis heikkenee. Hintojen nousu ja rahan ostovoiman heikkeneminen ovat kääntäen verrannolliset: esimerkiksi hintojen kaksinkertaistuessa samalla rahalla saa puolet vähemmän, eli rahan ostovoima puolittuu.

Pizzan hinnan perusteella inflaatio on 66,2 %, eli hinnat tulevat 1,662-kertaisiksi. Samaan aikaan rahan ostovoima alenee kertoimella

$$\frac{1}{1{,}662} = 0{,}6016\ldots \approx 0{,}602.$$

Rahan ostovoima laskee $100\ \% - 60{,}2\ \% = 39{,}8\ \%$.

c) Kuluttajahintaindeksin vuoden 2009 pisteluku on 108,3 ja vuoden 2016 pisteluku on 119,8. Jos pizzojen hinta olisi noudattanut indeksiä, niin hinta olisi noussut samassa suhteessa kuin indeksi.

$$\frac{119{,}8}{108{,}3} = 1{,}106\ldots$$

Jos pizzan hinta olisi noussut indeksien suhteessa, vuoden 2016 hinta olisi ollut

$$1{,}106\ldots \cdot 6{,}50\ € = 7{,}190\ldots € \approx 7{,}19\ €.$$

105.

a) Kun rahan ostovoima laskee 15 %, se tulee $1-0{,}15 \ =0{,}85$ –kertaiseksi.

Rahan ostovoiman lasku ja hintojen nousu ovat kääntäen verrannolliset ilmiöt. Tämä tarkoittaa sitä, että kun rahan ostovoima heikkenee 0,85-kertaiseksi, niin hinnat nousevat kertoimella

$$\frac{1}{0{,}85}=1{,}176\ldots\approx 1{,}18.$$

Hinnat nousevat $118\ \%-100\ \%=18\ \%$.

b) Rahan arvo ja rahan ostovoima tarkoittavat samaa asiaa. Merkitään rahan arvon vuotuista alenemista kuvaavaa prosenttikerrointa kirjaimella *q*.

Kun arvo alenee joka vuosi q-kertaisiksi, niin kolmessa vuodessa arvo alenee q^3-kertaiseksi.

Tänä aikana rahan arvo laskee yhteensä 15 %, eli arvo tulee 0,85-kertaiseksi. Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan siitä prosenttikerroin q.

$q^3=0{,}85$ *potenssiyhtälö ratkaistaan yleisen juuren avulla*

$q=\sqrt[3]{0{,}85}=0{,}9472\ldots\approx 0{,}947$

Rahan arvo alenee vuosittain 0,947-kertaiseksi, eli arvo laskee
$1-0{,}947=0{,}053=5{,}3\ \%$ vuosittain.

106.

a) Kuluttajahintaindeksin pisteluku pienenee aikavälillä 3/2012–7/2012, joten kuluttajahinnat ovat laskeneet. Rahan arvo on noussut, eli Kiinan taloudessa on tällä aikavälillä ollut deflaatio.

b) Verrataan vuoden 2012 heinäkuun pistelukua vuoden 2012 maaliskuun pistelukuun.

$$\frac{101{,}8}{103{,}6} = 0{,}9826\ldots \approx 98{,}3\ \%$$

Kuluttajahintaindeksi pieneni $100\ \% - 98{,}3\ \% = 1{,}7\ \%$.

c) Verrataan myöhemmän ajankohdan pistelukua aikaisemman ajankohdan pistelukuun.

$$\frac{103{,}2}{101{,}8} = 1{,}0137\ldots \approx 101{,}4\ \%$$

Kuluttajahintaindeksi nousi $101{,}4\ \% - 100\ \% = 1{,}4\ \%$.

Kuluttajahintaindeksin pisteluku nousi tällä aikavälillä, joten kyseessä on inflaatioprosentti.

107.

Palkka ei reaalisesti nouse, jos se nousee elinkustannusindeksin pistelukujen suhteessa.

Elinkustannusindeksin pisteluku vuonna 2013 oli 1890 ja vuonna 2016 pisteluku oli 1913. Pistelukujen suhde on

$$\frac{1913}{1890} = 1{,}0121\ldots$$

Kun palkka nousee indeksien suhteessa, se tulee 1,0121 …-kertaiseksi. Vuoden 2016 palkka on tällöin

$$1{,}0121\ldots \cdot 2450{,}00\ € = 2479{,}814\ldots\ € \approx 2479{,}81\ €.$$

Kuukausipalkan nimellinen muutos on

$2479{,}81\ € - 2450{,}00\ € = 29{,}81\ €.$

Laurin palkka nousi nimellisesti 29,81 €.

108.

Tehtävään liittyvä aineisto on ladattavissa Excel-taulukkona. Ladattavassa taulukossa on myös tarvittavat elinkustannusindeksin pisteluvut.

a) Deflatoinnissa lapsilisä muutetaan vastaamaan aikaisemman vuoden 1960 rahan arvoa. Elinkustannusindeksin pisteluku vuonna 1960 on 138. Kun lapsilisä deflatoidaan vuoden 1960 rahan arvoon, nimellisarvo kerrotaan indeksien suhteella.

$$\text{deflatoitu lapsilisä} = \frac{138 \cdot \text{nimellisarvo}}{\text{indeksin pisteluku tarkasteluhetkellä}}$$

Nimellisarvot ovat Excel-taulukon rivillä 5 ja indeksien pisteluvut rivillä 6. Lasketaan deflatoidut lapsilisät taulukon tyhjälle riville 9.

- kirjoitetaan soluun B9 laskukaava =138*B5/B6
- kopioidaan laskukaava rivillä 9 oikealle
- muutetaan solujen B9 – G9 muoto luvuksi ja pyöristystarkkuus kahteen desimaaliin

b) Inflatoinnissa lapsilisä muutetaan vastaamaan myöhemmän vuoden 2010 rahan arvoa. Elinkustannusindeksin pisteluku vuonna 2010 on 1751. Kun lapsilisä inflatoidaan vuoden 2010 rahan arvoon, nimellisarvo kerrotaan indeksien suhteella.

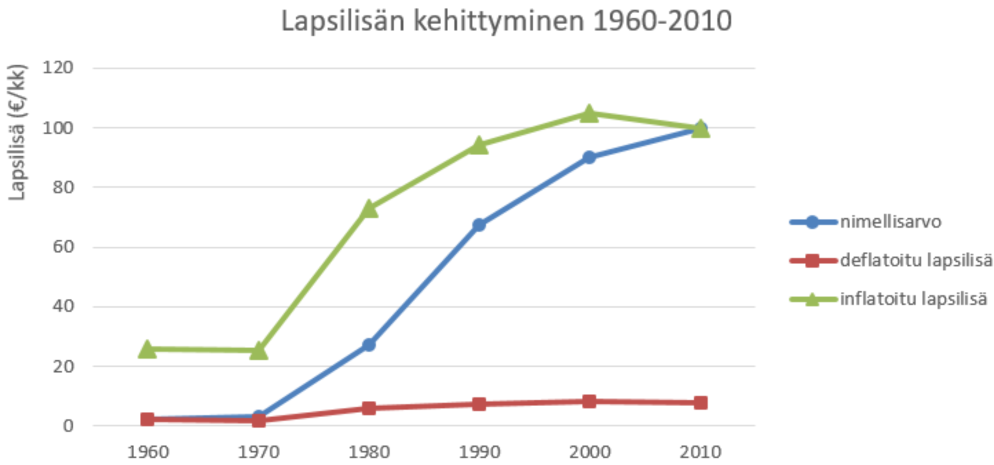
$$\text{inflatoitu lapsilisä} = \frac{1751 \cdot \text{nimellisarvo}}{\text{indeksin pisteluku tarkasteluhetkellä}}$$

Lasketaan inflatoidut lapsilisät taulukon tyhjälle riville 10.

- kirjoitetaan soluun B10 laskukaava =1751*B5/B6
- kopioidaan laskukaava rivillä 10 oikealle
- muutetaan solujen B10 – G10 muoto luvuksi ja pyöristystarkkuus kahteen desimaaliin

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3							
4	**vuosi**	**1960**	**1970**	**1980**	**1990**	**2000**	**2010**
5	**lapsilisä (€/kk)**	2,02	3,20	27,08	67,28	90,00	100,00
6	**elinkustannusindeksi**	138	223	651	1248	1501	1751
7							
8							
9	**deflatoitu lapsilisä (€/kk)**	2,02	1,98	5,74	7,44	8,27	7,88
10	**Inflatoitu lapsilisä (€/kk)**	25,63	25,13	72,84	94,40	104,99	100,00

c) Piirretään viivadiagrammi vuosilukurivin (rivi 4) ja nimellisarvorivin (rivi 5) perusteella. Lisätään kaavioon sarjat deflatoiduille (rivi 9) ja inflatoiduille (rivi 10) lapsilisille.



109.

a) Lasketaan, kuinka monta prosenttia elinkustannusindeksi nousi aikavälillä 1980–2015.

$$\frac{1906}{651} = 2{,}9278\ldots \approx 292{,}8\ \%$$

Indeksi nousi $292{,}8\ \% - 100\ \% = 192{,}8\ \%$, joten tämän perusteella aikavälin 1980–2015 inflaatio oli 192,8 %.

b) Inflaation johdosta hinnat nousivat 192,8 %, eli tulivat 2,928-kertaisiksi aikavälillä 1980–2015. Rahan ostovoiman muutos on kääntäen verrannollinen hintatason muutokseen. Kun hinnat nousivat kertoimella 2,928, niin samaan aikaan rahan ostovoima aleni kertoimella

$$\frac{1}{2{,}928} = 0{,}3415\ldots \approx 0{,}342.$$

Rahan ostovoima laski $100\ \% - 34{,}2\ \% = 65{,}8\ \%$.

c) Merkitään hintojen vuotuista kasvua kuvaavaa prosenttikerrointa kirjaimella *q.* Hinnat tulivat siis joka vuosi q-kertaisiksi.

Aikavälillä 1980–2015 on yhteensä $2015 - 1980 = 35$ vuotta. Kun hinnat tulevat joka vuosi q-kertaisiksi, niin 35 vuodessa hinnat tulevat q^{35}-kertaisiksi.

Tänä aikana inflaatio oli yhteensä 192,8 %, eli hinnat tulivat 2,928-kertaisiksi. Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan siitä prosenttikerroin *q.*

$q^{35} = 2{,}928 \qquad \textit{potenssiyhtälö ratkaistaan yleisen juuren avulla}$

$q = \sqrt[35]{2{,}928} = 1{,}0311\ldots \approx 1{,}031$

Hinnat tulivat vuosittain 1,031-kertaisiksi, eli kasvoivat 3,1 %.