Derivaatan nollakohdat:

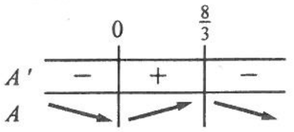
$-3x^2 + 8x = 0 \qquad | \cdot (-1)$

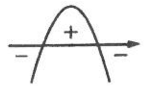
$3x^2 - 8x = 0$

$$x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 0}}{2 \cdot 3} = \frac{8 \pm \sqrt{64}}{6} = \frac{8 \pm 8}{6}$$

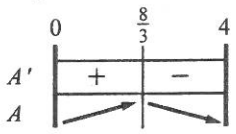
$$x = \frac{8+8}{6} = \frac{16}{6} = \frac{8}{3} \text{ tai } x = \frac{8-8}{6} = \frac{0}{6} = 0$$

Kulkukaavio:





Rajataan kulkukaavio välille $0 \le x \le 4$:



Kulkukaavion perusteella pinta-ala on suurin, kun $x = \frac{8}{3}$.

Suurin pinta-ala on $A(\frac{8}{3}) = 4 \cdot (\frac{8}{3})^2 - (\frac{8}{3})^3 = \frac{256}{27} = 9\frac{13}{27} \approx 9{,}5$.

Vastaus lauseke $A(x) = 4x^2 - x^3$, suurin arvo $9\frac{13}{27} \approx 9{,}5$

12. **Ratkaisu** Aluetta rajaavat koordinaattiakselit ja suorat $2x + 3y = 24$ ja $5x + 3y = 30$.

Suorien yhtälöiden ratkaistut muodot:

$2x + 3y = 24$

$3y = -2x + 24 \qquad |:3$

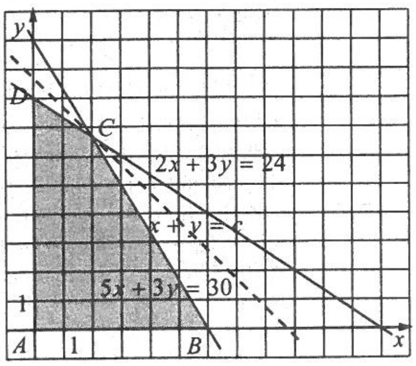
$y = -\frac{2}{3}x + 8$

$5x + 3y = 30$

$3y = -5x + 30 \qquad |:3$

$y = -\frac{5}{3}x + 10$

Pisteen $(1, 1)$ koordinaatit toteuttavat vaaditut ehdot, joten ehtojen määräämä alue on kuvion varjostettu alue.



Alueen kärkipisteet:

A on origo $(0, 0)$.

B on suoran $y = -\frac{5}{3}x + 10$ ja x-akselin leikkauspiste $(6, 0)$.

$-\frac{5}{3}x + 10 = 0 \qquad | \cdot 3$

$-5x + 30 = 0$

$x = 6$

C on suorien $2x + 3y = 24$ ja $5x + 3y = 30$ leikkauspiste $(2, 6\frac{2}{3})$.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 24 & | \cdot (-1) \\ 5x + 3y = 30 \end{cases}$$

$3x = 6 \qquad |:3$

$x = 2$

$2 \cdot 2 + 3y = 24$

$3y = 20 \qquad |:3$

$y = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$

D on suoran $y = -\frac{2}{3}x + 8$ ja y-akselin leikkauspiste $(0, 8)$.

Kuvion perusteella ylin alueeseen sattuva muotoa $x + y = c$ oleva suora kulkee pisteen C kautta, joten lauseke $x + y$ saa suurimman arvonsa pisteessä C.

Suurin arvo on $2 + 6\frac{2}{3} = 8\frac{2}{3}$.

Vastaus suurin arvo $8\frac{2}{3}$, kärkipisteet $(0, 0)$, $(6, 0)$, $(2, 6\frac{2}{3})$ ja $(0, 8)$

Toinen tapa Suurimman arvon voi määrittää myös laskemalla lausekkeen $x + y$ arvon alueen kaikissa kärkipisteissä. Suurin arvo on näistä arvoista suurin.

Derivaatan nollakohdat:

$-3x^2 + 8x = 0 \qquad | \cdot (-1)$

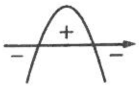
$3x^2 - 8x = 0$

$$x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 0}}{2 \cdot 3} = \frac{8 \pm \sqrt{64}}{6} = \frac{8 \pm 8}{6}$$

$$x = \frac{8+8}{6} = \frac{16}{6} = \frac{8}{3} \text{ tai } x = \frac{8-8}{6} = \frac{0}{6} = 0$$

Kulkukaavio:

		0		$\frac{8}{3}$	
A'	$-$		$+$		$-$
A	↘		↗		↘



Rajataan kulkukaavio välille $0 \leq x \leq 4$:

	0		$\frac{8}{3}$		4
A'		$+$		$-$	
A		↗		↘	

Kulkukaavion perusteella pinta-ala on suurin, kun $x = \frac{8}{3}$.

Suurin pinta-ala on $A(\frac{8}{3}) = 4 \cdot (\frac{8}{3})^2 - (\frac{8}{3})^3 = \frac{256}{27} = 9\frac{13}{27} \approx 9{,}5$.

Vastaus lauseke $A(x) = 4x^2 - x^3$, suurin arvo $9\frac{13}{27} \approx 9{,}5$

12. **Ratkaisu** Aluetta rajaavat koordinaattiakselit ja suorat $2x + 3y = 24$ ja $5x + 3y = 30$.

Suorien yhtälöiden ratkaistut muodot:

$2x + 3y = 24$

$3y = -2x + 24 \qquad |:3$

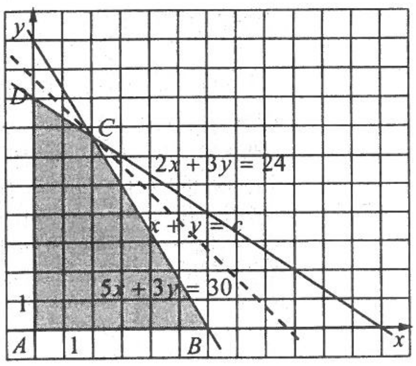
$y = -\frac{2}{3}x + 8$

$5x + 3y = 30$

$3y = -5x + 30 \qquad |:3$

$y = -\frac{5}{3}x + 10$

Pisteen $(1, 1)$ koordinaatit toteuttavat vaaditut ehdot, joten ehtojen määräämä alue on kuvion varjostettu alue.



Alueen kärkipisteet:

A on origo $(0, 0)$.

B on suoran $y = -\frac{5}{3}x + 10$ ja x-akselin leikkauspiste $(6, 0)$.

$-\frac{5}{3}x + 10 = 0 \qquad | \cdot 3$

$-5x + 30 = 0$

$x = 6$

C on suorien $2x + 3y = 24$ ja $5x + 3y = 30$ leikkauspiste $(2, 6\frac{2}{3})$.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 24 & | \cdot (-1) \\ 5x + 3y = 30 \end{cases}$$

$3x \quad = 6 \qquad |:3$

$x = 2$

$2 \cdot 2 + 3y = 24$

$3y = 20 \qquad |:3$

$y = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$

D on suoran $y = -\frac{2}{3}x + 8$ ja y-akselin leikkauspiste $(0, 8)$.

Kuvion perusteella ylin alueeseen sattuva muotoa $x + y = c$ oleva suora kulkee pisteen C kautta, joten lauseke $x + y$ saa suurimman arvonsa pisteessä C.

Suurin arvo on $2 + 6\frac{2}{3} = 8\frac{2}{3}$.

Vastaus suurin arvo $8\frac{2}{3}$, kärkipisteet $(0, 0)$, $(6, 0)$, $(2, 6\frac{2}{3})$ ja $(0, 8)$

Toinen tapa Suurimman arvon voi määrittää myös laskemalla lausekkeen $x + y$ arvon alueen kaikissa kärkipisteissä. Suurin arvo on näistä arvoista suurin.