

TEHTÄVIEN RATKAISUT

- 1-1.** a) Noki on mustaa, koska se absorboi lähes kaiken siihen osuvan valon. Noessa (hiilessä) on runsaasti vapaasti liikkumaan pääseviä elektroneja, jotka voivat ottaa vastaan fotonin tuoman energian aallonpituudesta riippumatta ja muuntaa sen oman värähtelynsä energiaksi. Elektronit tönisivät liikkueessaan noen hiiliatomeja, jotka alkavat myös värähdellä. Niiden värähtely on kuitenkin hitaampaa, ja värähtelyssä syntyvän säteilyn aallonpituus on paljon suurempi kuin nokeen osuvan valon aallonpituus; säteilyn taajuus on infrapunasäteilyn alueella. Noen lähettämää säteilyä ei voi sen tähden nähdä silmin, joten noki näyttää mustalta.
- b) Musta kappale on säteilijää kuvaava malli. Se kuvaa kappaletta, joka absorboi (imee) kaiken siihen osuvan säteilyn. Tällainen kappale ei heijasta ollenkaan siihen osuvaa säteilyä. Täydellistä mustaa kappaletta ei ole olemassa. Aurinkoa voidaan pitää lähes identtisenä mustana kappaleena: jos mustan kappaleen lämpötila on sama kuin Auringon pinnan lämpötila, molempien lähettämän valon spektrit ovat samanlaiset.
- c) Musta aukko ei ole ideaalinen musta kappale, sillä mustan aukon sisältä ei tule ulos mitään, ei edes säteilyä. Ideaalinen musta kappale sekä absorboi että emittoi kaiken aallonpituista säteilyä. Mustan aukon pinnalla sen sijaan syntyy säteilyä (Hawkingin säteilyä), jolla on samanlainen spektri kuin mustan kappaleen säteilyllä.
- 1-2.** Albert Einstein esitti vuonna 1905 valon kvanttiteorian. Sen mukaan sähkömagneettinen säteily muodostuu erillisistä hiukkasmaisista osista, valokvanteista eli fotoneista. Fotoni syntyy sähkömagneettisen säteilyn emissiossa ja häviää absorptiossa. Fotonit ovat massattomia, ja ne liikkuvat valon nopeudella.

1-3. a) Fotonin energia on

$$E = hf = 6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 1,2 \cdot 10^{18} \frac{1}{\text{s}} \approx 8,0 \cdot 10^{-16} \text{ J}.$$

b) Fotonin energia on

$$E = hf = h \frac{c}{\lambda} = 6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot \frac{2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{150 \text{ m}} \approx 1,3 \cdot 10^{-27} \text{ J}.$$

c) Energian yhtälöstä $E = hf = \frac{hc}{\lambda}$ saadaan valon aallonpituudeksi

$$\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1,8 \cdot 10^3 \text{ eV}} \approx 6,9 \cdot 10^{-10} \text{ m}.$$

1-4. Fotonien energia ovat

$$E_1 = hf_1 = h \frac{c}{\lambda_1} = 6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot \frac{2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{400 \cdot 10^{-9} \text{ m}} \approx 5 \cdot 10^{-19} \text{ J ja}$$

$$E_2 = hf_2 = h \frac{c}{\lambda_2} = 6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot \frac{2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{700 \cdot 10^{-9} \text{ m}} \approx 3 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

Näkyvän valon fotonien energia vaihtelee välillä

$$3 \cdot 10^{-19} \text{ J} \dots 5 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

1-5. a) Fotonin energia on

$$E = hf = h \frac{c}{\lambda} = \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{480 \text{ nm}} \approx 2,6 \text{ eV}.$$

b) Fotonin liikemäärä on

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{480 \text{ nm}} \approx 1,4 \cdot 10^{-27} \text{ kgm/s}.$$

- 1-6. Kuvaajasta nähdään, että kellanvihreän valon aallonpituus on noin 560 nm. Yhden fotonin energia on

$$E_{\text{fotoni}} = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{560 \text{ nm}} \approx 3,54722 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

Näköaistimukseen tarvitaan vähintään

$$\frac{E}{E_{\text{fotoni}}} = \frac{10^{-17} \text{ J}}{3,54722 \cdot 10^{-19} \text{ J}} \approx 30 \text{ fotonia}.$$

- 1-7. Oletetaan, että säteily tulee kohtisuoraan pintaa vastaan. Yhden fotonin energia on

$$E = hf = h \frac{c}{\lambda} = \frac{6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{500 \text{ nm}} \approx 3,97289 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

Koska auringonvalon intensiteetti Maan kiertoradan etäisyydellä on

1,4 kW/m² eli 1400 J/(s·m²), sekunnissa yhdelle neliömetrille osuu

fotoneja $\frac{1400}{3,97289 \cdot 10^{-19}} \approx 4 \cdot 10^{21}$ kappaletta.

- 1-8. Fotonin energia on

$$E = hf = 4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 1800 \cdot 10^6 \text{ 1/s} \approx 7,4 \cdot 10^{-6} \text{ eV} \\ = 7,4 \text{ } \mu\text{eV}.$$

- 1-9. Fotonin energia on

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 2,99792 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{532 \cdot 10^{-9} \text{ m}} \approx 3,73391 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

Fotonien lukumäärä sekunnissa on

$$\frac{P}{E} = \frac{200 \text{ mW}}{3,73391 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = \frac{200 \cdot 10^{-3} \frac{\text{J}}{\text{s}}}{3,73391 \cdot 10^{-19} \text{ J}} \approx 5 \cdot 10^{17} \frac{1}{\text{s}}.$$

Laserosoitin lähettää $5 \cdot 10^{17}$ fotonia sekunnissa.

- 1-10.** a) Wienin siirtymäläistä $T\lambda_{\text{max}} = b$ saadaan säteilyn aallonpituudeksi

$$\lambda_{\text{max}} = \frac{b}{T} = \frac{2,89777 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}}{8100 \text{ K}} = 3,57749 \cdot 10^{-7} \text{ m}.$$

Fotonin energia on

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,99792 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3,57749 \cdot 10^{-7} \text{ m}} \approx 3,5 \text{ eV}.$$

- b) Tähten väri on valkoinen.

<https://fi.wikipedia.org/wiki/Spektriluokka>

- 1-11.** a) Wienin siirtymäläistä $T\lambda_{\text{max}} = b$ saadaan Auringon säteilyn intensiteettimaksimia vastaavan valon aallonpituudeksi

$$\lambda_{\text{max}} = \frac{b}{T} = \frac{2,89777 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}}{5800 \text{ K}} = 4,99616 \cdot 10^{-7} \text{ m} \approx 500 \text{ nm}.$$

Aallonpituus on vihreän valon aallonpituusalueella.

- b) Auringon pinnan säteilyteho on

$$I = \sigma T^4 = 5,67040 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2\text{K}^4) \cdot (5800 \text{ K})^4 \approx 64 \text{ MW}/\text{m}^2.$$

1-12. a) Lämpökamera muodostaa kuvan esineen tai olennon pintalämpötilasta pinnan lähettämän infrapunasäteilyn perusteella, samaan tapaan kuin tavallinen kamera muodostaa kuvan näkyvän valon perusteella. Kamera määrittää pinnan lähettämän säteilyn energiajakaumasta pinnan lämpötilan kussakin kohtaa pintaa, ja muodostaa tämän perusteella kuvan, jossa eri lämpötilat esitetään eri väreillä.

b) Ihmisen ihon lämpötila vaihtelee hieman välillä $30\text{ }^{\circ}\text{C} - 33\text{ }^{\circ}\text{C}$. Jos lämpötila on $33\text{ }^{\circ}\text{C}$, ihmisen lähettämä säteily on voimakkainta aallonpituudella

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T} = \frac{2,89777 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}}{(33 + 273,15) \text{ K}} \approx 9500 \text{ nm}.$$

Säteily on infrapunasäteilyn alueella.

Sen havaitsemiseen tarvitaan lämpökamera. Paljain silmin voimme nähdä vain heijastunutta tai siroannutta valoa, emme ihmisen itsensä lähettämää säteilyä.

TEHTÄVIEN RATKAISUT

- 2-1.** a) Valosähköilmiössä elektronit ottavat vastaan valon säteilyenergiaa ja irtoavat aineesta, jos valon aallonpituus on tarpeeksi lyhyt. Klassisen fysiikan mukaan valo on aaltoliikettä, joka absorboituu aineeseen. Tämän mukaan elektronien pitäisi irrota aineesta, jos valon intensiteetti on riittävä riippumatta aallonpituudesta. Elektronit eivät kuitenkaan irtoa, vaikka intensiteetti olisi suuri, jos aallonpituus on pidempi kuin tietty raja-aallonpituus. Valosähköilmiö voidaan selittää vain, jos valolle oletetaan kvanttiluonne. Klassisen fysiikan avulla ei voida selittää valosähköilmiötä, koska kvanttiluonne ei kuulu klassisen fysiikan käsitteisiin.
- b) Elektronit ovat sidottu metalliin, ja ne ovat kullekin metallille ominaisilla energiatiloilla. Elektronin irrottamiseen metallista fotonilla tulee olla vähintään niin suuri energia, että se riittää irrottamaan ylimmällä energiatilalla olevan elektronin. Fotonin energia on sitä suurempi mitä pienempi on aallonpituus. Tiettyä rajaa pitemmillä aallonpituuksilla fotonin energia ei riitä elektronin irrottamiseen.
- 2-2.** a) Valosähköilmiössä metallilevystä irtoaa elektroneja eli pinnan negatiivinen varaus purkautuu tai levy varautuu positiivisesti. Positiivisesti varautunut levy ei menetä varaustaan valon vaikutuksesta, koska aineen positiiviset varaukset ovat sidottuina aineen ytimiin eikä niitä voi irrottaa, toisin kuin metallissa vapaasti liikkuvia elektroneja.
- b) Ei riipu. Fotonin liike-energiaan vaikuttaa valon taajuus, ei sen intensiteetti eikä valaisuaika.
- c) Mitä suurempi irrotustyö on, sitä suurempi energia tulee säteilykvantilla olla. Tämä tarkoittaa suurempaa säteilyn taajuutta ja pienempää aallonpituutta.

2-3. Valosähköilmiö ja Comptonin ilmiö tukevat käsitystä, että sähkömagneettinen säteily on kvanttiutunut.

2-4. a) Mittaustilanteessa tapahtuu valosähköilmiö, jossa säteilykvantin energia muuntuu irrotustyöksi ja elektronin kineettiseksi energiaksi eli $hf = W_0 + E_k^{\max}$, josta saadaan $E_k^{\max} = hf - W_0$. Mittauksesta saatu kuvaaja on juuri tämän (jälkimmäisen) yhtälön kuvaaja.

Kuvaajan ja f -akselin leikkauskohdassa on $E_k^{\max} = 0$, joten leikkauskohdasta saadaan kynnystaajuus: se on $4,5 \cdot 10^{14}$ Hz.

Tätä alhaisemmillä taajuuksilla valosähköilmiötä ei tapahdu.

Suoran fysikaalinen kulmakerroin on Planckin vakio h , jonka arvoksi saadaan

$$h = \frac{\Delta E_k^{\max}}{\Delta f} = \frac{3,1 \text{ eV} - 1,0 \text{ eV}}{12,0 \cdot 10^{14} \text{ Hz} - 7,0 \cdot 10^{14} \text{ Hz}} = 4,2 \cdot 10^{-15} \text{ eVs.}$$

Suoran ja pystyakselin leikkauspisteessä taajuus on nolla, joten

$E_k^{\max} = -W_0$. Pystyakselin ja suoran leikkauskohdasta saadaan irrotustyö negatiivisena. Natriumin irrotustyö on 1,9 eV.

b) Valosähköilmiössä valon taajuuden muuttaminen vaikuttaa irtoavien elektronien liike-energiaan. Valon voimakkuus (intensiteetti) muuttaa irtoavien elektronien lukumäärää. Vaihtoehto 2 on tosi.

2-5. Säteilykvantin energia muuntuu irrotustyöksi ja elektronien liike-energiaksi eli $hf = W_0 + E_k^{\max}$. Koska säteily pystyy juuri ja juuri irrottamaan metallista elektroneja, kun taajuus on $f_0 = 123$ PHz, voidaan olettaa $E_k^{\max} \approx 0$. Saadaan siis yhtälö $hf_0 = W_0$, joten irrotustyö on $W_0 = hf_0 = 4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 1,23 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \approx 5,09 \text{ eV}$. Taulukkokirjan mukaan kyseessä on nikkeli.

- 2-6. a) Näkyvän valon aallonpituusalue on 400 nm...700 nm. Kun aallonpituus on pienin, irrotustyö on suurin, joten suurin mahdollinen irrotustyö on

$$W_0 = h \frac{c}{\lambda_0} = \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{400 \text{ nm}} \approx 3,10 \text{ eV}.$$

Näkyvä valo pystyy irrottamaan elektroneja metalleista, joiden irrotustyö on 3,10 eV tai pienempi. Kaliumin irrotustyö on 2,24 eV, joten näkyvä valo saa aikaiseksi valosähköilmiön kaliumilla. Alumiinin irrotustyö on 4,20 eV, joten alumiinin tapauksessa valosähköistä ilmiötä ei tapahdu.

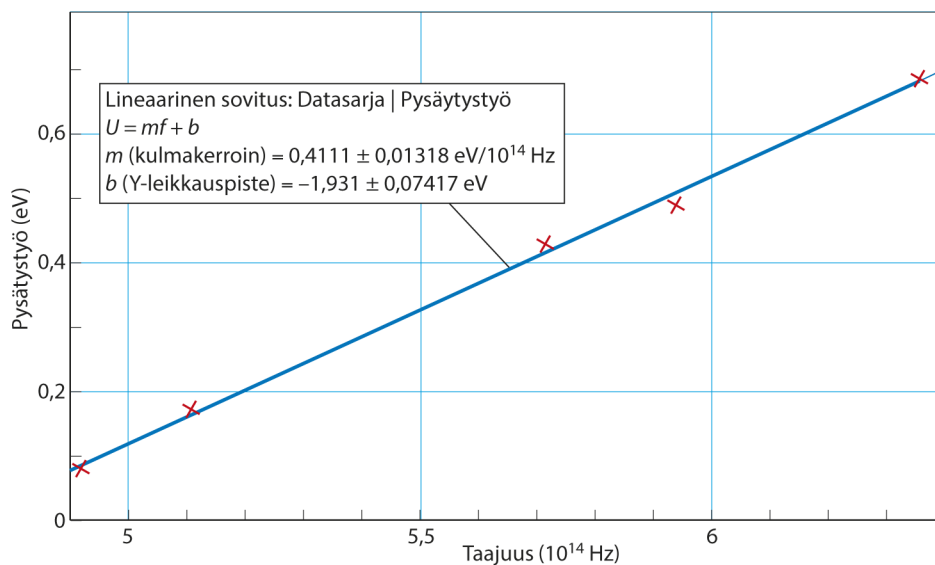
- b) Nopeimpien elektronien liike-energia on

$$\begin{aligned} E_k &= hf - W_0 = \frac{hc}{\lambda} - W_0 \\ &= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{210 \text{ nm}} - 4,2 \text{ eV} \approx 1,7 \text{ eV}. \end{aligned}$$

- 2-7. Lasketaan taulukkoon valon taajuuksien ja pysäytystyön arvot.

λ (nm)	f (10^{14} Hz)	eU (eV)
611	4,9066	0,078
588	5,0985	0,175
525	5,7104	0,427
505	5,9365	0,489
472	6,3516	0,687

Planckin vakio on suoran $E_k^{\max} = hf - W_0$ fysikaalinen kulmakerroin.



Mittausohjelman mukaan Planckin vakio on

$$0,4111 \frac{\text{eV}}{10^{14} \text{ Hz}} \approx 4,1 \cdot 10^{-15} \text{ eVs tai}$$

$$0,4111 \frac{\text{eV}}{10^{14} \text{ Hz}} = 0,4111 \cdot \frac{1,60218 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{10^{14} \text{ Hz}} \approx 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Js.}$$

Irrotustyö $|-1,931 \text{ eV}| \approx 1,9 \text{ eV}$.

Rajataajuus on mittausohjelman mukaan 470 THz ja laskemalla

$$f_0 = \frac{W}{h} = \frac{1,931 \text{ eV}}{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs}} \approx 470 \text{ THz.}$$

- 2-8. a)** Kvantin energia kuluu irrotustyöhön ja elektronin liike-energiaksi eli $hf = W_0 + E_k^{\max}$.

Irronneiden elektronien suurin liike-energia on

$$E_k^{\max} = hf - W_0 = h \frac{c}{\lambda} - W_0 \\ = 4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot \frac{2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{365 \text{ nm}} - 1,9 \text{ eV} \approx 1,5 \text{ eV}.$$

Näin ollen elektronien liike-energia on $E_k \leq 1,5 \text{ eV}$.

- b) 1)** Jos valon aallonpituus muuttuu kaksinkertaiseksi, energia on

$$hf = h \frac{c}{2\lambda} = 4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot \frac{2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{2 \cdot 365 \text{ nm}} \approx 1,7 \text{ eV}.$$

Valosähköilmiötä ei tapahdu, koska energia on pienempi kuin irrotustyö.

2) Valon intensiteetti ei vaikuta kvanttien liike-energiaan; elektronien liike-energia ei siis muutu.

- 2-9. a)** Valokvantin energia kuluu irrotustyöhön ja elektronin liike-energiaksi eli $hf = W_0 + E_k^{\max}$. Rajatapauksessa elektroni irtoaa kaliumista, mutta elektronin nopeuden ja liike-energia on nolla. Tällöin yhtälöstä

$$hf = h \frac{c}{\lambda} = W_0 \text{ saadaan valon aallonpituudeksi} \\ \lambda_{\max} = \frac{hc}{W_0} = \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,99792 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2,24 \text{ eV}} \approx 554 \text{ nm}.$$

- b)** Kun valon aallonpituus on 436 nm (< 554 nm), elektronilla on liike-energiaa myös irtoamisen jälkeen. Ratkaistaan yhtälöstä

$$hf = h \frac{c}{\lambda} = W_0 + \frac{1}{2}mv^2 \text{ elektronin maksiminopeus:}$$

$$v = \sqrt{\frac{2(h\frac{c}{\lambda} - W_0)}{m}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot (6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot \frac{2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{436 \cdot 10^{-9} \text{ m}} - 2,24 \cdot 1,60218 \cdot 10^{-19} \text{ J})}{9,10938 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}}$$

$$\approx 4,61 \cdot 10^5 \text{ m/s.}$$

2-10. a) Kyseessä on valosähköilmiö. Katodilta irtoavien elektronien maksimiliike-energia on valokvantin energian hf ja irrotustyön W_0 erotus eli $E_k^{\max} = hf - W_0$. Tätä yhtälöä vastaa $f, E_k^{\max}$ -kuvaajassa suora, jonka kulmakerroin on kaikilla anodimateriaaleilla sama, Planckin vakio h .

b) Oleelliset suureet ovat Planckin vakio, rajataajuus ja irrotustyö materiaaleille A ja B.

Suoran A fysikaalinen kulmakerroin on

$$h = \frac{\Delta E_k}{\Delta f} = \frac{1,15 \text{ eV}}{820 \cdot 10^{12} \text{ Hz} - 540 \cdot 10^{12} \text{ Hz}} \approx 4,11 \cdot 10^{-15} \text{ eVs.}$$

Valosähköisen ilmiön rajataajuudet ovat materiaalille

A (kalium) $f_{0A} = 540 \text{ THz}$ ja

B $f_{0B} = 468 \text{ THz}$.

Irrotustyö kaliumille (materiaali A) on

$$W_{0A} = hf_{0A} = 4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 540 \cdot 10^{12} \text{ Hz} \approx 2,23 \text{ eV.}$$

Irrotustyö materiaalille B on

$$W_{0B} = hf_{0B} = 4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 468 \cdot 10^{12} \text{ Hz} \approx 1,94 \text{ eV.}$$

c) Valokennon B katodimateriaali voidaan päätellä irrotustyön avulla.

Taulukkokirjan mukaan cesiumin irrotustyö on $W_0 = 1,94 \text{ eV}$. Materiaali B on todennäköisesti cesiumia.

- 2-11.** Valokvantin energia $E = hf = h \frac{c}{\lambda}$ kuluu elektronin irrotustyöhön W_0 ja elektronin liike-energiaksi $E_{\text{kin}} = qU$, jossa q on elektronin varauksen itseisarvo. Irrotustyö ei riipu käytetyn valon taajuudesta. Irrotustyö anodimateriaalista on

$$\begin{aligned} W_0 &= hf - E_{\text{kin}} = h \frac{c}{\lambda} - qU \\ &= 6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot \frac{2,99792 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{611 \cdot 10^{-9} \text{ m}} - 1,60218 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 0,31 \text{ V} \\ &\approx 2,75446 \cdot 10^{-19} \text{ J}. \end{aligned}$$

Kun valon aallonpituus on 489 nm, elektronien liike-energiaksi saadaan

$$\begin{aligned} E_{\text{kin}} &= hf - W_0 = h \frac{c}{\lambda} - W_0 \\ &= 6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot \frac{2,99792 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{489 \cdot 10^{-9} \text{ m}} - 2,75446 \cdot 10^{-19} \text{ J} \\ &\approx 1,30780 \cdot 10^{-19} \text{ J}. \end{aligned}$$

Tällöin pysäytysjännitteen tulee olla

$$U = \frac{E_{\text{kin}}}{q} = \frac{1,30780 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1,60218 \cdot 10^{-19} \text{ C}} \approx 0,82 \text{ V}.$$

- 2-12.** a) Kyseessä on Comptonin sironta.

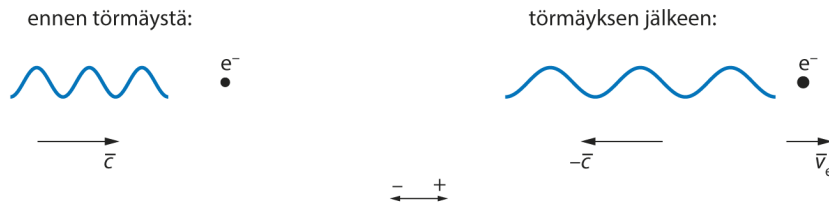
b) Fotonin energia on

$$E_0 = hf_0 = 4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 6,9 \cdot 10^{21} \text{ Hz} \approx 29 \text{ MeV}.$$

c) Elektronin saama liike-energia on

$$\begin{aligned} E_k &= hf_0 - hf = h(f_0 - f) = \\ &= 4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot (6,9 \cdot 10^{21} \text{ Hz} - 2,2 \cdot 10^{21} \text{ Hz}) \\ &\approx 19 \text{ MeV}. \end{aligned}$$

2-13. Kyseessä on Comptonin sironta. Olkoon fotonin liikemäärä alussa $\vec{p}$, törmäyksen jälkeen sironneen fotonin liikemäärä $\vec{p}_s$ ja elektronin törmäyksen jälkeen saama liikemäärä $\vec{p}_e$. Liikemäärä säilyy törmäyksessä, joten $\vec{p} = \vec{p}_s + \vec{p}_e$.



Kun valitaan suunta oikealle positiiviseksi, saadaan skalaariyhtälö

$$p = p_e - p_s \text{ eli } \frac{E}{c} = m_e v_e - \frac{E_s}{c}.$$

Fotonin energia on $E = hf = \frac{hc}{\lambda}$. Koska sironnassa liike-energia säilyy, fotonin energia jakautuu sen ja elektronin energiaksi eli $E = E_s + E_e$.

Sironneen fotonin liike-energia törmäyksen jälkeen on $E_s = E - E_e$. Koska elektronin energia on $E_e = \frac{1}{2} m_e v_e^2$, saadaan yhtälö $E_s = E - \frac{1}{2} m_e v_e^2$.

Kun sijoitetaan saatuun yhtälöön sironneen fotonin energia, saadaan

$$\text{yhtälö } \frac{E}{c} = m_e v_e - \frac{E - \frac{1}{2} m_e v_e^2}{c}.$$

Yhtälö sievenee muotoon

$$\begin{aligned} \frac{1}{2c} m_e v_e^2 + m_e v_e - \frac{2E}{c} &= 0 \\ m_e v_e^2 + 2c m_e v_e - 4E &= 0. \end{aligned}$$

Ratkaistaan elektronin nopeus toisen asteen yhtälön ratkaisukaavan avulla:

$$\begin{aligned} v_e &= \frac{-2c m_e \pm \sqrt{(2c m_e)^2 - 4 m_e \cdot (-4E)}}{2 m_e} \\ &= \frac{-2c m_e \pm \sqrt{4c^2 m_e^2 + 16 m_e E}}{2 m_e} \\ &= -c \pm \sqrt{c^2 + \frac{4E}{m_e}} \\ &= -2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s} \pm \sqrt{(2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2 + \frac{4 \cdot 25000 \cdot 1,60218 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{9,10938 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}}. \end{aligned}$$

Elektronin nopeudeksi saadaan (hyväksytään vain yhtälön positiivinen juuri)

$$v_e \approx 2,80242 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Elektronin liike-energia on

$$\begin{aligned} E_e &= \frac{1}{2} m_e v_e^2 = \frac{1}{2} \cdot 9,10938 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot (2,80242 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 \approx 3,57705 \cdot 10^{-16} \text{ J} \\ &= \frac{3,57705 \cdot 10^{-16}}{1,60218 \cdot 10^{-19}} \text{ eV} = 2232,61 \text{ eV} \approx 2,23 \text{ keV}. \end{aligned}$$

Fotonin energia on $E_s = E - E_e = 25,0 \text{ keV} - 2,23261 \text{ keV} \approx 22,8 \text{ keV}$.

2-14. Neutriinot poikkeavat monessa suhteessa muista perushiukkasista eli kvarkeista ja elektronin kaltaisista varatuista leptoneista. Ne eivät tunne sähkömagneettista vuorovaikutusta, koska niillä ei ole sähkövarausta, eivätkä vahvaa ydinvoimaa, koska niillä ei ole värivarausta. Neutriinot ovat myös huomattavasti kevyempiä kuin muut perushiukkaset. Ne ovat vuorovaikutuksessa muiden hiukkasten kanssa ainoastaan heikon ydinvoiman välityksellä. Neutriinoja tutkimalla saadaan siis tietoa heikon voiman luonteesta. Tutkiminen on vaativaa, sillä heikon vuorovaikutuksen takia neutriinoiden reagoimistodennäköisyys mittalaitteiden kanssa on hyvin pieni.

Neutriinoja syntyy luonnossa ennen muuta ytimien beetahajoamisissa. Kun protoni muuttuu ytimessä heikon vuorovaikutuksen seurauksena neutroniksi, ytimestä poistuu positroni ja elektronin neutriino. Kun neutroni muuttuu protoniksi, ydin emittoi elektronin ja elektronin antineutriinon. Auringon energiatuotanto perustuu sen ydinosassa tapahtuviin ydinreaktioihin, joissa vety fuusioituu heliumiksi. Neljästä vety-ytimestä ^1H syntyy yksi heliumydin ^4He , kaksi positronia, kaksi elektronin neutriinoa ja 26,7 MeV energiaa sähkömagneettisena säteilynä. Maahan aurinkoneutriinoja tulee sekunnissa noin 10^{15} neliometriä kohti. Niitä tulee päivällä ja yöllä yhtä paljon, sillä Maa ei juuri häiritse neutriinoiden kulkua.

Ympärillämme on kaiken aikaa myös varhaisessa maailmankaikkeudessa 13,7 miljardia vuotta sitten syntyneitä kosmisia neutriinoja. Niitä on noin 400 yhtä kuutiosenttimetriä kohti.

Aurinkoneutriinoja on mitattu 1960-luvulta lähtien. Ensimmäiset mittaukset tehtiin Homestaken kaivoksessa Yhdysvalloissa suurella, klooriyhdistettä (puhdistusainetta) täynnä olleella tankilla. Neutriinojen havaitseminen perustui reaktioon $\nu_e + {}^{37}\text{Cl} \rightarrow {}^{37}\text{Ar} + e^-$. Argon on jalokaasu, joten se ei reagoi muun aineen kanssa, minkä ansiosta argon-atomit voitiin siivilöidä pois. Laskemalla argon-atomien lukumäärä saatiin selville neutriinoreaktioiden määrä ja siitä voitiin edelleen päätellä Auringosta tulleiden elektronin neutriinojen kokonaismäärä. Oli suuri yllätys, että mittauksen mukaan neutriinoja näytti tulevan Auringosta vain noin kolmannes ennustetusta määrästä.

Japanilaisessa SuperKamiokande-kokeessa käytetään ilmaisinaineena puhdasta vettä. Neutriino irrottaa vesimolekyyleistä elektroneja, jotka voidaan havaita niiden vedessä synnyttämän valon, ns. Cerenkovin säteilyn, ansiosta. Koe on vahvistanut Homestaken aiemman tuloksen. SuperKamiokande-kokeessa mitataan myös niitä neutriinoja, joita kosmiset säteet synnyttävät ilmakehän yläosissa. Nämä mittaukset ovat todistaneet ilmiön, jota kutsutaan neutriino-oskillaatioksi. Neutriinot vaihtavat lentäessään säännönmukaisesti luonnettaan eli oskilloivat: Auringossa syntynyt elektronin neutriino voi ilmaisimeen tullessaan käyttäytyä joskus kuin myonin neutriino ν_μ tai taun neutriino ν_τ . Tämä ilmiö selittää aurinkoneutriinojen vajauksen: Auringossa syntyy kyllä oikea määrä neutriinoja, mutta vain osa niistä on ilmaisimeen tullessaan elektronin neutriinoja, muut ovat toisia neutriinolajeja. Tämä asia varmistui lopullisesti Kanadan Sudburyssä tehdyssä mittauksessa, jossa ilmaisinaineena käytettiin veden sijasta raskasta vettä D_2O ja jossa pystyttiin määrittämään myös myonin ja taun neutriinojen yhteismäärä.

Neutriinojen oskillaatio on mahdollinen vain, jos neutriinoilla on massa. Parhaillaan on käynnissä ja suunnitteilla useita neutriinojen oskillaatioita

mittaavia kokeita, joissa hiukkaskiihdyttimellä tuotettuja neutriinoja ammutaan maan läpi satojen ja tuhansien kilometrien päässä oleviin ilmaisiin. Myös ydinreaktoreissa syntyviä neutriinoja on käytetty tutkimuksissa hyväksi. Näillä kokeilla halutaan selvittää tarkemmin neutriinon massan syntytapaa. Avoin kysymys on myös se, onko neutriinoilla antihiuksaset, kuten muilla hiukkasilla on, vai onko neutriino ja antineutriino itse asiassa sama hiukkanen. Jos antineutriinoja ei ole olemassa, joissakin ytimissä voi tapahtua ns. neutriinon kaksoisbeetahajoaminen.

Se on kuin kaksi samanaikaista beetahajoamista mutta niin, ettei ytimestä poistu neutriinoja. Näitä hajoamisia on etsitty jo pitkään mutta toistaiseksi ilman tulosta.

TEHTÄVIEN RATKAISUT

- 3-1.** a) Klassisessa fysiikassa hiukkaset ovat "yksilöitä", niillä on oma paikka. Hiukkasilla on myös massa, usein varaus, liikemäärä ja energia. Aalloilla on muoto, aallonpituus ja taajuus ja ne liittyvät aina johonkin avaruuden täyttävään kenttään. Aallot ja hiukkaset ovat kaksi mallia, joilla havainnollistetaan luonnossa havaittuja ilmiöitä.
- b) i) Ajatteleamalla valo koostuvaksi hiukkasista (fotoneista) voidaan ymmärtää esimerkiksi valosähköinen ilmiö ja Comptonin sironta. Sen sijaan valon interferenssiä, diffraktiota ja polarisaatiota ei voi selittää ilman aaltomallia.
- ii) Elektronit ovat hiukkasia, mutta niillä on myös aalto-ominaisuus. Esimerkiksi elektronisuihkun kulkiessa ohuen metallikalvon läpi takana olevalle varjostimelle syntyy interferenssikuvio.
- 3-2.** a) Valon duaalinen malli tarkoittaa, että valoon liittyviä ilmiöitä voidaan mallintaa joko aalloilla tai hiukkasilla. Valon heijastuminen ja taittuminen voidaan selittää molempien mallien avulla, eikä näiden välillä synny ristiriitaa. Molemmat mallit ovat kuitenkin tärkeitä, sillä esimerkiksi Comptonin ilmiön ja valosähköisen ilmiön selittämiseksi tarvitaan hiukkasmallia. Toisaalta esimerkiksi valon polarisaation selittäminen vaatii aaltomallin käyttöä.
- b) Elektronien diffraktoituminen kaksoisrakokokeessa osoittaa elektronien aaltoluonteen.
- 3-3.** Duaalisen mallin mukaan hiukkassäteilyn aalto-ominaisuudet tulevat näkyviin vasta, kun hiukkasilmaisimeen tai fluoresoivalle levyllä osuu riittävän monta säteilyn hiukkasta. Yksittäisen fotonin tai elektronin osumapaikkaa levyllä ei voi tarkasti ennustaa. Aaltomallin aaltoliikkeessä ei voida kuvata hiukkassäteilyn interferenssiä.

- 3-4.** Elektroni kuvataan hiukkasmallissa hiukkasena: elektronilla on mm. massa, energia, varaus ja liikemäärä. Elektronit liikkuvat pitkin omia ratojaan, jotka voidaan havaita. Myös törmäykset ovat mahdollisia elektroneille.

Elektronit voidaan duaalisen mallin mukaan havaita ainoastaan tietyllä hetkellä ja paikassa, jossa suuri määrä elektroneja osuu kohteeseen, esimerkiksi fluoresoivaan levyyn.

- 3-5.** Koska protonin massa on suurempi kuin elektronin, sen liikemääräkin

($p = mv$) on suurempi, kun nopeudet ovat yhtä suuret: $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$.

Siksi protonin de Broglien aallonpituus on pienempi kuin elektronin.

- 3-6.** Kun liike-energia $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ kasvaa, myös nopeus kasvaa ja edelleen liikemäärä $p = mv$ kasvaa. De Broglien aallonpituus on $\lambda = \frac{h}{p}$, joten de Broglien aallonpituus pienenee liike-energian (ja liikemäärän) kasvaessa.

- 3-7.** Kaikki väitteet pitävät paikkansa.

- 3-8.** Protonin de Broglien aallonpituus on

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{1,67262 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 1,0 \cdot 10^6 \text{ m/s}} \approx 4,0 \cdot 10^{-13} \text{ m} = 0,40 \text{ pm}.$$

- 3-9.** a) Elektronin liike-energia on $E_k = \frac{1}{2}mv^2$, josta saadaan elektronin nopeudelle yhtälö $v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}}$.

Elektronin de Broglien aallonpituus on

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{h}{m\sqrt{\frac{2E_k}{m}}} = \frac{6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{9,10938 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 150 \cdot 1,60218 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{9,10938 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}}} \approx 1,0 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 0,10 \text{ nm}.$$

b) Fotonin energian yhtälöstä $E = hf = \frac{hc}{\lambda}$ saadaan fotonin aallonpituudeksi

$$\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{150 \text{ eV}} \approx 8,3 \text{ nm}.$$

3-10. a) Luodin de Broglien aallonpituus on

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{19 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 990 \text{ m/s}} \approx 3,5 \cdot 10^{-35} \text{ m}.$$

b) Oletetaan, että massa on 51 kg. Tällöin de Broglien aallonpituus on

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{51 \text{ kg} \cdot 6,5 \text{ m/s}} \approx 2,0 \cdot 10^{-36} \text{ m}.$$

3-11. Irronneen elektronin liike-energia on $E_k = \frac{1}{2}mv^2$. Jotta elektroni pysähtyisi, on sähköisen voiman tekemän työn oltava $W = qU$, jossa q on elektronin varauksen itseisarvo. Yhtälöstä $\frac{1}{2}mv^2 = qU$ saadaan elektronin (suurimmalle) nopeudelle yhtälö $v = \sqrt{\frac{2qU}{m}}$.

Elektronin de Broglien aallon aallonpituus on pienimmillään

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{m\sqrt{\frac{2qU}{m}}} = \frac{6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{9,10938 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 1,60218 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 0,31 \text{ V}}{9,10938 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}}} \approx 2,2 \text{ nm}.$$

Jos elektronin nopeus on pienempi kuin maksiminopeus, sen de Broglien aallon aallonpituus on suurempi kuin 2,2 nm. Katodilta irtoavien elektronien de Broglien aallon aallonpituus on siis vähintään 2,2 nm.

- 3-12.** a) Sekä hiukkasella että sähkömagneettisella aallolla on aalto- ja hiukkasominaisuus. Hiukkasen ja sähkömagneettisen säteilyn liikemäärä on $p = \frac{h}{\lambda}$, jossa λ on hiukkasen tai fotonin aallonpituus ja h Planckin vakio.

b) Kuhunkin alla olevaan neljään otsikkoon liittyvä esimerkki pitää mainita.

Esimerkkejä sähkömagneettisen säteilyn aaltoluonteesta:

1. Valon taipuminen kapeassa raossa.
2. Valon interferenssi sen kulkiessa hilan läpi, jolloin läpimenneistä aalloista syntyy diffraktiokuvio.

Esimerkkejä sähkömagneettisen säteilyn hiukkasluonteesta:

1. Valosähköisessä ilmiössä sähkömagneettisen säteilyn fotonit irrottaa metallista elektroneja.
2. Comptonin ilmiössä sähkömagneettinen säteily siroaa aineen vapaasta tai heikosti atomiin sidotusta elektronista siten, että säteilyn aallonpituus kasvaa. Ilmiötä voidaan tarkastella fotonin ja vapaan elektronin kimmoisana törmäyksenä, jossa energia ja liikemäärä säilyvät.

3. Kun fotonisuihku osuu fluoresoivalle pinnalle, siihen syntyy valaiseva jälki.

4. Hiukkasen ja antihiukkasen annihilaatiossa syntyy kaksi fotonia, jotka useimmiten lähtevät vastakkaisiin suuntiin. Syntyvillä fotoneilla on liikemäärä. Kahden fotonin synty on liikemäärän säilymislain mukainen ilmiö.

5. Sähkömagneettinen säteily aiheuttaa pintaan osuessaan pintaan kohdistuvan paineen.

Esimerkkejä hiukkasen aaltoluonteesta:

1. Kun elektronisuihku kohtaa kaksoisraon, läpimenneet elektronit interferoivat ja muodostavat diffraktiokuvion.

2. Kun elektronit siroavat kiteestä, sironneet elektronit interferoivat, jolloin syntyy interferenssikuvio.

Esimerkkejä hiukkasen hiukkasluonteesta:

1. Newtonin mekaniikkaa voidaan käyttää mallina hiukkasten välisiä törmäyksiä tarkasteltaessa.

2. Elektronisuihku etenee sähkö- ja magneettikentässä kuten varatut hiukkaset.

TEHTÄVIEN RATKAISUT

4-1. a) Väite on oikein.

b) Väite on oikein.

c) Väite on oikein.

d) Väite on oikein.

e) Väite on väärin. Elektronimikroskoopin erotuskyky on merkittävästi parempi kuin optisen mikroskoopin erotuskyky

f) Väite on oikein.

g) Väite on väärin. Pyyhkäisyelektronimikroskooppi muodostaa kuvan kohteen pintarakenteesta elektronien ja kohteen pintakerroksen atomien välisten vuorovaikutuksien perusteella.

h) Väite on oikein.

i) Väite on oikein.

4-2. a) Solun rakenne saadaan näkyviin, jos solun osat absorboivat valoa eri tavoin. Värjäyksen avulla erot saadaan paremmin näkyviin. Väriaineina käytetään usein orgaanisia yhdisteitä.

b) Optisen mikroskoopin erotuskyky riippuu käytetyn säteilyn aallonpituudesta. Jos käytetyn valon aallonpituus on suuruusluokkaa 10^{-7} m, optisella mikroskoopilla ei voida erottaa tätä pienempiä yksityiskohtia. Elektronimikroskoopissa kiihdytysjännite vaikuttaa elektronien nopeuteen ja siten elektronisuihkun de Broglien aallonpituuteen.

Suurilla jännitteillä voidaan elektronin aallonpituudeksi saada $10^{-11} - 10^{-13} \text{ m}$, tällaisella mikroskoopilla erotuskyky on huomattavasti parempi kuin optisilla mikroskoopeilla.

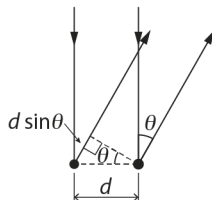
- 4-3.** Tavallisen elektronimikroskoopin erotuskyky on nanometrin suuruusluokkaa, joka mahdollistaa aineen pienten yksityiskohtien tarkastelun. Mitä suurempi elektronien (hiukkassuihkun) kiihdytysjännite on, sitä pienempi on elektronien de Broglien aallonpituus: $U = qU = eU = hc/\lambda$. Elektronien de Broglien aallonpituus saadaan helposti pienemmäksi kuin atomien välimatka.

- 4-4.** Matalaenergiaisten elektronien liike-energia on $E_k = \frac{1}{2}mv^2$, josta saadaan elektronien nopeudeksi

$$v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 7,7 \cdot 10^{-18} \text{ J}}{9,10938 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} \approx 4,11165 \cdot 10^6 \text{ m/s}.$$

Koska elektronit siroavat metallihilassa, ne käyttäytyvät kuten aallot.

Koska elektronisuihku osuu diffraktiokokeessa kohtisuorasti tutkittavan metallikiteen pintaan, vierekkäisistä pinta-atomeista sironneiden elektronisuihkujen matkaero on $d \sin \theta$. Elektronisuihkut vahvistavat toisiaan, kun $d \sin \theta = k\lambda$.



Elektronien de Broglien aaltojen aallonpituus on $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$. Yhtälö

$d \sin \theta = k\lambda$ saadaan muotoon $d \sin \theta = k \frac{h}{mv}$, josta saadaan

$$\sin \theta = \frac{kh}{dmv} = \frac{1 \cdot 6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{0,66 \cdot 10^{-9} \text{ m} \cdot 9,10938 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 4,11165 \cdot 10^6 \text{ m/s}} \\ = 0,268045.$$

Kysytty kulma on $\theta = 16^\circ$.

- 4-5.** Elektronin liike-energia on $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ ja sähköisen voiman tekemä työ $W = qU$, jossa q on elektronin varauksen itseisarvo ja U kiihdytysjännite. Yhtälöstä $\frac{1}{2}mv^2 = qU$ saadaan jännitteelle yhtälö $U = \frac{mv^2}{2q}$.

Elektronin liikemäärä on $p = mv$, toisaalta myös $p = \frac{h}{\lambda}$. Yhtälöstä

$mv = \frac{h}{\lambda}$ saadaan elektronin nopeus

$$v = \frac{h}{m\lambda} = \frac{6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{9,10938 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 0,15 \cdot 10^{-9} \text{ m}} \approx 4,84927 \cdot 10^6 \text{ m/s}.$$

Sijoitetaan nopeus yhtälöön $U = \frac{mv^2}{2q}$, jolloin kiihdytysjännitteeksi

saadaan

$$U = \frac{mv^2}{2q} = \frac{9,10938 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot (4,84927 \cdot 10^6 \text{ m/s})^2}{2 \cdot 1,60218 \cdot 10^{-19} \text{ C}} \approx 67 \text{ V}.$$

Jännitteen oltava vähintään 67 V.

- 4-6.** Elektronien liike-energia on $E_k = \frac{1}{2}mv^2$. Sähköisen voiman tekemä työ on $W = qU$, jossa q on elektronin varauksen itseisarvo ja U kiihdytysjännite. Yhtälöstä $\frac{1}{2}mv^2 = qU$ saadaan elektronin nopeudelle yhtälö $v = \sqrt{\frac{2qU}{m}}$. Kun sijoitetaan nopeus $v = \sqrt{\frac{2qU}{m}}$ aallonpituuden yhtälöön $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$, saadaan yhtälö $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mqU}}$. Kun tämä yhtälö korotetaan puolittain toiseen potenssiin, saadaan $U = \frac{h^2}{2mq\lambda^2}$. Tarvittava kiihdytysjännite on

$$U = \frac{h^2}{2mq\lambda^2} = \frac{(6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js})^2}{2 \cdot 9,10938 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 1,60218 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot (110 \cdot 10^{-12} \text{ m})^2} \approx 120 \text{ V}.$$

- 4-7.** a) 1 elektronilähde (elektronitykki)
 2 elektronisuihku (elektronien kiihdytys)
 3 anodi
 4 magneettinen linssi
 5 poikkeutuskela (skannauskela)
 6 näyte

b) Pyyhkäisyelektronimikroskoopissa kuvanmuodostuksessa käytettävä elektronisuihku pyyhkäisee näytteen pintaa piste pisteeltä. Kun elektronisuihku osuu näytteeseen, osa elektroneista siroaa, osa absorboituu näytteeseen ja osa menee läpi, jos näyte on hyvin ohut. Mikroskooppi muodostaa kuvan kohteen pintarakenteesta elektronien ja kohteen pintakerroksen atomien välisten vuorovaikutuksien perusteella.

c) Lämpäisyelektronimikroskoopissa kuva muodostetaan elektronien avulla. Lämpäisyelektronimikroskoopin päässä on elektronitykki, jossa katodilta irtoaa elektroneja, kun sitä kuumennetaan. Sähkökentän avulla katodilta irronneet elektronit kiihdytetään liikkeeseen. Elektronit ohjataan magneettilinssien avulla ohueksi suihkuksi, joka kohdennetaan näytteeseen. Elektronisuihkun kohdatessa näytteen tapahtuu elektronidiffraktio, joka riippuu elektronisuihkun ja näytteen atomirakenteen välisestä kulmasta – tietyillä kulmilla elektronisuihku taittuu voimakkaasti tulosuunnastaan, kun taas tietyillä kulmilla se menee suoraan näytteen läpi. Näytteen taakse asetettujen apertuurien (aukkojen, joiden läpi elektronit kulkevat) avulla voidaan estää tulosuunnastaan poikenneiden elektronien pääsy filmille ja päästää vain suoraan tulleet elektronit läpi. Tämä aiheuttaa vaihtelun läpi tulleen elektronisuihkun intensiteettiin. Näiden intensiteettierojen avulla muodostuu filmille lopullinen kuva näytteestä.

Lämpäisyelektronimikroskoopilla voidaan saavuttaa jopa miljoonakertainen suurennos. Normaalin optisen mikroskoopin tarkkuudelle asettaa rajat näkyvän valon aallonpituus, joka on n. 400–700 nm. Monet kiinnostavat kohteet ovat kuitenkin tätä pienempiä. Elektronimikroskoopilla päästään suurempaan tarkkuuteen, koska elektronien De Broglien aallonpituus on huomattavasti pienempi, kuin näkyvän valon aallonpituus.

Alla olevassa osoitteessa on virtuaalinen elektronimikroskooppi:

<http://www.ammrf.org.au/myscope/sem/practice/virtualesem/bone.php>

TESTAA, OSAATKO

1. b 2. b 3. a, c 4. a, c 5. b, c 6. a, b 7. a, c 8. a, b, c

TEHTÄVIEN RATKAISUT

5-1. a, b ja e.

5-2. Demokritos (460-370 eaa.) ja Leukippos (400-luku eaa.) olivat kreikkalaisia filosofi, jotka esittivät ensimmäisen atomeihin perustuvan teorian aineesta. Heidän mukaansa aine koostuu katoamattomista ja pienempiin osiin jakamattomista hiukkasista, joita he kutsuivat nimellä atomos, ”jakamaton”. Atomeja on erilaisia, ja niiden yhdistelmistä syntyvät eri aineet. Atomien välissä ajateltiin olevan tyhjää.

5-3. Bohrin atomimallin oletukset ovat:

*Elektroni kiertää pientä positiivisesti varautunutta ydintä pitkin ympyrärataa.

*Elektronin pysyy radallaan Coulombin lain mukaisen ytimen ja elektronin välisen sähköisen vetovoiman johdosta.

*Elektronin liikeyhtälö on $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}_n$ eli $k \frac{e^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$.

*Elektronilla on atomissa tietyt sallitut radat, joita pitkin se voi liikkua. Pääkvanttiluku n ilmoittaa, mikä rata ytimeä lähtien on kysymyksessä. Kun elektroni liikkuu sallitulla radalla n , atomin sanotaan olevan sallitussa tilassa n . Atomilla on silloin tietty energia E_n eikä atomi säteile sähkömagneettista säteilyä. Kun atomi siirtyy sallitusta tilasta toiseen eli elektroni siirtyy radalta toiselle, atomi emittoi tai absorboi energiakvantin. Kvantin energia on eri tiloja vastaavien energioiden erotus eli $E = hf = E_m - E_n$, jossa h on Planckin vakio ja f säteilyn taajuus.

5-4. Elektronin ja ytimen sähkömagneettiseen vuorovaikutukseen liittyvän potentiaalienergian sovitaan olevan nolla silloin, kun elektroni ja ydin

ovat äärettömän kaukana toisistaan. Tämä on luontevaa, koska silloin sähköinen voima niiden välillä on nolla ($F \sim 1/r^2$). Kun elektronia siirretään ytimen sähkökentässä etäämmäksi ytimestä, tehdään työtä, jolloin atomin energia kasvaa. Kun elektroni on siirretty äärettömän kauaksi ytimestä, potentiaalienergia on nolla, joten potentiaalienergian on pitänyt olla sitä ennen negatiivinen. Potentiaalienergian negatiivisuus siis riippuu potentiaalienergian nollakohdan valinnasta, ei siihen liity mitään sen kummempaa.

Vetyatomin energia on negatiivisen potentiaalienergian ja positiivisen elektronin liike-energian summa. Vain siinä tapauksessa, että atomin energia on negatiivinen, elektroni on sitoutunut liikkumaan ytimen ympärillä.

- 5-5.** a) Koska atomi siirtyy alemmalta energiatilalta ylemmälle, siirtymissä atomi absorboi energiaa.
- b) Yhtälöstä $E = hf = hc/\lambda$ päätellään, että aallonpituus $\lambda = hc/E$ on sitä suurempi, mitä pienempää energiaa siirtymä vastaa eli siirtymään $1 \rightarrow 2$ liittyy pitempi aallonpituus kuin siirtymään $1 \rightarrow 3$.
- 5-6.** a) Kvantin energian yhtälöstä $E = hf$ saadaan cesiumatomin emittoiman säteilyn taajuudeksi

$$f = \frac{\Delta E}{h} = \frac{41,4 \mu\text{eV}}{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs}} = 1,00105 \cdot 10^{10} \text{ Hz} \approx 1,00 \cdot 10^{10} \text{ Hz}.$$

b) Aallonpituus on $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1,00105 \cdot 10^{10} \text{ Hz}} \approx 2,99 \text{ cm}.$

- 5-7.** Viritystilojen energiaero on yhtä suuri kuin viritystilan purkautuessa syntyvän kvantin energia eli $\Delta E = hf$, joten syntyvän säteilyn taajuus on

$$f = \frac{\Delta E}{h} = \frac{-1,5 \text{ eV} - (-13,6 \text{ eV})}{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs}} \approx 2,9 \cdot 10^{15} \text{ Hz} = 2,9 \text{ PHz}.$$

- 5-8. a)** Energiatilojen energiaero on

$$\Delta E = hf = h \frac{c}{\lambda} = 4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot \frac{2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{0,211 \text{ m}} \approx 5,88 \cdot 10^{-6} \text{ eV}.$$

- b)** Taajuus on $f = \frac{c}{\lambda} = \frac{2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{0,211 \text{ m}} \approx 1,42 \text{ GHz}$. Säteily kuuluu radioaaltojen taajuusalueelle.

- 5-9.** Energiatilan muutos 1 on yhtä suuri kuin muutokset 2 ja 3 yhteensä:

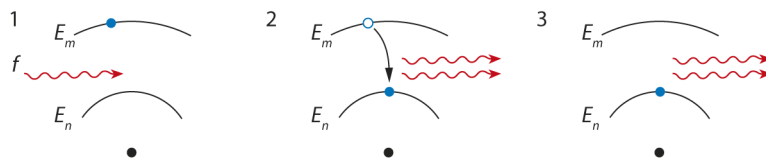
$$\Delta E_1 = \Delta E_2 + \Delta E_3 \text{ eli } hf_1 = hf_2 + hf_3, \text{ josta saadaan } hf_3 = hf_1 - hf_2. \text{ Koska}$$

$$\text{taajuus on } f = \frac{c}{\lambda}, \text{ saadaan yhtälö } \frac{1}{\lambda_3} = \frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}, \text{ josta seuraa}$$

$$\lambda_3 = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} = \frac{25,6 \text{ nm} \cdot 30,4 \text{ nm}}{30,4 \text{ nm} - 25,6 \text{ nm}} \approx 162 \text{ nm}$$

joten siirtymää 3 vastaava aallonpituus on $\lambda_3 \approx 162 \text{ nm}$.

- 5-10. a)** Oletetaan, että sopivan aineen atomi on virittynyt viritystilaan E_m (kuva 1). Atomien virittäminen voidaan toteuttaa esimerkiksi sähköpurkauksen avulla.



Atomiin osuu fotoni, jonka taajuus on $f = \frac{E_m - E_n}{h}$. Fotoni vaikuttaa atomiin niin, että elektroni siirtyy energiatilalle E_n (2) ja atomin viritystila purkautuu: atomi säteilee fotonin, jolla on sama taajuus kuin atomiin osuneella fotonilla (2). Tätä ilmiötä kutsutaan stimuloituksi emissioksi. Siinä virittynyt atomi stimuloidaan oikean energian omaavan fotonin avulla luovuttamaan säteilykvantti. Se on yksi säteilyn ja atomin välisen vuorovaikutuksen muoto. Lopputuloksena on kaksi fotonia, joilla on täsmälleen sama taajuus (2 ja 3). Nämä fotonit saavat edelleen uusia virittyneitä atomeja purkautumaan, jolloin syntyy suuri joukko saman taajuisia fotoneja. Kyseessä on ikään kuin ketjureaktio. Syntyy valoa, jota kutsutaan laservaloksi.

b) Tehtävän kuvassa olevien siirtymien energiaerot ovat

a: $\Delta E = 0,37 \text{ eV}$, b: $\Delta E = 1,97 \text{ eV}$, c: $\Delta E = 1,1 \text{ eV}$

Lasketaan siirtymiä vastaavat aallonpituudet:

$$\lambda_a = \frac{hc}{\Delta E} = \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{0,37 \text{ eV}} \approx 3400 \text{ nm}, \text{ ei näkyvän}$$

valon alueella

$$\lambda_b = \frac{hc}{\Delta E} = \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1,92 \text{ eV}} \approx 650 \text{ nm}, \text{ punainen}$$

$$\lambda_c = \frac{hc}{\Delta E} = \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1,1 \text{ eV}} \approx 1100 \text{ nm}, \text{ ei näkyvän}$$

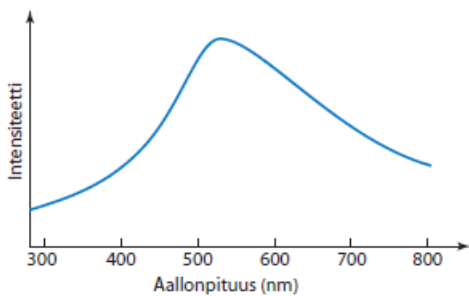
valon alueella

Siirtymässä b syntyvä valo on punaista.

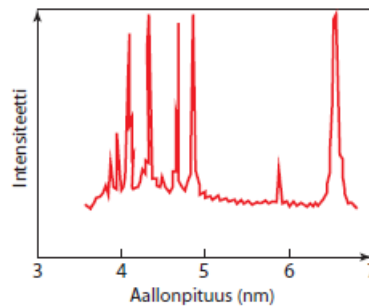
TEHTÄVIEN RATKAISUT

- 6-1.** a) Valon spektrillä tarkoitetaan kuvaajaa, jossa valon intensiteetti on esitetty aallonpituuden tai taajuuden funktiona.

Jatkuva spektri



Viivaspektri



- b) Näkyvän valon alueella toimivien spektrometrien toiminnan fyysikaalinen perusta on valon hajottaminen väreihin prisman tai hilan avulla. Prismassa valon hajottaminen perustuu taittumisilmiöön. Aineiden taitekertoimet valolle riippuvat valon aallonpituudesta.

Hilassa monokromaattisen valon hajottaminen perustuu taipumisilmiöön, jossa valoaallot interferoivat ja hajaantuvat varjostimella erillisiksi valopisteiksi hilayhtälön $d \sin \alpha = k \lambda$ mukaisesti. Jos valon aallonpituusalue on jatkuva, varjostimella nähdään sitä vastaavat eri kertalukujen spektrit.

- 6-2.** Fraunhoferin viivat ovat sarja spektriviivoja, jotka on nimetty saksalaisen fyysikon Joseph von Fraunhoferin (1787 – 1826) mukaan. Vuonna 1814 Fraunhofer löysi Auringon spektristä tummia viivoja. Hän aloitti viivojen systemaattisen tutkimuksen sekä aallonpituuden mittauksen. Fraunhofer

kartoitti yli 570 viivaa, ja nimesi vahvimmat viivat kirjaimilla A:sta K:hon. Nykyisin Auringon spektristä havaitaan useita tuhansia viivoja. Viivat syntyvät Auringon yläosien absorboidessa lävitseen kulkevasta säteilystä osan aallonpituuksista.

- 6-3.** Jatkuva spektri. Kuumen kappaleen spektri on jatkuva, koska aineosasten lämpövärtähtelyt synnyttävät kaiken taajuista säteilyä. Jatkuva spektri saadaan näkyviin hajaannuttamalla säteily esimerkiksi prismalla.

Emissiospektri. Kaasussa osa atomeista on viritystiloilla, ja kun nämä viritystilat purkautuvat alemmille energiatiloille, kaasu lähettää sähkömagneettista säteilyä aallonpituuksilla, jotka vastaavat niiden energiatilojen energiaeroa, joiden välillä siirtymä tapahtuu. Spektriviivat eli emissiospektri saadaan esille hajaannuttamalla kaasun lähettämä säteily esimerkiksi prismalla.

Absorptiospektri. Kun kuumen kappaleen lähettää sähkömagneettinen säteily kulkee kaasun läpi, se virittää kaasun atomeja eri viritystiloille. Alkuperäisestä säteilystä poistuu silloin näitä siirtymiä vastaavien aallonpituuksien säteilyä, mikä ilmenee absorptiospektrinä eli tummina viivoina alkuperäisen säteilylähteen esimerkiksi prismalla avulla tuotetussa jatkuvassa spektrissä. Koska normaalitilaisessa kaasussa (ei korkeaan lämpötilaan kuumennettu) valtaosa atomeista on perustilalla, absorptiospektrissä näkyy selvimmin ne viivat, jotka vastaavat siirtymiä perustilalta viritystiloille.

- 6-4.** Absorptiospektrin viivat vastaavat perustilan ja viritystilojen välisiä siirtymiä. Emissiospektrissä on näiden lisäksi myös viritystilojen välinen siirtymä. Sen aallonpituus on $747 \text{ nm} - 400 \text{ nm} = 347 \text{ nm}$. Emissiospektrissä esiintyvät siis aallonpituudet 747 nm, 400 nm ja 347 nm.

- 6-5.** a) Fluoresenssi-ilmiössä virittyneet atomit tai molekyylit palaavat viritystilalta perustilaan yhden tai useamman välitilan kautta välittömästi virittymisen tapahduttua ja lähettävät näkyvää valoa.

Fluoresenssi päättyy siis samalla hetkellä kuin siihen kohdistuva, virityksen aiheuttava säteily päättyy.

Joissakin aineissa viritystila on pitkäikäinen, ja nämä aineet säteilevät vielä virittävän säteilyn loputtuakin. Tätä ilmiötä kutsutaan fosforesenssiksi (viivästyneeksi fluoresenssiksi).

b) Kellon viisareissa ja hätäpoistumiskylteissä on fosforoivaa ainetta, jonka atomit virittyvät valon vaikutuksesta ja viritystilat purkautuvat pitkän aikaa valon jo sammuttua.

c) Seteleissä on usein niiden aitouden tarkistamiseen tarkoitettuja fluoresensseja elementtejä (painoväri, paperiin lisätyt kuidut), jotka näkyvät vain ultraviolettisessa valossa.

- 6-6.** a) Säteily pystyy ionisoimaan atomin, mikäli säteilyn energia on suurempi tai yhtä suuri kuin atomin ionisoitumisenergia. Kvantin energian yhtälöstä $E = hf = \frac{hc}{\lambda}$ saadaan ehto: $\frac{hc}{\lambda} \geq 24,6 \text{ eV}$.

Säteilyn aallonpituudeksi saadaan

$$\lambda \leq \frac{hc}{E} = \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{24,6 \text{ eV}} \approx 50,4 \text{ nm}.$$

Koska säteilyn energia on kääntäen verrannollinen sen aallonpituuteen, pystyy säteily, jonka aallonpituus on $\lambda \leq 50,4 \text{ nm}$, ionisoimaan heliumatomin.

b) Liike-energian yhtälöstä $E = \frac{1}{2}mv^2$ saadaan elektronin nopeudeksi

$$v = \sqrt{\frac{2E}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 24,6 \cdot 0,160218 \text{ aJ}}{9,10938 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} \approx 2,9 \cdot 10^6 \text{ m/s} = 2,9 \text{ Mm/s}.$$

Kun elektronin nopeus on $v \geq 2,9 \text{ Mm/s}$, elektronin liike-energia on suurempi kuin heliumin ionisaatioenergia, joten silloin törmäävä elektroni pystyy ionisoimaan heliumatomin.

6-7. a) Koska kummankin aineen a ja b emissiospektreissä esiintyy samoissa kohden spektriviivoja kuin tutkitussa näytteessä, aineissa a ja b on samoja alkuaineita kuin tutkitussa näytteessä. Ylemmässä näytteessä on muutakin ainetta tai aineita, koska toinen punaisista viivoista ja vihreä viiva eivät esiinny tutkitussa näytteessä.

b) Heliumin spektrissä on viiva 706,52 nm, 667,81 nm, 587,56 nm, 501,57 nm, 492,20 nm, 471,31 nm ja 447,15 nm, jotka kaikki näkyvät spektrissä. Lisäksi spektrissä näkyvät vedyn viivat 434,05 nm ja 410,17 nm. Näytteessä on siis vetyä ja heliumia.

6-8. Siirtymät päättyvät energiatasolle $n = 1$, joten aallonpituudet saadaan

$$\text{yhtälöstä } \frac{1}{\lambda} = R_{\text{H}} \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{m^2} \right) \text{ eli } \lambda = \frac{1}{R_{\text{H}} \left(1 - \frac{1}{m^2} \right)}.$$

Aallonpituus on suurin, kun nimittäjä on pienin. Suurin aallonpituus vastaa tapausta $m = 2$ eli siirtymää $2 \rightarrow 1$, toiseksi suurin tapausta $m = 3$ eli siirtymää $3 \rightarrow 1$ ja kolmanneksi suurin tapausta $m = 4$ eli siirtymää $4 \rightarrow 1$.

Aallonpituuksiksi saadaan

$$\frac{1}{\lambda_{3 \rightarrow 2}} = R_H \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) = 1,09737 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{m}} \cdot \left(1 - \frac{1}{4} \right), \lambda_{3 \rightarrow 2} \approx 122 \text{ nm}$$

$$\frac{1}{\lambda_{4 \rightarrow 2}} = R_H \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2} \right) = 1,09737 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{m}} \cdot \left(1 - \frac{1}{9} \right), \lambda_{4 \rightarrow 2} \approx 103 \text{ nm},$$

$$\frac{1}{\lambda_{5 \rightarrow 2}} = R_H \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{4^2} \right) = 1,09737 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{m}} \cdot \left(1 - \frac{1}{16} \right), \lambda_{5 \rightarrow 2} \approx 97,2 \text{ nm}.$$

Aallonpituudet ovat sähkömagneettisen säteilyn spektrin ultraviolettialueella.

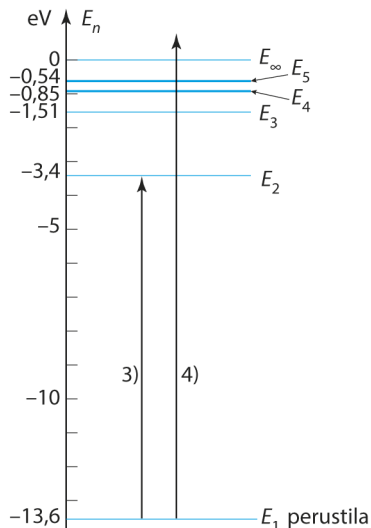
6-9. a) Lasketaan vetyatomin kokonaisenergiat eri tiloilla yhtälöstä

$$E_n = -\frac{13,6 \text{ eV}}{n^2}. \text{ Esimerkiksi kun } n = 2, \text{ niin } E_2 = -\frac{13,6 \text{ eV}}{2^2} \approx -3,40 \text{ eV}.$$

Kokonaisenergioiden arvot eri tiloilla ovat:

N	1	2	3	4	5	∞
$E_n \text{ (eV)}$	-13,6	-3,40	-1,51	-0,85	-0,54	0

Piirretään energiatasokaavio.



b) Fotoni törmää perustilassa olevaan vetyatomiin, joten fotonin energian on oltava vähintään $13,6 \text{ eV} - 3,40 \text{ eV} = 10,2 \text{ eV}$, jotta atomi virittyy tai ionisoituu. Tapauksissa 1 ja 2 tapahtuu atomin ja fotonin kimmoinen törmäys, koska fotonin energia on liian pieni atomin siirtymiseen perustilalta jollekin viritystilalle. Tapauksessa 3 atomi virittyy alimmalle viritystilalle, koska fotonin energia on perustilan ja ensimmäisen viritystilan energiaeron suuruinen. Atomin palatessa perustilaan havaitaan säteilyä. Tapauksessa 4 fotonin energia on suurempi kuin atomin ionisaatioenergia $13,6 \text{ eV}$, joten atomi ionisoituu. Atomista poistuu silloin elektroni. Tapauksiin 3 ja 4 liittyvät siirtymät on piirretty edellä olevaan energiatasokaavioon.

- 6-10. Kuvaajasta nähdään spektriviivoja vastaavat aallonpituudet. Lasketaan kullekin aallonpituudelle sitä vastaava energia. Spektriviivaan A liittyvä energiatilan muutos on

$$E = h \frac{c}{\lambda} = \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{366 \cdot 10^{-9} \text{ m}} \approx 3,39 \text{ eV}.$$

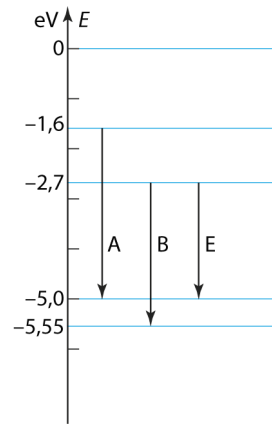
Viiva	λ (nm)	E (eV)
A	366	3,39
B	436	2,84
C	466	2,66
D	498	2,49
E	545	2,28

Energiatasokaavioon merkityt energiatilat ovat $-1,6 \text{ eV}$, $-2,7 \text{ eV}$, $-5,0 \text{ eV}$ ja $-5,55 \text{ eV}$. Näiden välisistä muutoksista vain A, B ja E ovat sellaisia, että ne vastaavat spektriviivoihin liittyviä energiatilan muutoksia eli ne voivat olla peräisin Hg-atomista.

$$A: -1,6 \text{ eV} - (-5,0 \text{ eV}) = 3,4 \text{ eV}$$

$$B: -2,7 \text{ eV} - (-5,55 \text{ eV}) = 2,85 \text{ eV}$$

$$E: -2,7 \text{ eV} - (-5,0 \text{ eV}) = 2,3 \text{ eV}$$



- 6-11.** Yhtälö $\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$ antaa siirtymässä energiatasolta m energiatasolle n syntyvän valokvantin eli fotonin aallonpituuden λ . Fotonin energian yhtälö on $E = hf$, joten
- $$hf = hc \frac{1}{\lambda} = hc R_H \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) = \frac{hc R_H}{n^2} - \frac{hc R_H}{m^2}.$$
- Tästä voidaan päätellä, että vetyatomin tilan n energia on $E_n = -\frac{hc R_H}{n^2}$.

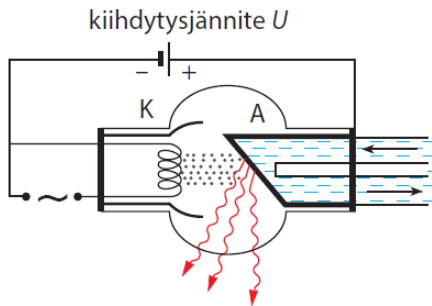
Kun tähän sijoitetaan vakioiden h , c ja R_H arvot, saadaan

$$E_n = -\frac{hc R_H}{n^2} = -\frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,99792 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1,09737 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{m}}}{n^2} \approx -\frac{13,606}{n^2} \text{ eV}$$

$$\text{eli } E_n = -\frac{13,6}{n^2} \text{ eV}.$$

TEHTÄVIEN RATKAISUT

- 7-1.** Röntgenputken anodin (A) ja katodin (K) välille on kytketty hyvin korkea tasajännite. Kun katodin hehkulankaan kytketään jännite, katodilta irtaantuu elektroneja. Elektronit lähtevät negatiiviselta katodilta, ja positiivinen anodi vetää niitä puoleensa. Elektronit joutuvat katodin ja anodin välisessä sähkökentässä kiihtyvään liikkeeseen ja törmäävät anodiin hyvin suurella nopeudella.



Sähköisen voiman tekemä työ ilmenee elektronin liike-energiana. Kun elektronit kohtaavat anodiaineen ensimmäiset atomikerrokset, ne jarruuntuvat ja pysähtyvät hyvin lyhyessä ajassa anodiaineen ydinten aiheuttaman sähköisen voiman vaikutuksesta. Hidastuessaan ne menettävät liike-energiaansa ja synnyttävät sähkömagneettista säteilyä, jota kutsutaan jarrutussäteilyksi.

Koska elektronien liike-energia voi muuttua kokonaan tai osittain säteilyksi, röntgensäteilyssä esiintyy kaikkia aallonpituuksia tietystä minimiaallonpituudesta $\lambda_{\min}$ lähtien. Siksi röntgensäteilyn spektri on jatkuva. Spektri on riippumaton anodin materiaalista.

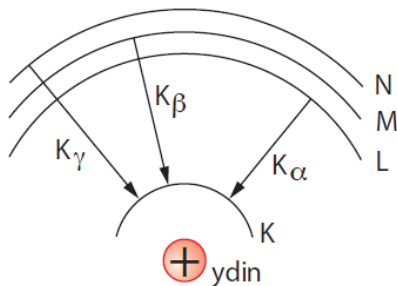
Röntgenputken jarrutussäteilyn aallonpituudella on alaraja. Kun elektroni luovuttaa kaiken liike-energiansa yhdelle fotonille, fotonin energia on $E = hf_{\max}$. Tämä on suurin energia, joka röntgensäteilyn fotoneilla voi olla. Elektronin vaikuttavan sähköisen voiman tekemä työ on yhtä suuri kuin elektronin potentiaalienergian muutos eli $W = eU$.

Elektronin liike-energia on $E_k = \frac{1}{2}mv^2 = hf_{\max}$. Yhtälöstä $hf_{\max} = eU$

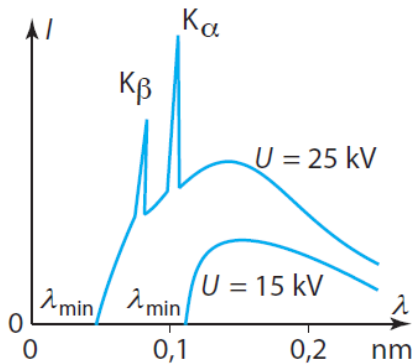
saadaan röntgensäteilyn taajuuden maksimiarvoksi $f_{\max} = \frac{eU}{h}$. Koska

$$f_{\max} = \frac{c}{\lambda_{\min}}, \text{ aallonpituuden minimiarvo on } \lambda_{\min} = \frac{hc}{eU}.$$

Kun röntgenputken kiihdytysjännite on riittävän suuri, elektronilla on kylliksi energiaa irrottamaan elektronin joltain anodin atomien sisemmältä elektronikuorelta. Elektronin sijalle siirtyy toinen elektroni joltain ylemmältä energiakuorelta, jolloin atomi säteilee sähkömagneettista säteilyä – fotonin, jonka energia on sama kuin elektronikuorten välinen energiaero. Tätä säteilyä kutsutaan ominaissäteilyksi, ja se on eri anodimateriaaleille erilainen (ks. kuva). Ominaisäteilyn spektri on viivaspektri.



Tyypillisiä röntgensäteilyn spektrejä. Ylemmässä spektrissä röntgenputken kiihdytysjännite on ollut riittävän suuri ominaissäteilyn synnylle, alemmas spektrissä ei.



- 7-2.** a) Röntgen havaitsi röntgensäteet (X-säteet) vuonna 1895. Lääketieteen tutkimusmenetelmänä röntgenkuvausta käytettiin jo parin kuukauden päästä tästä. Usein fysiikan perustutkimuksen tiedon siirtyminen sovelluskäyttöön kestää useita vuosia, jopa vuosikymmeniä. Röntgensäteilyn tapauksessa tämä tapahtui poikkeuksellisen nopeasti.
- b) Röntgenkuvassa näkyy vaalea kohta silloin, kun säteily absorboituu voimakkaasti kudokseen, jolloin filmille pääsee vähän säteilyä. Luut, lihakset, nivelet ja sisäelimet absorboivat röntgensäteilyä eri tavoin. Luut näkyvät kuvassa vaaleina. Luun vaimennuskerroin röntgensäteilylle on suurempi kuin lihasten tai rasvan. Lihakset ja rasva näkyvät kuvassa melko tummina ja erottuvat toisistaan huonosti. Keuhkot näkyvät kuvassa tummina, koska ne sisältävät paljon ilmaa, jonka säteily läpäisee helposti.
- c) Röntgensäteilyn spektristä suodatetaan pois pienienergisäiset kvantit. Suodatus ei vaikuta röntgenkuvan laatuun, mutta pienentää potilaan

saamaa säteilyannosta. Tämä pienenergiainen säteily absorboituisi suurelta osin ihoon ja pintakudoksiin.

d) Röntgentarkastuksella voidaan varmistaa mm. hitsausseamien virheettömyys ja betonivalun laatu kohdetta rikkomattomalla tavalla.

- 7-3.** Säteilykvantin energia on $E = hf = h \frac{c}{\lambda}$. Röntgenputkessa katodilta lähtevillä elektroneilla on aluksi potentiaalienergia $E_p = qU$, jossa q on elektronin varauksen itseisarvo. Potentiaalienergia muuntuu röntgenputken sähkökentässä liike-energiaksi ja törmäyksessä edelleen säteilykvantin energiaksi (kokonaan tai osittain). Anodille osuvan elektronin liike-energian täytyy siis olla vähintään yhtä suuri kuin säteilykvantin energia eli $qU \geq h \frac{c}{\lambda}$, josta saadaan

$$U \geq \frac{hc}{q\lambda} = \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1 \text{ e} \cdot 0,15 \cdot 10^{-9} \text{ m}} \approx 8300 \text{ V}.$$

Putken jännitteen on siis oltava $U \geq 8,3 \text{ kV}$.

- 7-4.** Elektronin vaikuttavan sähköisen voiman tekemä työ on yhtä suuri kuin elektronin potentiaalienergian muutos eli $W = eU$. Kiihdytyksessä potentiaalienergia muuntuu elektronin liike-energiaksi,

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = hf_{\max}.$$

Röntgensäteilyn pienin aallonpituus (suurin energia)

vastaa tilannetta, jossa elektroni luovuttaa koko liike-energiansa yhdelle

röntgenkvantille. Yhtälöstä $eU = hf_{\max} = \frac{hc}{\lambda_{\min}}$ saadaan röntgensäteilyn

pienimmäksi aallonpituudeksi

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{eU} = \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1 \text{ e} \cdot 21 \text{ kV}} \approx 59 \cdot 10^{-12} \text{ m} = 59 \text{ pm}.$$

- 7-5. a)** Säteilyn taajuus on kääntäen verrannollinen säteilyn aallonpituuteen. Röntgenputkesta tulevan säteilyn taajuus on siis suurin silloin, kun sen aallonpituus on pienin.

Röntgensäteilyn suurin taajuus on

$$f_{\max} = \frac{c}{\lambda_{\min}} = \frac{2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1,0 \cdot 10^{-9} \text{ m}} \approx 3,0 \cdot 10^{17} \text{ Hz}.$$

- b)** Röntgenputkessa katodilta lähtevillä elektroneilla on aluksi potentiaalienergia $E = eU$, jossa e on elektronin varauksen itseisarvo. Potentiaalienergia muuntuu röntgenputken sähkökentässä liike-energiaksi ja törmäyksessä edelleen säteilykvantin energiaksi (kokonaan tai osittain). Näin saadaan yläraja röntgenkvantin energialle, $E = qU = hf_{\max}$.

$$\text{Suurin taajuus on } f_{\max} = \frac{qU}{h} = \frac{1,60218 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 15 \cdot 10^3 \text{ V}}{6,62608 \cdot 10^{-34} \text{ Js}} \approx 3,6 \cdot 10^{18} \text{ Hz}.$$

- c)** Röntgenputkessa kiihdytetään elektroneja. Elektronit saavat liike-energian $E = qU$, jossa q on elektronin varauksen itseisarvo. Kun elektronit törmäävät anodiin, niiden liike-energia muuntuu (kokonaan tai osittain) säteilykvanteiksi. Kvantin energia on $E = hf = \frac{hc}{\lambda} < eU$.

Jarrutussäteilyn aallonpituus on vähintään

$$\lambda = \frac{hc}{qU} = \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1 \text{ e} \cdot 35000 \text{ V}} \approx 35 \text{ pm}.$$

Jarrutussäteilyn spektri on jatkuva ja siinä esiintyy aallonpituudet $\lambda \geq 35 \text{ pm}$.

7-6. Oikea vaihtoehto on 3 (52°).

Braggin laista $2d\sin\theta = n\lambda$ saadaan

$$\sin\theta = \frac{n\lambda}{2d} = \frac{1 \cdot 1,4 \cdot 10^{-10} \text{ m}}{2 \cdot 89 \cdot 10^{-12} \text{ m}} = 0,786517.$$

Ensimmäisen kertaluvun diffraktiomaksimi näkyy suunnassa 52° .

7-7. **a)** Säteilyspektrin jatkuva osa johtuu jarrutussäteilystä. Röntgenputkessa katodilta lähtenyt elektroni saa sähkökentässä liike-energian $E_k = eU$, jossa e on elektronin varauksen itseisarvo. Liike-energia muuntuu törmäyksessä anodille kokonaan tai osittain säteilykvantin energiaksi. Säteilykvantit, joiden energia on suurin, ovat siis syntyneet siten, että anodille törmäävän elektronin liike-energia on muuntunut kokonaan yhden säteilykvantin energiaksi. Kvantin suurin energia on

$$E_{\max} = hf_{\max} = h \frac{c}{\lambda_{\min}}.$$

Kuviosta havaitaan pienimmän aallonpituuden olevan $\lambda_{\min} = 0,112 \text{ nm}$.

Yhtälöstä $qU = h \frac{c}{\lambda_{\min}}$ saadaan röntgenputken jännitteeksi

$$U = \frac{hc}{q\lambda_{\min}} = \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1 \text{ e} \cdot 0,112 \cdot 10^{-9} \text{ m}} \approx 11,1 \text{ kV}.$$

b) Röntgensäteilyn spektrissä ovat kaksi intensiteettiipiikkiä johtuvat ominaissäteilystä. Niiden avulla voidaan tunnistaa anodilla oleva alkuaine (anodiaine), sillä kullakin aineella on sille ominainen ominaissäteilyn spektri. Kuviosta havaitaan, että K_α -viivan aallonpituus on

$\lambda_{K\alpha} = 0,154 \text{ nm}$. Tämä vastaa energiaa

$$E_{K\alpha} = hf = h \frac{c}{\lambda_{K\alpha}} = \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{0,153 \cdot 10^{-9} \text{ m}} \approx 8,10 \text{ keV}.$$

Vertaamalla taulukkoarvoja ja saatua energian arvoa todetaan, että röntgenputken anodi on kuparia.

7-8. Essee sisältää vastaukset:

a) Elektronit kiihdytetään ensin lineaarikiikdyttimellä ja ohjataan sitten ympyrämuotoiseen varastointirenkaaseen, jossa ne pidetään kiertoradalla taivutusmagneettien avulla. Koska elektronien nopeuden suunta muuttuu taivutusmagneettien magneettikentässä, elektronit säteilevät sähkömagneettista säteilyä ratansa tangentin suuntaan eli renkaan ulkopuolelle. Voimakkaampaa säteilyä saadaan syntymään undulaattoreiden avulla. Undulaattorit ovat sarja pieniä magneetteja, joiden napaisuudet ovat magneetti magneetilta vastakkaiset. Ne saavat elektroni nopeaan värähtelyliikkeeseen, jolloin ne synnyttävät voimakasta sähkömagneettista säteilyä.

b) Synkrotronisäteilyä käytetään mm. fysiikan, materiaalitieteen, kemian, biologian, lääketieteen, ympäristötieteen ja nanotieteen tutkimuksiin.

c) ESRF eli European Synchrotron Radiation Facility on Grenoblessa, Ranskassa toimiva maailman johtava synkrotronisäteilylaitteisto ja tutkimuskeskus. (Tietoa synkrotronisäteilystä löytyy netistä ESRF:n kotisivulta.)

7-9. Kuvasta nähdään, että jarrutussäteilyn lyhin aallonpituus on 34 pm.

Yhtälöstä $eU = hf = \frac{hc}{\lambda_{\min}}$ saadaan röntgenputken jännitteeksi

$$U = \frac{hc}{e\lambda_{\min}} = \frac{4,135\,67 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,997\,92 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1 \text{ e} \cdot 32 \text{ pm}} \approx 39 \text{ kV}.$$

Röntgenputken jännite spektriä mitattaessa on ollut 39 kV.

7-10. Braggin laista $2d\sin\theta = n\lambda$ saadaan kiteiden atomitasojen välimatkaksi

$$d = \frac{n\lambda}{2\sin\theta}.$$

Elektronien aallonpituus on de Broglien aallonpituus $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$.

Elektronien nopeus saadaan yhtälöstä $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2$ eli $v = \sqrt{\frac{2E_{\text{kin}}}{m}}$.

Sijoittamalla elektronin aallonpituuden ja nopeuden yhtälöt Braggin laista saatuun atomitasojen välimatkan yhtälöön saadaan

$$\begin{aligned} d &= \frac{n\lambda}{2\sin\theta} = \frac{nh}{2mv\sin\theta} = \frac{nh}{2m\sqrt{\frac{2E_{\text{kin}}}{m}}\sin\theta} = \frac{nh}{2\sin\theta\sqrt{2mE_{\text{kin}}}} \\ &= \frac{1 \cdot 6,62608 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{2 \cdot \sin 65^\circ \cdot \sqrt{2 \cdot 9,10939 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 54 \cdot 0,160218 \text{ aJ}}} \approx 92 \text{ pm}. \end{aligned}$$

7-11. Jokaisen kuvassa B olevan piikin kohdalta voidaan lukea säteilyn taajuus f . Piikkiä vastaavan säteilyn energia saadaan yhtälöstä $E = hf$:

$$E_1 = hf_1 = 4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 6,25 \cdot 10^{18} \text{ Hz} \approx 26 \text{ keV}$$

$$E_2 = hf_2 = 4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 5,6 \cdot 10^{18} \text{ Hz} \approx 23 \text{ keV}$$

$$E_3 = hf_3 = 4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 3,05 \cdot 10^{18} \text{ Hz} \approx 13 \text{ keV}$$

$$E_4 = hf_4 = 4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,7 \cdot 10^{18} \text{ Hz} \approx 11 \text{ keV}$$

$$E_5 = hf_5 = 4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 0,8 \cdot 10^{18} \text{ Hz} \approx 3 \text{ keV}$$

$$E_6 = hf_6 = 4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 0,5 \cdot 10^{18} \text{ Hz} \approx 2 \text{ keV}.$$

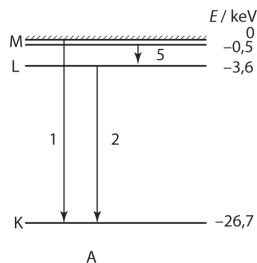
Lasketaan energiatasokaaviosta (A) eri tasojen väliset energiaerot:

$$E_M - E_K = -0,5 \text{ keV} - (-26,7 \text{ keV}) = 26 \text{ keV},$$

$$E_L - E_K = -3,6 \text{ keV} - (-26,7 \text{ keV}) = 23 \text{ keV},$$

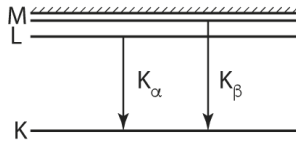
$$E_M - E_L = -0,5 \text{ keV} - (-3,6 \text{ keV}) = 3,2 \text{ keV}.$$

huomataan, että piikit 1, 2 ja 5 vastaavat (mittaustarkkuuden rajoissa) oheisessa piirroksessa merkittyjä siirtymiä. Kadmiumin aiheuttamia piikkejä ovat siis piikit 1, 2 ja 5.



- 7-12. a)** Kun gammakvantilla on riittävästi energiaa, se pystyy irrottamaan elektronin näytteen kohtioatomin sisäkuorelta, esim. K-kuorelta. Elektroni nousee jollekin ulommalle kuorelle. Ulommalta kuorelta, kuten L- tai M-kuorelta, elektroni putoaa välittömästi syntyneeseen aukkoon. Energia vapautuu röntgensäteilynä. Syntyvän röntgenkvantin energia voi olla $hf_1 = E_L - E_K$, joka vastaa siirtymää K_α , tai $hf_2 = E_M - E_K$ (K_β), joka

vastaa siirtymää K_β .



Kullakin alkuaineella on sille ominaiset kvanttien energiat ja ominainen röntgenspektri, jonka perusteella alkuaine voidaan tunnistaa.

b) Spektrikuvasta saadaan piikkien taajuuksiksi $1,9 \cdot 10^{18}$ Hz, $2,1 \cdot 10^{18}$ Hz, $3,6 \cdot 10^{18}$ Hz, $4,0 \cdot 10^{18}$ Hz, $7,7 \cdot 10^{18}$ Hz ja $8,7 \cdot 10^{18}$ Hz. Lasketaan taajuuksia vastaavat energiat, verrataan niitä taulukon energioihin ja päätellään, mitä alkuaineita suprajohde sisältää:

$$E_1 = hf_1 = 4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 1,9 \cdot 10^{18} \text{ Hz} \approx 7,9 \text{ keV}, \text{ alkuaine Cu}$$

$$E_2 = hf_2 = 4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,1 \cdot 10^{18} \text{ Hz} \approx 8,7 \text{ keV}, \quad \text{Cu}$$

$$E_3 = hf_3 = 4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 3,6 \cdot 10^{18} \text{ Hz} \approx 14,9 \text{ keV}, \quad \text{Y}$$

$$E_4 = hf_4 = 4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 4,0 \cdot 10^{18} \text{ Hz} \approx 16,5 \text{ keV}, \quad \text{Y}$$

$$E_5 = hf_5 = 4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 7,7 \cdot 10^{18} \text{ Hz} \approx 31,8 \text{ keV}, \quad \text{Ba}$$

$$E_6 = hf_6 = 4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 8,7 \cdot 10^{18} \text{ Hz} \approx 36,0 \text{ keV}. \quad \text{Ba}$$

Suprajohde sisältää ainakin kuparia, yttriumia ja bariumia.

TESTAA, OSAATKO S. 71

1. b, c **2.** a, b, c **3.** a **4.** a, b **5.** a, b **6.** c **7.** a, b, c **8.** b, c **9.** a, b **10.** a, b, c

TEHTÄVIEN RATKAISUT

8-1. a) Atomin ydin koostuu protoneista ja neutroneista, jota kutsutaan yhteisellä nimellä nukleoneiksi. Protonien (p^+) ja varauksettomien neutronien (n) massat ovat lähes yhtä suuret.

b) Protonit ja neutronit koostuvat kvarkeista. Protoni koostuu kahdesta u-kvarkista ja yhdestä d-kvarkista. Protonin varaus on

$$2 \cdot \frac{2}{3}e + \left(-\frac{1}{3}e\right) = e.$$

Neutroni koostuu kahdesta d-kvarkista ja yhdestä u-kvarkista. Neutronin varaus on $2 \cdot \left(-\frac{1}{3}e\right) + \frac{2}{3}e = 0$.

8-2. a) Kvarkeilla on niiden sähkömagneettisiin vuorovaikutuksiin liittyvän sähkövarauksen lisäksi myös toisenlainen varaus, jota kutsutaan värivaraukseksi tai väriksi. Vahva vuorovaikutus ilmenee värivarauksellisten hiukkasten välillä vaikuttavana voimana, ns. vahvana voimana, joka sitoo kvarkit toisiinsa.

b) Ytimessä protonien välillä on sähköinen hylkimisvoima. Kvarkkien välinen vahva voima vaikuttaa hieman nukleonin ulkopuolellekin, ja tämä jäännösvoima sitoo nukleonit toisiinsa: ydin pysyy koossa. Ydinvoimaksi kutsutaan nukleonien välistä voimaa. Ydinvoima on vahvan vuorovaikutuksen aiheuttama.

c) Protoni on sitoutunut ytimeen löyhemmin kuin neutroni, koska siihen kohdistuu ydinvoiman lisäksi sähköisestä vuorovaikutuksesta aiheutuva hylkimisvoima. Koska neutronilla ei ole sähkövarausta, siihen kohdistuu ainoastaan ydinvoima, minkä takia se on sitoutunut vahvemmin ytimeen kuin protoni.

- 8-3.** a) Saman alkuaineen eri isotoopeilla on aina sama määrä protoneja, mutta neutronien määrä voi vaihdella.
- b) Kemiallisissa reaktioissa reaktioon osallistuvien aineiden ytimet säilyvät muuttumattomina ts. ytimissä ei tapahdu muutoksia, vaan kaikki muutokset tapahtuvat atomin elektronikuorilla. Saman aineen eri isotoopeilla on samanlaiset elektronikuoret, joten ne käyttäytyvät kemiallisesti samalla tavoin, minkä takia niitä ei voi erottaa toisistaan kemiallisin keinoin.
- c) Pysymättömiä isotooppeja kutsutaan radioaktiivisiksi isotoopeiksi.
- 8-4.** a) Merkintä ${}^4_2\text{He}$ tarkoittaa heliumydintä, ja merkinnän mukaan heliumydin koostuu 4 nukleonista, joista 2 on protoneja.
- b) Merkinnän ${}^{226}_{86}\text{Ra}$ mukaan radiumydin koostuu 226 nukleonista, joista 86 on protoneja.
- c) Merkinnän ${}^{238}_{92}\text{U}$ mukaan radiumydin koostuu 238 nukleonista, joista 92 on protoneja.
- d) Merkintä C-12 tarkoittaa hiilen isotooppia ${}^{12}_6\text{C}$.
- 8-5.** Koska uraaniytimessä on 235 nukleonia ja 92 protonia, on $A = 235$ ja $Z = 92$. Ydin voidaan esittää muodossa ${}^{235}_{92}\text{U}$.
- 8-6.** Protonien välisen sähköisen hylkimisvoiman suuruus on

$$F = \frac{1}{4\epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} = 8,98755 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{(1,60218 \cdot 10^{-19} \text{C})^2}{(2 \cdot 10^{-15} \text{m})^2} \approx 57,6772 \text{ N}.$$

Protonien välisen gravitaatiovoiman suuruus on

$$F = \gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} = 6,67428 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot \frac{(1,67262 \cdot 10^{-27} \text{ kg})^2}{(2 \cdot 10^{-15} \text{ m})^2} \approx 4,66809 \cdot 10^{-35} \text{ N}.$$

Sähköisen voiman suuruus on noin $\frac{57,6772 \text{ N}}{4,66809 \cdot 10^{-35} \text{ N}} \approx 10^{36}$ -kertainen gravitaatiovoiman suuruuteen verrattuna.

8-7. a) Ytimen kokoa ei voi suurentaa kuinka suureksi tahansa, koska vain tietyt protonien ja neutronien lukumäärät voivat muodostaa ytimiä. Lisäksi sähköinen hylkimisvoima kasvaa ytimen koon kasvaessa, ja vahva vuorovaikutus on lyhyen kantaman voima.

b) Ytimen massavajetta Δm vastaavaa energiaa kutsutaan ytimen sidosenergiaksi E_B . Se on energia, joka vapautuu, kun nukleonit sitoutuvat toisiinsa muodostaen ytimen. Tämän vuoksi ytimen massa on pienempi kuin ytimen muodostavien yksittäisten nukleonien yhteenlaskettu massa eli massaa ”katoaa”.

8-8. Kun sijoitetaan massan ja energian vastaavuuden yhtälö $E = mc^2$ tehon yhtälöön $P = E/t$, saadaan yhtälö $P = \frac{mc^2}{t}$. Jos golfpallon koko massa voitaisiin muuntaa energiaksi, rakennusta voitaisiin lämmittää

$$t = \frac{mc^2}{P} = \frac{0,046 \text{ kg} \cdot (2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2}{13 \cdot 10^3 \text{ W}} = 3,18020 \cdot 10^{11} \text{ s} \approx 10000 \text{ a}.$$

- 8-9.** a) Ytimen sidosenergia on energia, joka tarvitaan hajottamaan ydin nukleoneiksi. Sama energia vapautuu, jos ydin muodostuisi nukleoneista.

Sidososuus eli sidosenergia nukleonia kohti on atomiytimen pysyvyyden eli stabiliteetin mitta. Sidososuus on keskimääräinen energia, jolla yksi nukleoni on sitoutunut ytimeen

- b) Sidososuuskäyrän maksimikohta on massalukujen 58–60 kohdalla. Suurimmat sidosuudet ovat nikkelillä ja raudalla.

- c) Keskiraskaiden ytimien sidosengiat nuklidia kohden eli sidosuudet ovat suuria, siksi ne eivät hajoa helposti.

- d) Keveiden ja raskaiden ytimien sidosuudet ovat pienempiä kuin keskiraskaita ytimien sidosuudet. Näin ollen kevyet ja raskaat ytimet hajoavat helpommin kuin keskiraskaat.

- e) Järjestys suurimmasta pienimpään on ${}^{60}_{28}\text{Ni}$, ${}^{120}_{50}\text{Sn}$, ${}^{12}_6\text{C}$ ja ${}^4_2\text{He}$.

- f) ${}^{62}_{28}\text{Ni}$ -nuklidin sidosuus on $b = \frac{E_B}{A} = \frac{545,3 \text{ MeV}}{62} \approx 8,795 \text{ MeV}$.

- 8-10.** Jos atomien massat arvioidaan kokonaislukuina, kuparin (eri isotoopeilla painotettu) atomimassa on

$$0,6917 \cdot 63 \text{ u} + 0,3083 \cdot 65 \text{ u} \approx 63,62 \text{ u}.$$

(Mikäli atomien massat etsitään isotooppitaulukosta, atomimassaksi saadaan

$$0,6917 \cdot 62,929598 \text{ u} + 0,3083 \cdot 64,927793 \text{ u} \approx 63,55 \text{ u}.$$

Jaksollisessa järjestelmässä kuparin atomimassaksi on ilmoitettu 63,55 u.)

- 8-11.** a) Hiilellä on 5 isotooppia, joista 2 on pysyviä. Yleisin on isotooppi ${}^{12}_6\text{C}$.

- b) Atomimassayksikkö on kahdestoistaosa ${}^{12}_6\text{C}$ -isotoopin atomin massasta.

Hiilen yleisimmän isotoopin $^{12}_6\text{C}$ atomin massaksi on sovittu 12 u.

8-12. a) Yhtälöstä $r = 1,4 \cdot \sqrt[3]{A} \text{ fm}$ saadaan heliumatomin ($A = 4$) ytimen säteeksi $r_{\text{He}} = 1,4 \cdot \sqrt[3]{A_{\text{He}}} \text{ fm} = 1,4 \cdot \sqrt[3]{4} \text{ fm} \approx 2,222 \text{ fm}$.

b) Rauta-atomin ytimen säde on

$$r_{\text{Fe}} = 1,4 \cdot \sqrt[3]{A_{\text{Fe}}} \text{ fm} = 1,4 \cdot \sqrt[3]{56} \text{ fm} \approx 5,356 \text{ fm}.$$

c) Uraaniatomin ytimen säde on

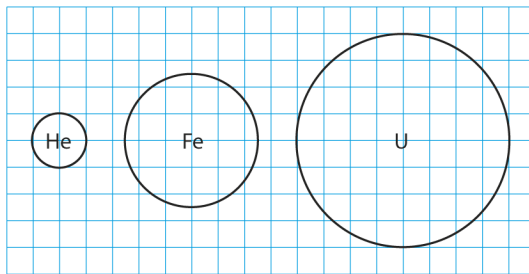
$$r_{\text{U}} = 1,4 \cdot \sqrt[3]{A_{\text{U}}} \text{ fm} = 1,4 \cdot \sqrt[3]{238} \text{ fm} \approx 8,676 \text{ fm}.$$

Valitaan heliumytimen säde yksikkösäteeksi, jolloin rautaytimen ja uraaniytimien suhteellisiksi säteiksi saadaan

$$\frac{r_{\text{Fe}}}{r_{\text{He}}} = \frac{1,4 \cdot \sqrt[3]{56} \text{ fm}}{1,4 \cdot \sqrt[3]{4} \text{ fm}} \approx 2,4 \text{ ja}$$

$$\frac{r_{\text{U}}}{r_{\text{He}}} = \frac{1,4 \cdot \sqrt[3]{238} \text{ fm}}{1,4 \cdot \sqrt[3]{4} \text{ fm}} \approx 3,9.$$

Näin ollen heliumytimen säteeseen verrattuna rautaytimen säde on 2,4-kertainen ja uraaniytimen säde 3,9-kertainen.



- 8-13. a)** Koska ytimen säde on $r = 1,4 \cdot \sqrt[3]{A}$ fm, ja tilavuus $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ (kun ydin oletetaan pallomaiseksi), ytimen tiheydeksi saadaan

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{A \cdot 1,66054 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (1,4 \cdot \sqrt[3]{A} \text{ fm})^3} = \frac{\cancel{3} \cdot 1,66054 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}{4\pi \cdot (1,4 \cdot 10^{-15} \text{ m})^3 \cdot \cancel{A}}$$

$$= 1,44470 \cdot 10^{17} \text{ kg/m}^3 \approx 1,4 \cdot 10^{17} \text{ kg/m}^3.$$

Koska massaluku A supistuu tiheyttä laskettaessa, ytimen massaluvulla ei ole vaikutusta ytimen tiheyteen, joten kaikilla ytimillä on sama tiheys. Huomaa, että kysymys on likimääräisestä mallista.

- b)** Yhtälöstä $\rho = \frac{m}{V}$ maapallon tilavuudeksi saadaan

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{5,974 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{1,44470 \cdot 10^{17} \text{ kg/m}^3} \approx 4,13511 \cdot 10^7 \text{ m}^3.$$

Oletetaan maapallo pallon muotoiseksi. Koska pallon tilavuus on

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3, \text{ maapallon säde olisi}$$

$$R = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 4,13511 \cdot 10^7 \text{ m}^3}{4\pi}} \approx 210 \text{ m}.$$

- 8-14. a)** Oletetaan, että rautaydin on pallomainen, jolloin sen tilavuus saadaan yhtälöstä $V = \frac{4}{3}\pi r^3$. Ytimen tiheys on

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{3m}{4\pi r^3} = \frac{3 \cdot 55,9 \text{ u}}{4\pi \cdot (5,36 \text{ fm})^3} = \frac{3 \cdot 55,9 \cdot 1,66054 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}{4\pi \cdot (5,36 \cdot 10^{-15} \text{ m})^3} \approx 1,44 \cdot 10^{17} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

b) Atomin ytimen luja rakenne on eri asia kuin aineen kestävyys rakennusmateriaalina.

Materiaalin lujuus riippuu elektroniverhosta ja kiderakenteesta. Samallakin alkuaineella voi olla erilaisia kiderakenteita. Esimerkiksi valurauta on kovaa eikä kestä taivutusta, takorauta on pehmeää ja sitä voi taivuttaa. Usein piirrämme pehmeällä hiilellä, mutta hyvin kova timanttikin on hiiltä: esimerkiksi hammaslääkärin porassa käytetään timanttiterää.

8-15. a) Ytimen $^{208}_{82}\text{Pb}$ massavaje on

$$\begin{aligned}\Delta m &= Z \cdot m_p + N \cdot m_n + Z \cdot m_e - m_{\text{pb}} \\ &= 82 \cdot 1,0072765 \text{ u} + 126 \cdot 1,0086650 \text{ u} + 82 \cdot 5,485\,7991 \cdot 10^{-4} \text{ u} - 207,976627 \text{ u} \\ &\approx 1,75682 \text{ u}.\end{aligned}$$

b) ja c) Energiaa ei vapaudu kummassakaan tapauksessa, koska tulosytimissä sidossuudet ovat pienemmät kuin lähtöytimillä, reaktioissa sitoutuu energiaa. Yksittäisen nukleonin sidos ei vahvistu kummassakaan tapauksessa, vaan molemmissa tapauksissa heikkenee.

8-16. a) Ytimen $^{12}_6\text{C}$ massavaje on

$$\begin{aligned}\Delta m &= Z \cdot m_p + N \cdot m_n + Z \cdot m_e - m_{\text{C}} \\ &= 6 \cdot 1,0072765 \text{ u} + 6 \cdot 1,0086650 \text{ u} + 6 \cdot 5,485\,7991 \cdot 10^{-4} \text{ u} - 12,000000 \text{ u} \\ &= 0,09894047946 \text{ u} \approx 0,0989405 \text{ u}.\end{aligned}$$

b) Massavajetta vastaava sidosenergia on

$$\begin{aligned}E_{\text{B}} &= \Delta mc^2 = 0,09894047946 \text{ u} \cdot c^2 = 0,09894047946 \cdot 931,49432 \frac{\text{MeV}}{c^2} \cdot c^2 \\ &= 92,1624946351 \text{ MeV} \approx 92,1625 \text{ MeV}.\end{aligned}$$

c) Sidososuus on

$$b = \frac{E_B}{A} = \frac{92,1624946351 \text{ MeV}}{12} \approx 7,68021 \text{ MeV}.$$

8-17. a) Väärin sillä 238,050784 u on $^{238}_{92}\text{U}$:n atomimassa, jossa elektronien massat ovat mukana.

b) Oikein: $238,050784 \text{ u} - 92 \cdot 5,4857991 \cdot 10^{-4} \text{ u} = 238,000314648 \text{ u}$
 $\approx 238,000315 \text{ u}$

c) Oikein: $238,000314648 \text{ u} = 238,000314648 \cdot 1,6605389 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
 $\approx 395,20878 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

d) Oikein: $238,000314648 \text{ u} = 238,000314648 \cdot 931,49432 \text{ MeV}/c^2$
 $\approx 0,22169594 \cdot 10^{12} \text{ eV}/c^2.$

8-18. Oikea vastaus on 3) 143 ja 7,5910 MeV.

Ytimessä on neutroneja $235 - 92 = 143$.

Ytimen $^{235}_{92}\text{U}$ massavaje on

$$\begin{aligned}\Delta m &= Z \cdot m_p + N \cdot m_n + Z \cdot m_e - m_U \\ &= 92 \cdot 1,0072765 \text{ u} + 143 \cdot 1,0086650 \text{ u} + 92 \cdot 5,4857991 \cdot 10^{-4} \text{ u} - 235,043925 \text{ u} \\ &= 1,9150773508 \text{ u}.\end{aligned}$$

Massavajetta vastaava sidosenergia on

$$\begin{aligned}E_B &= \Delta mc^2 = 1,9150773508 \text{ u} \cdot c^2 = 1,9150773508 \cdot 931,49432 \frac{\text{MeV}}{c^2} \cdot c^2 \\ &= 1783,883674 \text{ MeV}.\end{aligned}$$

Sidososuus on

$$b = \frac{E_B}{A} = \frac{1783,883674 \text{ MeV}}{235} = 7,5910 \text{ MeV}.$$

8-19. a) Hajoamiskaavio mukaan ^{212}Bi -isotooppi hajoaa alfahajoamisen kautta ^{208}Tl -isotoopiksi. Hajoaminen tapahtuu

* joko suoraan, jolloin ^{212}Bi -isotooppi emittoi 6,023 MeV:n alfahiukkasen

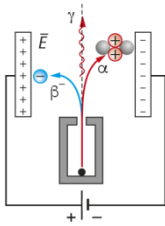
* tai siten, että tytärydin ^{208}Tl jää ensin viritystilaan, joka purkautuu 0,329 MeV:n gammasäteilyllä ja tytärydin päätyy perustilaan. Jos ^{212}Bi -isotooppi hajoaa viritystilan kantta, silloin ^{212}Bi -isotooppi emittoi 5,694 MeV:n alfahiukkasen.

b) Yhtälöstä $E = hf = \frac{hc}{\lambda}$ saadaan syntyvän gammasäteilyn aallonpituudeksi

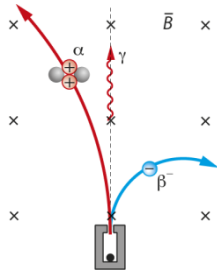
$$\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{0,329 \cdot 10^6 \text{ eV}}$$
$$\approx 3,77 \cdot 10^{-12} \text{ m} = 3,77 \text{ pm}.$$

TEHTÄVIEN RATKAISUT

- 9-1. a) Hiukkasten radat, kun ne tulevat sähkökenttään:



- b) Hiukkasten radat, kun ne tulevat magneettikenttään:



- 9-2. a) Palohälyttimien keskeinen osa on alfa-aktiivinen säteilylähde. Säteilylähteenä käytetään usein noin 40 kBq Amerkium-241 -lähdetä. Säteilylähteen ympärillä on ”ilmarako”, jonka ilman voimakkaasti ionisoiva alfa-säteily tekee sähköä johtavaksi. Kun ilmarakoon tunkeutuu savua, tarttuvat alfasäteilyn synnyttämät ionit savun sisältämiin hiukkasiin. Tästä johtuen sähköä johtavien ionien määrä ilmarakossa vähenee ja sähköjohtokyky pienenee. Palovaroitin antaa hälytyksen tämän huomattaessa. Hälyttimessä on 9,0 V:n paristo, joka pitää yllä pientä sähkövirtaa ja antaa energiaa hälytysääneen.

b) Palohälytín tulee sijoittaa kattoon, koska tulipalon sattuessa savu nousee ylöspäin ja palohälytín hälyttää heti savun saavuttua hälyttimeen.

9-3. a) Gammasäteilyn spektri on viivaspektri. Koska viritystilat edustavat joitakin tiettyjä energiatasoja, tilojen väliset energiamuutokset ovat kvanttiutuneet. Siksi gammakvanteilla voi olla vain tiettyjä, kvanttiutuneita energiatiloja.

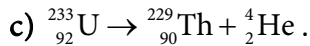
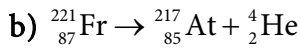
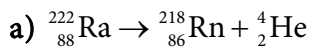
b) Alfahiukkanen saa liike-energiansa lähtöytimen hajoamisesta. Osa lähtöytimen sidosenergiasta muuntuu alfahiukkasen liike-energiaksi.

9-4. Kyseisen uraani-isotoopin alfahajoamisketju on

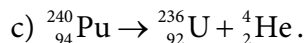
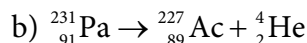
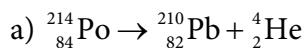


Huomaa: Hajoamisketjussa viimeisenä oleva poloniumydin ei ole pysyvä, joten hajoamisketju ei todellisuudessa pääty tähän ytimeen.

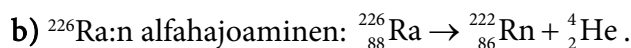
9-5. Hajoamisytälöt ovat



9-6. Hajoamisytälöt ovat



9-7. a) ${}^{226}\text{Ra}$ -isotooppi voi hajota ${}^{226}\text{Rn}$ -isotoopiksi emittoimalla energialtaan 4,871 MeV:n alfahiukkasen, jolloin radon jää suoraan perustilaan. On myös mahdollista, että ${}^{226}\text{Ra}$ -isotooppi emittoimalla energialtaan 4,685 MeV:n alfahiukkasen ja ${}^{226}\text{Rn}$ -isotooppi jää viritystilaan. Sen purkautuessa emittoituu 0,186 MeV:n gammakvantti.

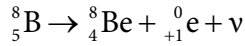
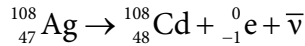
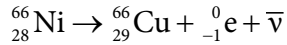


9-8. a) Kun ytimet emittoivat elektroneja (e^-) tai positroneja (e^+), on kyse beetasäteilystä ja ytimien sanotaan olevan beeta-aktiivisia. Positroni on elektronin antihhiukkanen. Sen massa on yhtä suuri kuin elektronin massa, ja sen sähkövaraus on $+e$.

Kun ydin emittoi elektronin, kyseessä on β^- -hajoaminen. β^- -aktiivisissa ytimissä neutroni muuttuu protoniksi ja samalla elektroni ja antineutriino emittoituvat: ${}_0^1\text{n} \rightarrow {}_1^1\text{p} + {}_{-1}^0\text{e} + \bar{\nu}$. β^- -hajoamisessa alkuaineen atomin ydin X muuttuu toisen alkuaineen ytimeksi Y. Ytimen massaluku säilyy, mutta varausluku (protoniluku) kasvaa yhdellä. Kun atomin ydin emittoi positronin, kyseessä on β^+ -hajoaminen.

Tällöin ytimessä oleva protoni muuttuu ytimessä neutroniksi ja samalla positroni ja neutriino emittoituvat: ${}_1^1\text{p} \rightarrow {}_0^1\text{n} + {}_{+1}^0\text{e} + \nu$. β^+ -hajoamisessa ytimen massaluku säilyy mutta varausluku pienenee yhdellä.

b) Hajoamisytälöt ovat:



9-9. a) ${}^{137}\text{Cs}$ -isotooppi hajoaa ${}^{137}\text{Ba}$ -isotoopiksi emittoimalla 0,51 MeV:n β^- -hiukkasen, jolloin ${}^{137}\text{Ba}$ -isotooppi jää viritystilaan, jonka purkautuessa barium siirtyy perustilaan ja samalla vapautuu 0,66 MeV:n gammakvantti.

b) Hajoamisytälö on ${}_{55}^{137}\text{Cs} \rightarrow {}_{56}^{137}\text{Ba} + {}_{-1}^0\text{e} + \bar{\nu}$.

9-10. a) Elektronisieppauksessa ytimeen siepattu elektroni reagoi protonin kanssa ja syntyy neutroni ja neutriino ja samalla vapautuu gammasäteilyä. Elektronisieppauksessa reaktioytälö on ${}_Z^AX + {}_{-1}^0\text{e} \rightarrow {}_Z^AY + \nu$, kun X on emoydin, Y tytärydin, ${}_{-1}^0\text{e}$ elektroni ja ν neutriino.

b) Reaktioytälö on ${}_{53}^{128}\text{I} + {}_{-1}^0\text{e} \rightarrow {}_{52}^{128}\text{Te} + \nu$.

9-11. a) Ei. Yhtälö ${}_{53}^{131}\text{I} \rightarrow {}_{52}^{131}\text{Xe} + {}_{-1}^0\text{e} + \bar{\nu}$ on väärin, koska Zei säily.

b) Ei. Yhtälö ${}_{47}^{106}\text{Ag} \rightarrow {}_{48}^{131}\text{Cd} + {}_{+1}^0\text{e} + \bar{\nu}$ on väärin, sillä β^+ -hajoamisessa emittoituu neutriino (ν). Myöskään Zei säily.

c) Ei. ${}_{83}^{211}\text{Bi}$ on vain alfa-aktiivinen. Yhtälö ${}_{83}^{211}\text{Bi} \rightarrow {}_{82}^{211}\text{Pb} + {}_{+1}^0\text{e} + \nu$ ei voi kuvata spontaania hajoamista.

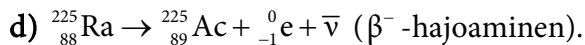
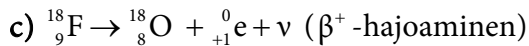
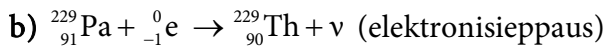
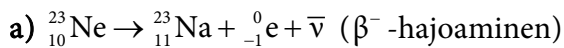
d) Kyllä. ${}_{19}^{40}\text{K}$ hajoaa elektronisieppauksella (ja on myös β^- -aktiivinen). Yhtälö ${}_{19}^{40}\text{K} + {}_{-1}^0\text{e} \rightarrow {}_{18}^{40}\text{Ar} + \nu$ on oikein ja voi kuvata spontaania hajoamista,

e) Ei. $^{112}_{50}\text{Sn}$ on stabiili, joten se ei hajoa. Yhtälö ei voi kuvata spontaanista hajoamista.

f) Ei. $^{23}_{12}\text{Mg}$ on β^+ -aktiivinen, eli $^{23}_{12}\text{Mg}$ voi emittoida positronin mutta atomin rakenteessa ei ole positronia, jonka ydin voisi siepata. Yhtälö $^{23}_{12}\text{Mg} + {}^0_{+1}\text{e} \rightarrow {}^{23}_{13}\text{Al} + \bar{\nu}$ ei voi kuvata spontaania hajoamista.

9-12. Elektronisieppauksessa ei ole kyse elektronin jarruuntumisesta kuten röntgenputkessa. Elektronisieppauksessa elektroni siirtyy elektroniverhosta ytimeen. Elektronin tilalle syntyy tyhjä paikka, joka täyttyy ylemmältä tasolta tulevalla elektronilla. Tasojen välinen energiaero emittoituu atomista ja havaitaan ominaissäteilyn röntgenfotoni. Jarrutussäteilyä ei synny, koska tässä tilanteessa ei ole aineeseen suurella nopeudella törmäävää elektronia, joka törmätessään hidastuisi ja lähettäisi jarrutussäteilyä, kuten röntgenputkessa tapahtuu.

9-13. Hajoamisyhtälöt ovat



9-14. Gammasäteilyä syntyy, kun atomin ytimen viritystila purkautuu. Röntgensäteilyä syntyy, kun atomin elektroniverhon viritystila muuttuu perustilaksi tai alemmaksi energiatilaksi.

9-15. a) i) Kun gammasäteilyn energia on pieni, valosähköilmiö on tyypillinen vuorovaikutustapa.

ii) Kun gammasäteilyn aallonpituus on pieni, säteilyn energia on suuri. Tällöin tyypillinen vuorovaikutustapa on parinmuodostus.

b) Kun gammasäteilyn aallonpituus on 0,10 pm, säteilyn energia on

$$E = h \frac{c}{\lambda} = \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{0,10 \cdot 10^{-12} \text{ m}} \approx 12 \text{ MeV}.$$

Säteily absorboituu lyijyyn ($Z = 82$) parinmuodostuksen kautta.

c) Koska gammasäteily vuorovaikuttaa pääasiassa atomien elektronien kanssa, gammasäteily vaimenee parhaiten alkuaineissa, joissa on paljon elektroneita: tällaisia ovat raskaat alkuaineet.

9-16. *Marie Curie* (1867–1934) ja *Pierre Curie* (1859–1906) löysivät pikivälkkeestä kaksi uutta alkuainetta, poloniumin ja radiumin. Niiden lähettämä säteily oli samankaltaista kuin uraanin lähettämä säteily. He alkoivat nimittää säteilyä ”radioaktiiviseksi säteilyksi”. *Irene Curie* (1897 – 1956) keksi keinotekoisen radioaktiivisuuden.

TEHTÄVIEN RATKAISUT

- 10-1.** a) Alfahiukkanen saa liike-energiansa emoytimen hajoamisesta. Osa emoytimen sidosenergiasta muuntuu alfahiukkasen liike-energiaksi.
- b) Alfahiukkanen ionisoi kohtaamiaan atomeja ennen pysähtymistään. Alfahiukkanen luovuttaa liike-energiaansa törmäyksissä kohtaamilleen atomien elektroneille.
- c) Jokaisessa yksittäisessä vuorovaikutuksessa elektronin kanssa alfahiukkanen menettää liike-energiastaan vain häviävän pienen osan. Alfahiukkaset, joilla on aluksi yhtä suuri liike-energia, vuorovaikuttavat homogeenisessa aineessa likimain yhtä monen elektronin kanssa. Jokainen alfahiukkanen, jolla on yhtä suuri energia, etenee siis likimain yhtä kauas.
- d) Harvinainen poikkeus alfahiukkasen suoraviivaiseen liikkeeseen on atomin ytimen osuminen riittävän lähelle alfahiukkasen reittiä, jolloin alfahiukkasen suunta muuttuu. Alfahiukkanen kimpoaa ytimestä takaisin tulosuuntaansa, jos törmäys ytimen kanssa on suora ja keskeinen.
- 10-2.** a) Väärin. Beetahajoamisessa sekä elektronin että positronin liike-energia on peräisin atomin ytimen hajoamisesta.
- b) Oikein.
- c) Väärin. Beetahajoamisessa liikemäärä säilyy aina. Hajoamisen jälkeen liikemäärä jakautuu tytärtyimen, beetahiukkasen ja neutriinin tai antineutriinin kesken.
- d) Väärin. Beetasäteilyn yhteydessä syntyvän neutriinin tai antineutriinin energia on peräisin ytimessä tapahtuvasta ydinreaktiosta, jossa protoni muuttuu neutroniksi tai neutroni protoniksi.

10-3. a) Alfahiukkasen liike-energia on $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ ja nopeus

$$v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5,4 \cdot 10^6 \cdot 0,160\,218 \cdot 10^{-18} \text{ J}}{6,64466 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}} \approx 1,6 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

b) Alfahiukkasen liike-energia kuluu kokonaan atomien ionisoimiseen, joten ionisoitujen atomien lukumäärä saadaan jakamalla alfahiukkasen

liike-energia yhden atomin ionisoitumisenergialla $\frac{5,4 \text{ MeV}}{35 \text{ eV}} \approx 150\,000$.

c) Alfahiukkasen energian perusteella voidaan arvioida, kuinka vaarallista alfasäteily on. Atomin ytimeistä lähtevän alfahiukkasen liike-energia on yleensä 2–10 MeV. Koska atomien ja molekyylien ionisaatioenergiat ovat suuruusluokaltaan kymmeniä elektronivolteja, alfahiukkanen ionisoi lukuisia atomeja ennen pysähtymistään. Alfahiukkaset, joilla on tietty energia, etenevät aineessa likimain yhtä pitkän matkan, jota kutsutaan alfahiukkasen kantamaksi. Tällä matkalla alfahiukkasen ja aineen molekyylien törmäyksissä voi syntyä noin 10^5 ionia, jolloin vapautuu elektroneja. Alfasäteilyn vaarallisuus johtuu säteilyn suuresta energiasta ja siten suuresta kyvystä ionisoida molekyylejä.

10-4. a) Reaktioyhtälö on ${}^{225}_{89}\text{Ac} \rightarrow {}^{221}_{87}\text{Fr} + {}^4_2\text{He}$.

b) Massavaje on

$$\begin{aligned}\Delta m &= m({}^{225}_{89}\text{Ac}) - m({}^{221}_{87}\text{Fr}) - m({}^4_2\text{He}) \\ &= 225,023\,205 \text{ u} - 221,014\,230 \text{ u} - 4,002\,6033 \text{ u} \\ &= 0,006\,3717 \text{ u}.\end{aligned}$$

Hajoamisenergia on massavajetta vastaava energia:

$$Q = \Delta mc^2 = 0,0063717 \text{ u} \cdot c^2 = 0,006\,3717 \cdot 931,494\,32 \frac{\text{MeV}}{c^2} \cdot c^2 \approx 5,935 \text{ MeV}.$$

(Huomaa, että luvussa 0,0063717 on vain 4 merkitsevää numeroa, koska luvussa 225,023 205 on pilkun jälkeen vain 6 numeroa. Näin ollen massavajetta laskettaessa erotukseen jää vain 4 merkitsevää numeroa. Tämän takia vastaus on annettu neljän merkitsevän numeron tarkkuudella. Katso Fysiikka 1, s. 27.)

10-5. a) Kuvassa annetut tasojen väliset energiat kuvaavat hajoamisenergioita. Alfahajoamisessa hajoamisenergia jakautuu alfahiukkaseen ja tytärytimen kesken. Tämän takia alfahiukkasten energiat ovat pienemmät kuin energiatasojen energioiden erotukset.

b) Alfahiukkanen, jolla on pienempi liike-energia, on hitaampi.

Hitaamman alfahiukkaseen energia on

$$4,602 \text{ MeV} = 4,602 \cdot 10^6 \cdot 1,60218 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 7,37323 \cdot 10^{-13} \text{ J}.$$

Koska liike-energia on $E_k = \frac{1}{2}mv^2$, alfahiukkaseen nopeus hajoamisen jälkeen on

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 7,37323 \cdot 10^{-13} \text{ J}}{6,64466 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}} = 1,48973 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 1,5 \cdot 10^7 \text{ m/s}.$$

c) Kun radon jää hajoamisessa hetkeksi viritettyyn tilaan, radonin liike-energia saadaan vähentämällä energiatasojen $^{226}_{88}\text{Ra}$ ja $^{222}_{86}\text{Rn}^*$ erotuksesta 4,685 MeV alfahiukkasten energia eli

$$4,685 \text{ MeV} - 4,602 \text{ MeV} = 0,083 \text{ MeV}.$$

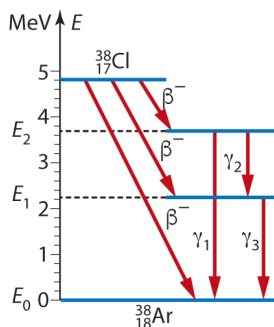
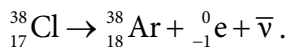
Näin ollen radonin liike-energia on jouleina

$$E_k(\text{Rn}) = 0,083 \text{ MeV} = 0,083 \cdot 10^6 \cdot 1,60218 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1,32981 \cdot 10^{-14} \text{ J}.$$

Koska liike-energia on $E_k = \frac{1}{2}mv^2$, radonin nopeus on

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,329\,81 \cdot 10^{-14} \text{ J}}{222,018 \cdot 1,66054 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}} \approx 2,7 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

10-6. Energiatasokaavio esittää kloori-isotoopin $^{38}_{17}\text{Cl}$ β^- -hajoamista argonisotoopiksi $^{38}_{18}\text{Ar}$. Hajoamisytälö on



Cl-ytimen hajoamisessa hajoamisenergia jakautuu klooriytimen, beetahiukkasen ja antineutriinon kesken. Kaaviossa kloori-isotoopin hajoamisissa syntyvällä beetahiukkasella voi olla vaihtoehtoisesti kolme eri suurta liike-energiaa. Beetahiukkasen energiasta riippuen argontytäräydin voi jäädä hajoamisessa perustilaan tai hetkeksi kahteen eri viritystilaan. Viritystilojen energiat ovat $E_1 \approx 2,22 \text{ MeV}$, $E_2 \approx 3,70 \text{ MeV}$ ja perustilan energia on $E_0 = 0,00 \text{ MeV}$.

Kaaviossa γ -siirtymät kuvaavat argonin viritystilojen purkautumista. Kun argoniatomin ydin siirtyy energiatilalta E_2 energiatilaan E_1 , ydin lähettää γ_2 -kvantin. Vastaavasti siirtymästä $E_1 \rightarrow E_0$ syntyy γ_3 -kvantti ja siirtymästä $E_2 \rightarrow E_0$ syntyy γ_1 -kvantti.

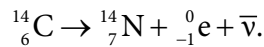
Viritystilän purkautuessa energiatasojen energiaero vapautuu gammakvantin energiana ja tytärtyimen liike-energiana. Valtaosa energiasta muuntuu γ -kvantin energiaksi ja vain pieni osa tytärtyimen liike-energiaksi. Tämän takia kaaviosta voidaan laskea γ -kvanttien likimääräiset energiat:

$$E(\gamma_1) \approx 3,70 \text{ MeV} - 0,00 \text{ MeV} = 3,70 \text{ MeV}$$

$$E(\gamma_2) \approx 3,70 \text{ MeV} - 2,22 \text{ MeV} = 1,48 \text{ MeV}$$

$$E(\gamma_3) \approx 2,22 \text{ MeV} - 0,00 \text{ MeV} = 2,22 \text{ MeV}.$$

- 10-7.** a) Koska $^{14}_6\text{C}$ -ydin emittoi elektronin se on β^- -aktiivinen. Hajoamisyyhtälö on



Massavaje on

$$\begin{aligned} \Delta m &= \left[m(^{14}_6\text{C}) - 6m(\text{e}) \right] - \left[m(^{14}_7\text{N}) - 7m(\text{e}) + m(\text{e}) \right] \\ &= m(^{14}_6\text{C}) - m(^{14}_7\text{N}) \\ &= 14,003\,241\,\text{u} - 14,003\,0740\,\text{u} \\ &= 0,000\,167\,\text{u}. \end{aligned}$$

Hajoamisenergia on

$$Q = \Delta mc^2 = 0,000167\,\text{u} \cdot c^2 = 0,000\,167 \cdot 931,494\,32 \frac{\text{MeV}}{c^2} c^2 \approx 0,156 \text{ MeV}.$$

Jos β^- -hajoamisessa tytärtyimen jää suoraan perustilaan, elektronin liike-energia on suurin mahdollinen eli hajoamisenergia. Elektronin suurin liike-energia on 0,156 MeV.

- b) Koska hajoamisessa syntyviä hiukkasia on kolme, energia jakautuu ei-

kvantittuneesti β^- -hiukkasen, neutriinon ja typpiytimen kesken. Vain näiden hiukkasten energioiden summa on kvantittunut.

10-8. a) Kun kultaisotooppi ^{198}Au hajoaa elohopeaksi ^{198}Hg , hajoaminen voi tapahtua viritystilojen kautta tai suoraan elohopean perustilaan. Pystysuorat nuolet kuvaavat elohopean viritystilojen purkaumista perustilaan tai ylemmästä viritystilasta alempaan.

b) Elohopean viritystilojen purkautuessa ydin emittoi gammakvantin, jonka energia on yhtä suuri kuin energiatilojen erotus. Lasketaan gammakvanttien energiat viritystilan purkautuessa perustilalle, jonka energia on 0,0 keV:

$$1) 1087,7 \text{ keV} - 0,0 \text{ keV} = 1087,7 \text{ keV tai}$$

$$2) 411,8 \text{ keV} - 0,0 \text{ keV} = 411,8 \text{ keV.}$$

Gammakvantin energia ylemmän viritystilan purkautuessa alemmaksi on

$$3) 1087,7 \text{ keV} - 411,8 \text{ keV} = 675,9 \text{ keV.}$$

Kvantin energia on $E = hf = \frac{hc}{\lambda}$, joten sen aallonpituus on $\lambda = \frac{hc}{E}$. Näin ollen kvantin aallonpituus on lyhin, kun sen energia on suurin eli 1087,7 keV.

Lyhin aallonpituus on

$$\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,99792 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1087,7 \cdot 10^3 \text{ eV}} = 1,1399 \cdot 10^{-12} \text{ m} = 1,1399 \text{ pm.}$$

Gammakvantin energia on $E = hf$, joten sen taajuus on $f = \frac{E}{h}$. Näin ollen kvantin taajuus on pienin, kun sen energia pienin eli 411,8 keV.

Pienin taajuus on

$$f = \frac{E}{h} = \frac{411,8 \cdot 10^3 \text{ eV}}{4,135\,6654 \cdot 10^{-15} \text{ eVs}} = 9,957 \cdot 10^{19} \frac{1}{\text{s}}.$$

10-9. Reaktioyhtälö elektronisieppauksessa on ${}_Z^AX + {}_{-1}^0e \rightarrow {}_{Z-1}^AY + \nu$.

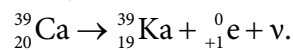
Vetyisotoopille ${}_1^1\text{H}$ yhtälö on ${}_1^1\text{H} + {}_{-1}^0e \rightarrow {}_0^1\text{n} + \nu$.

Lasketaan reaktion massavaje.

$$\begin{aligned}\Delta m &= m({}_1^1\text{H}) + m({}_{-1}^0e) - m({}_0^1\text{n}) \\ &= 1,007\,8250 \text{ u} + 5,485\,7991 \cdot 10^{-4} \text{ u} - 1,008\,6650 \text{ u} \\ &= -291,42009 \cdot 10^{-6} \text{ u}.\end{aligned}$$

Vetyisotooppi ${}_1^1\text{H}$ ei voi hajota elektronisieppauksella, koska tuloshiukkasen eli neutronin massa on suurempi kuin lähtöhiukkasten yhteenlaskettu massa.

10-10. a) β^+ -hajoamisessa kalsiumydin lähettää positronin ja neutriinin, jolloin syntyy kaliumydin. Tytärytimen protoniluku on yhtä pienempi kuin emoytimen. Massaluku pysyy samana. Reaktioyhtälö on



b) Neutriinin massa oletetaan nolaksi. Ytimien massat lasketaan vähentämällä atomien massoista elektronien massat. Massavaje on

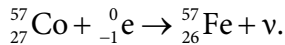
$$\begin{aligned}\Delta m &= \left[m({}_{20}^{39}\text{Ca}) - 20m(e) \right] - \left[m({}_{19}^{39}\text{Ka}) - 19m(e) + m(e) \right] \\ &= m({}_{20}^{39}\text{Ca}) - m({}_{19}^{39}\text{Ka}) - 2m(e) \\ &= 38,970\,718 \text{ u} - 38,963\,707 \text{ u} - 2 \cdot 5,485\,7991 \cdot 10^{-4} \text{ u} \\ &= 0,005\,913\,84 \text{ u}.\end{aligned}$$

Massavajetta vastaava reaktiossa vapautuva energia eli hajoamisenergia on

$$Q = \Delta mc^2 = 0,00591384 \text{ u} \cdot c^2$$

$$= 0,00591384 \cdot 931,49432 \frac{\text{MeV}}{c^2} \cdot c^2 \approx 5,509 \text{ MeV}.$$

10-11. a) Kobolttiydin sieppaa elektroniverhosta yhden elektronin, jolloin ytimessä protoni muuttuu neutroniksi. Ytimen protoniluku pienenee yhdellä ja neutroniluku kasvaa yhdellä. Massaluku ei muutu. Reaktiossa vapautuu neutriino. Koboltti muuttuu raudaksi seuraavan reaktioyhtälön mukaisesti:



b) Lasketaan massavaje vähentämällä kobolttiytimen ja sen sieppaaman elektronin yhteenlasketusta massasta rautaytimen massa. Neutriinon massa oletetaan nolaksi. Atomien ydinten massat lasketaan vähentämällä atomimassoista elektronien massat:

$$\Delta m = \left[m({}_{27}^{57}\text{Co}) - 27m(\text{e}) + m(\text{e}) \right] - \left[m({}_{26}^{57}\text{Fe}) - 26m(\text{e}) \right] = m({}_{27}^{57}\text{Co}) - m({}_{26}^{57}\text{Fe})$$

$$= 56,936\,294 \text{ u} - 56,935\,396 \text{ u} = 0,000898 \text{ u}.$$

Massavajetta vastaava vapautuva energia on

$$Q = \Delta mc^2 = 0,000898 \text{ u} \cdot c^2 = 0,000\,898 \cdot 931,494\,32 \frac{\text{MeV}}{c^2} \cdot c^2 \approx 0,836 \text{ MeV}.$$

Vapautuva energia on 0,836 MeV.

10-12. Massavaje alfahajoamisessa on

$$\Delta m = m_{\text{Am}} - m_{\text{Np}} - m_{\text{He}} = 241,056\,82 \text{ u} - 237,048\,167 \text{ u} - 4,002\,6033 \text{ u} =$$

$$0,006\,0497 \text{ u}.$$

Hajoamisessa vapautuva energia on

$$E = \Delta mc^2 = 0,006\,0497\, \text{u} \cdot c^2 = 0,006\,0497 \cdot 931,494\,32\, \text{MeV}/c^2 \cdot c^2 \\ = 5,635\,261\,188\, \text{MeV}.$$

Tämä energia jakautuu hajoamisessa Np-ytimen ja alfahiukkasen liike-energiaksi eli $E_{\text{Np}} + E_{\alpha} = E_{\text{Np}} + \frac{1}{2}m_{\alpha}v_{\alpha}^2 = 5,635\,261\,188\, \text{MeV}$.

Oletetaan, että amerikumydin oli levossa ennen hajoamista.

Kokonaisliikemäärä säilyy hajoamisessa, joten $\bar{p}_{\text{Am}} = \bar{p}_{\text{Np}} + \bar{p}_{\alpha}$. Valitaan positiiviseksi liikesuunnaksi Np-ytimen liikesuunta, jolloin edellinen yhtälö saa skalaariyhtälönä muodon $0 = m_{\text{Np}}v_{\text{Np}} - m_{\alpha}v_{\alpha}$.

Alfahiukkasen nopeus hajoamisen jälkeen on $v_{\alpha} = \frac{m_{\text{Np}}v_{\text{Np}}}{m_{\alpha}}$. Sijoitetaan

tämä liike-energian yhtälöön, jolloin saadaan

$$E_{\text{Np}} + \frac{1}{2}m_{\alpha} \left(\frac{m_{\text{Np}}v_{\text{Np}}}{m_{\alpha}} \right)^2 = 5,635\,261\,188\, \text{MeV} \text{ ja edelleen}$$

$$E_{\text{Np}} + \frac{1}{2}m_{\text{Np}}v_{\text{Np}}^2 \cdot \frac{m_{\text{Np}}}{m_{\alpha}} = E_{\text{Np}} + E_{\text{Np}} \cdot \frac{m_{\text{Np}}}{m_{\alpha}} = E_{\text{Np}} \left(1 + \frac{m_{\text{Np}}}{m_{\alpha}} \right) = 5,635\,261\,188\, \text{MeV}.$$

Ratkaistaan tästä Np-ytimen liike-energia:

$$E_{\text{Np}} = \frac{5,6353\, \text{MeV}}{1 + \frac{m_{\text{Np}}}{m_{\alpha}}} = \frac{5,635\,261\,188\, \text{MeV}}{1 + \frac{237,048\,167\, \text{u}}{4,001\,507\, \text{u}}} = 0,093\,547\,2623\, \text{MeV}.$$

Alfahiukkasen kineettinen energia on

$$E_{\alpha} = 5,635261188\, \text{MeV} - E_{\text{Np}} \\ = 5,635\,261\,188\, \text{MeV} - 0,093\,547\,2623\, \text{MeV} \approx 5,54\, \text{MeV}.$$

(Huomaa, että alussa lasketussa massavajeessa $\Delta m = 0,006\,0497\, \text{u}$ on vain 3 merkitsevää numeroa.)

TEHTÄVIEN RATKAISUT

11-1. a) Ei, b) Ei ja d) Ei.

Radioaktiivinen hajoaminen on ytimen sisäinen, satunnainen prosessi, joka noudattaa tilastollisia lakeja. Radioaktiivisuus on seurausta atomin ytimien hajoamisesta. Ytimien hajoamiseen eivät vaikuta kemialliset reaktiot eivätkä ulkoiset olosuhteet, kuten paine tai lämpötila.

c) Kyllä.

Kun näyte vanhenee, radioaktiivisten aineiden määrä vähenee, joten myös radioaktiivisuus vähenee.

11-2. a) Väärin. Radiumia on jäljellä puolet yhden puoliintumisaian (1600 a) kuluttua.

b) Oikein. Yhden puoliintumisaian (1600 a) kuluttua radiumia on jäljellä puolet eli 2,0 µg. Kahden puoliintumisaian (3200 a) kuluttua radiumia on jäljellä puolet 2,0 µg:sta eli 1,0 µg.

c) Oikein. 1600 vuotta sitten eli yksi puoliintumisaika ennen mittaushetkeä radiumia on ollut kaksinkertainen määrä eli 8,0 µg. Tästä määrästä on nyt jäljellä puolet eli 4,0 µg.

11-3. Hajoamislaki on $A = A_0 e^{-\lambda t}$, jossa $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$ on hajoamisvakio.

Näytteen aktiivisuus on

$$\begin{aligned} A &= A_0 e^{\frac{-\ln 2}{T_{1/2}} t} \\ &= 110 \cdot 10^3 \text{ Bq} \cdot e^{\frac{-\ln 2}{8,02 \text{ d}} 30 \text{ d}} \approx 8,2 \text{ kBq}. \end{aligned}$$

- 11-4.** Huomataan, että näytteen aktiivisuus on puoliintunut. Aktiivisuus vähenee puoleen puoliintumisajassa, joten näytteen ikä on $t = T_{1/2} = 5730 \text{ a} \approx 6000 \text{ a}$.

- 11-5. a)** Uraanin $^{236}_{92}\text{U}$ hajoamisreaktio on $^{236}_{92}\text{U} \rightarrow ^{232}_{90}\text{Th} + ^4_2\text{He}$.

b) Toriumin massa on m , joten toriumytimien lukumäärä on $N = \frac{m}{M} N_A$, kun M on toriumin moolimassa ja N_A Avogadron luku. Taulukkokirjan mukaan toriumin puoliintumisaika on $1,405 \cdot 10^{10} \text{ a}$.

Toriumnäytteen aktiivisuus on

$$\begin{aligned} A &= \lambda N = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} n N_A = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot \frac{m}{M} N_A \\ &= \frac{\ln 2}{1,405 \cdot 10^{10} \cdot 31,536 \cdot 10^6 \text{ s}} \cdot \frac{25,0 \text{ g}}{232,038 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \cdot 6,02214 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}} \\ &\approx 102 \text{ kBq}. \end{aligned}$$

- 11-6.** Hajoamislain mukaan aktiivisuus ajan t kuluttua on

$$A = A_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t}.$$

Ratkaistaan yhtälöstä $A = A_0 e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t}$ puoliintumisaika:

$$\begin{aligned} \frac{A}{A_0} &= e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t} \\ \ln \frac{A}{A_0} &= -\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t \ln e. \end{aligned}$$

Aineen puoliintumisaika on

$$T_{1/2} = -\frac{\ln 2}{\ln \frac{A}{A_0}} t = -\frac{\ln 2}{\ln \frac{110 \text{ Bq}}{120 \text{ Bq}}} \cdot 45 \text{ d} \approx 360 \text{ d}.$$

- 11-7.** a) Hajoamislain $A = A_0 e^{-\lambda t}$ mukaan plutoniumin aktiivisuus on ajan t kuluttua $A = A_0 e^{-\lambda t}$.

Koska $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$, aktiivisuus on $A = A_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t}$. Tehtävässä on annettu plutoniumin puoliintumisaika 87,7 a.

Lasketaan mitatun ja alkuperäisen aktiivisuuden suhde:

$$A = A_0 e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t}$$

$$\frac{A}{A_0} = e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t} = e^{-\frac{\ln 2}{87,7 \text{ a}} \cdot 31 \text{ a}} \approx 0,78 = 78 \, \%.$$

b) Nykyään sydämentahdistimissa käytetään energialähteenä litiumparistoja.

- 11-8.** Hajoamislaki on $A = A_0 e^{-\lambda t}$. Lasketaan, kuinka suuri osa hiilen radioaktiivisuudesta on jäljellä 1500 vuotta vanhassa puussa tuoreeseen puuhun verrattuna:

$$A = A_0 e^{-\lambda t}, \text{ joten}$$

$$\frac{A}{A_0} = e^{-\lambda t} = e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t} = e^{-\frac{\ln 2}{5730 \text{ a}} \cdot 1500 \text{ a}} = 0,834058.$$

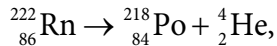
Radioaktiivisuus on vähentynyt $(1 - 0,834058) \cdot 100 \, \% \approx 17 \, \%$.

Kelohirsistä rakennetussa mökissä on siis 17 % vähemmän $^{14}_6\text{C}$ -isotoopista johtuvaa radioaktiivisuutta kuin tuoreesta puusta rakennetussa mökissä.

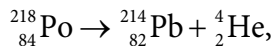
- 11-9. a)** Alfahajoamisessa ytimen massaluku pienenee neljällä ja järjestysluku kahdella. β^- -hajoamisessa massaluku säilyy ja järjestysluku kasvaa yhdellä.

Hajoamisreaktiot ovat seuraavat:

Radon-222:n alfahajoaminen isotoopiksi polonium-218:



polonium-218:n alfahajoaminen isotoopiksi lyijy-214:



lyijy-214:n β^- -hajoaminen vismutiksi: $^{214}_{82}\text{Pb} \rightarrow ^{214}_{83}\text{Bi} + ^0_{-1}\text{e} + \bar{\nu}$,

vismutti-214:n β^- -hajoaminen poloniumiksi: $^{214}_{83}\text{Bi} \rightarrow ^{214}_{84}\text{Po} + ^0_{-1}\text{e} + \bar{\nu}$.

Uraanin hajoamissarjan viimeinen ydin on lyijy-206 (stabiili ydin).

- b)** Tapa 1: A_0 on veden aktiivisuus näytteenottohetkellä. Hajoamislaista saadaan $A = A_0 e^{-\lambda t}$ veden aktiivisuudeksi litraa kohden näytteenottamishetkellä $A_0 = \frac{A}{e^{-\lambda t}} = A e^{\lambda t}$.

Koska $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$ ja taulukkokirjan mukaan $^{222}_{86}\text{Rn}$:n puoliintumisaika on 3,825 d, aktiivisuus näytteen ottamishetkellä on

$$A_0 = A e^{\frac{\ln 2 \cdot t}{T_{1/2}}} = 4700 \text{ Bq} \cdot e^{\frac{\ln 2 \cdot 28 \text{ h}}{3,825 \cdot 24 \text{ h}}} \approx 5800 \text{ Bq}.$$

Tapa 2: A_0 on veden aktiivisuus mittaushetkellä. Aktiivisuus litraa kohden näytteen ottamishetkellä 28 tuntia sitten (–28 h) oli

$$A = A_0 e^{-\lambda t} = A e^{\frac{\ln 2 \cdot t}{T_{1/2}}} = 4700 \text{ Bq} \cdot e^{\frac{\ln 2 \cdot (-28 \text{ h})}{3,825 \cdot 24 \text{ h}}} \approx 5800 \text{ Bq}.$$

(Merkittävänä terveysriskinä pidetään, jos yksityisessä käytössä olevan kaivon veden radonpitoisuus ylittää 1000 Bq/l.)

- 11-10.** Hajoamislaista $A = A_0 e^{-\lambda t}$ saadaan liuoksen alkuperäiseksi aktiivisuudeksi eli aktiivisuudeksi 4,0 vuorokautta aikaisemmin

$$A_0 = \frac{A}{e^{-\lambda t}} = A e^{\lambda t} = A e^{\frac{\ln 2 \cdot t}{T_{1/2}}} = 160 \text{ MBq} \cdot e^{\frac{\ln 2 \cdot 4,0 \text{ d}}{8,02 \text{ d}}} \approx 230 \text{ MBq}.$$

Liuoksen aktiivisuus millilitraa kohti on tiistaina

$$\frac{A_{01}}{V} = \frac{160 \text{ MBq}}{40,0 \text{ ml}} = 4,0 \text{ MBq/ml}.$$

Seuraavana maanantaina eli kuuden vuorokauden kuluttua aktiivisuus millilitraa kohti on

$$\frac{A_1}{V} = \frac{A_{01}}{V} e^{\frac{-\ln 2 \cdot 6,0 \text{ d}}{8,02 \text{ d}}} = 4,0 \text{ MBq/ml} \cdot e^{\frac{-\ln 2 \cdot 6,0 \text{ d}}{8,02 \text{ d}}} \approx 2,38150 \text{ MBq/ml}.$$

Maanantaina liuoksesta on jäljellä 25 ml (koska siitä on siis käytetty jo 15 ml).

Koska potilaan tulisi saada 8,0 MBq jodiannos, on hänelle annettava liuosta

$$\frac{8,0 \text{ MBq}}{2,38150 \text{ MBq/ml}} \approx 3,4 \text{ ml}.$$

11-11. a) Hajoamislain $A = A_0 e^{-\lambda t}$ mukaan plutoniumin aktiivisuus on ajan t kuluttua $A = A_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t}$.

Koska sähköteho on verrannollinen aktiivisuuteen, saadaan yhtälö

$P = P_0 e^{-\lambda t}$. Generaattorin sähköteho 25 vuoden kuluttua on

$$P = P_0 e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t} = 310 \text{ W} \cdot e^{-\frac{\ln 2}{87,7 \text{ a}} \cdot 25 \text{ a}} \approx 250 \text{ W}.$$

b) Kohdan a mukaan ajan t kuluttua laitteiston sähköteho on $P = P_0 e^{-\lambda t}$.

Jaetaan tämä yhtälö puolittain P_0 :lla. Saadaan yhtälö $\frac{P}{P_0} = e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t}$, josta otetaan puolittain luonnollinen logaritmi. Saadaan:

$$\ln \frac{P}{P_0} = \ln e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t}$$

$$\ln \frac{P}{P_0} = -\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t \cdot \ln e.$$

Ratkaistaan aika t , jonka ajan enintään laitteisto toimii:

$$\ln \frac{P}{P_0} = -\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t$$

$$t = \frac{\ln \frac{P}{P_0}}{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}}} = \frac{\ln \frac{170 \text{ W}}{310 \text{ W}}}{-\frac{\ln 2}{87,7 \text{ a}}} \approx 76 \text{ a}.$$

11-12. Jaetaan hajoamislain yhtälö $N = N_0 e^{-\lambda t}$ puolittain hiiliatomien määrällä $N(^{12}\text{C})$.

Saadaan yhtälö
$$\frac{N}{N(^{12}\text{C})} = \frac{N_0}{N(^{12}\text{C})} e^{-\lambda t}.$$

Merkitään lukumääräsuhteita lyhyesti $n_{\text{luu}} = \frac{N}{N(^{12}\text{C})}$ ja $n_{\text{eliö}} = \frac{N_0}{N(^{12}\text{C})}$, joten hajoamislaki voidaan esittää myös lukumääräsuhteiden avulla:

$$n_{\text{luu}} = n_{\text{eliö}} e^{-\lambda t}.$$

Lasketaan luun isotooppisuhteelle ylä- ja alarajat

$$n_{\text{luu,max}} = 1,02 \cdot 9,3 \cdot 10^{-13} = 9,486 \cdot 10^{-13} \text{ ja}$$

$$n_{\text{luu,min}} = 0,98 \cdot 9,3 \cdot 10^{-13} = 9,114 \cdot 10^{-13}.$$

Elävästä eliöstä saatu vastaava keskimääräinen isotooppisuhte on

$$n_{\text{eliö}} = 1,2 \cdot 10^{-12}.$$

Hajoamislaista $n_{\text{luu}} = n_{\text{eliö}} e^{-\lambda t}$ saadaan muoto $\frac{n_{\text{luu}}}{n_{\text{eliö}}} = e^{-\lambda t}$.

Otetaan yhtälöstä $\frac{n_{\text{luu}}}{n_{\text{eliö}}} = e^{-\lambda t}$ puolittain luonnolliset logaritmit ja ratkaistaan aika t

$$\ln \frac{n_{\text{luu}}}{n_{\text{eliö}}} = \ln e^{-\lambda t},$$

$$\ln \frac{n_{\text{luu}}}{n_{\text{eliö}}} = -\lambda t,$$

$$t = \frac{\ln \frac{n_{\text{luu}}}{n_{\text{eliö}}}}{-\lambda} = \frac{\ln \frac{n_{\text{luu}}}{n_{\text{eliö}}}}{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}}}$$

Lasketaan luun iälle ala- ja ylärajat.

Alaraja on

$$t_{\min} = \frac{\ln \frac{n_{\text{luu,max}}}{n_{\text{eliö}}}}{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}}} = \frac{\ln \frac{9,486 \cdot 10^{-13}}{1,2 \cdot 10^{-12}}}{-\frac{\ln 2}{5730 \text{ a}}} \approx 1943,40 \text{ a}$$

ja yläraja

$$t_{\max} = \frac{\ln \frac{n_{\text{luu,min}}}{n_{\text{eliö}}}}{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}}} = \frac{\ln \frac{9,114 \cdot 10^{-13}}{1,2 \cdot 10^{-12}}}{-\frac{\ln 2}{5730 \text{ a}}} \approx 2274,11 \text{ a.}$$

Lasketaan minkä vuosien väliin ala- ja ylärajat asettuvat:

$$2015 - 2274,11 = -259,11 \text{ eli noin 260 eaa ja}$$

$$2015 - 1943,40 = 71,6 \text{ eli noin 70 jaa.}$$

Ihmisen kuolinvuosi ajoittuu välille 260 eaa. – 70 jaa.

Luu voi olla peräisin rautakaudelta.

11-13. Ratkaistaan hajoamislaita näytteen ikä t :

$$\begin{aligned} A &= A_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t} \\ \frac{A}{A_0} &= e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t} \\ \ln \frac{A}{A_0} &= -\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t \ln e. \end{aligned}$$

Näytteen ikä on

$$t = -\frac{\ln \frac{A}{A_0}}{\frac{\ln 2}{T_{1/2}}} = -\frac{\ln \frac{7500 \text{ 1/d}}{20200 \text{ 1/d}}}{\frac{\ln 2}{5730 \text{ a}}} \approx 8190 \text{ a.}$$

Ottamalla huomioon aktiivisuuden virherajat saadaan laskettua myös iänmäärityksen virherajat. Jos $A = (7500 + 90) \text{ 1/d}$, sitä vastaava näytteen ikä on

$$t = -\frac{\ln \frac{A}{A_0}}{\frac{\ln 2}{T_{1/2}}} = -\frac{\ln \frac{7590 \text{ 1/d}}{20200 \text{ 1/d}}}{\frac{\ln 2}{5730 \text{ a}}} = 8091,81 \text{ a.}$$

$$t = 8090 \text{ a.}$$

Vastaavasti jos $A = (7500 - 90) \text{ 1/d}$, sitä vastaava näytteen ikä on

$$t = -\frac{\ln \frac{A}{A_0}}{\frac{\ln 2}{T_{1/2}}} = -\frac{\ln \frac{7410 \text{ 1/d}}{20200 \text{ 1/d}}}{\frac{\ln 2}{5730 \text{ a}}} = 8290,22 \text{ a.}$$

$$t = 8290 \text{ a.}$$

Edellisen perusteella saadaan näytteen iäksi noin $(8200 \pm 100) \text{ a.}$

11-14. Ilmakehän yläosissa kosminen säteily muuttaa osan hiili-isotoopista C-12 hiilen isotoopiksi C-14 eli radiohiileksi. Hiili sitoutuu yhteyttämisessä ilmakehän hiilidioksidista kasveihin, joita eläimet käyttävät ravintonaan. Hiilen isotooppisuhde $N(C-14):N(C-12)$ on likimain yhtä suuri ilmakehän hiilidioksidissa ja elävissä eliöissä. Eliön kuollessa sen hiiliaineenvaihdunta loppuu ja radiohiilen pitoisuus alkaa pienentyä beetahajoamisen vuoksi. Radiohiiliajoituksessa mitataan arkeologisen näytteen isotooppisuhde tai aktiivisuus, jota verrataan elävän eliön isotooppisuhteeseen tai aktiivisuuteen.

Menetelmä puutteita ja ongelmia ovat esimerkiksi seuraavat.

1. Menetelmällä voidaan tutkia vain elollisesta luonnosta peräisin olevien aineiden ikä.
2. Hyvin kauan sitten kuolleet eliöt sisältävät C-14 -isotooppia niin vähän, että mittaustarkkuus ei riitä iän määrittämiseen. Jos eliö on kuollut yli 50000 vuotta sitten radiohiilimenetelmää ei voi käyttää.
3. Äskettäin kuolleissa eliöissä muutoksia radiohiilessä on tapahtunut niin vähän, että mittaustarkkuus ei riitä iän määrittämiseen.
4. Isotooppisuhde $N(C-14):N(C-12)$ on vaihdellut aikojen kuluessa. Tästä johtuen isotooppisuhteen arvossa voi olla epätarkkuutta, jota ei tunneta. Isotooppisuhteen epätarkkuus aiheuttaa epätarkkuutta iänmäärittämisessä.

TEHTÄVIEN RATKAISUT

12-1. Oikeita väitteitä ovat b ja c.

12-2. a) Valtaosa luonnonuraanista on isotooppia $^{238}_{92}\text{U}$.

b) Ydinvoimalaitoksissa käytetään polttoaineena isotooppia $^{235}_{92}\text{U}$.

c) Isotoopin $^{235}_{92}\text{U}$ osuus luonnonuraanista on 0,7 %. Uraanin rikastamisella tarkoitetaan isotoopin $^{235}_{92}\text{U}$ osuuden kasvattamista suuremmaksi kuin se on luonnonuraanissa. Rikastamista tarvitaan, koska alle 1 %:n pitoisuus uraanin $^{235}_{92}\text{U}$ -isotooppia ei riitä ylläpitämään jatkuvaa ketjureaktiota ydinreaktorissa.

12-3. Fissioreaktioissa syntyneiden radioaktiivisten aineiden puoliintumisajat vaihtelevat huomattavan paljon. Alussa voimakkain säteily aiheutuu lyhytikäisistä isotoopeista, joiden aktiivisuus kuitenkin pienenee nopeasti. Sen takia käytettyjen polttoainesauvojen aktiivisuus pienenee merkittävästi jo yhden vuoden aikana. Ne isotoopit, joiden puoliintumisaika on pitkä, aiheuttavat pitkäkestoista säteilyä.

12-4. Alkutilan massaluku on $A(^{235}\text{U}) + A(\text{n}) = 235 + 1 = 236$ ja varausluku $Z(^{235}\text{U}) + Z(\text{n}) = 92 + 0 = 92$. Lopputilan massaluvun ja varausluvun pitää olla sama kuin alkutilan.

a) Lopputilan massaluku on $A(^{141}\text{Ba}) + A(^{92}\text{Kr}) + 3A(\text{n}) = 141 + 92 + 3 = 236$ ja varausluku $Z(^{141}\text{Ba}) + Z(^{92}\text{Kr}) + 3Z(\text{n}) = 56 + 36 + 0 = 92$. On mahdollinen reaktio.

b) $A(^{141}\text{Xe}) + A(^{93}\text{Sr}) + 3A(\text{n}) = 141 + 93 + 3 = 237$ ja $Z(^{141}\text{Xe}) + Z(^{93}\text{Sr}) + 3Z(\text{n}) = 54 + 38 + 0 = 92$. Ei ole mahdollinen reaktio, koska massaluku ei säily.

c) $A(^{139}\text{Cs}) + A(^{95}\text{Rb}) + 2A(\text{n}) = 139 + 95 + 2 = 236$ ja $Z(^{139}\text{Cs}) + Z(^{95}\text{Rb}) + 2Z(\text{n}) = 55 + 37 + 0 = 92$. On mahdollinen reaktio.

Mahdollisia reaktiota ovat a ja c.

12-5. a) Fissiassa raskas ydin halkeaa kahdeksi keskiraskaaksi ytimeksi. Prosessissa vapautuu energiaa ja neutroneja. Puoliintumisajan kuluessa alkuperäisten emoydinten määrä pienenee puoleen eli puolet emoytimistä hajoaa.

b) Vapautuvien neutronien määrä on suoraan verrannollinen tapahtuvien fissioreaktioiden määrään, joka puolestaan on verrannollinen ^{252}Cf -ytimien määrään. Radioaktiiviset reaktiot (myös spontaani fissio) noudattavat hajoamislakia. 6,5 vuoden kuluttua ostohetkestä lähteestä emittoituvia neutroneja on

$$N_n = N_{n0} e^{-\lambda t} = N_{n0} e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t} = 9,5 \cdot 10^6 \frac{\text{n}}{\text{s}} \cdot e^{-\frac{\ln 2}{2,64 \text{ a}} \cdot 6,5 \text{ a}} \approx 1,7 \cdot 10^6 \text{ n/s.}$$

Lähteestä emittoituu sekunnissa $1,7 \cdot 10^6$ neutronia.

12-6. a) Reaktiossa $^{235}_{92}\text{U} + ^1_0\text{n} \rightarrow ^{143}_{56}\text{Ba} + ^{90}_{36}\text{Kr} + 3\left[^1_0\text{n}\right]$ massavaje on

$$\begin{aligned} \Delta m &= \left[m\left(^{235}_{92}\text{U}\right) - 92m\left(^0_{-1}\text{e}\right) + m\left(^1_0\text{n}\right) \right] \\ &\quad - \left[m\left(^{143}_{56}\text{Ba}\right) - 56m\left(^0_{-1}\text{e}\right) + m\left(^{90}_{36}\text{Kr}\right) - 36m\left(^0_{-1}\text{e}\right) + 3m\left(^1_0\text{n}\right) \right] \\ &= m\left(^{235}_{92}\text{U}\right) + m\left(^1_0\text{n}\right) - m\left(^{143}_{56}\text{Ba}\right) - m\left(^{90}_{36}\text{Kr}\right) - 3m\left(^1_0\text{n}\right) \\ &= 235,043925 \text{ u} + 1,0086650 \text{ u} - 142,920627 \text{ u} \\ &\quad - 89,919528 \text{ u} - 3 \cdot (1,008665 \text{ u}) \\ &= 0,186440 \text{ u.} \end{aligned}$$

Vapautuva energia on

$$Q = \Delta mc^2 = 0,186440 \text{ u} \cdot c^2 = 0,186440 \text{ u} \cdot 931,49432 \frac{\text{MeV}}{c^2} c^2 \approx 173,67 \text{ MeV}.$$

b) Fuusioreaktiossa massavaje on

$$\begin{aligned}\Delta m &= \left[2m\left({}_1^2\text{H}\right) - 2m\left({}_{-1}^0\text{e}\right) \right] - \left[m\left({}_2^3\text{He}\right) - 2m\left({}_{-1}^0\text{e}\right) + m\left({}_0^1\text{n}\right) \right] \\ &= 2m\left({}_1^2\text{H}\right) - m\left({}_2^3\text{He}\right) - m\left({}_0^1\text{n}\right) \\ &= 2 \cdot 2,0141018 \text{ u} - 3,0160293 \text{ u} - 1,0086650 \text{ u} \\ &= 0,0035093 \text{ u}.\end{aligned}$$

Vapautuva energia on

$$Q = \Delta mc^2 = 0,0035093 \text{ u} \cdot c^2 = 0,0035093 \text{ u} \cdot 931,49432 \frac{\text{MeV}}{c^2} c^2 \approx 3,2689 \text{ MeV}.$$

12-7. a) Veden (H_2O) moolimassa on

$$(2 \cdot 1,008 + 16,000) \text{ g/mol} = 18,016 \text{ g/mol}.$$

Veden (1,0 kg) ainemäärä on

$$n = \frac{m}{M} = \frac{1000 \text{ g}}{18,016 \text{ g/mol}} = 55,5062 \text{ mol}.$$

ja vesimolekyylien lukumäärä on

$$55,5062 \text{ mol} \cdot N_A = 55,5062 \text{ mol} \cdot 6,02214 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}} = 3,34266 \cdot 10^{25}.$$

Vetyatomien (${}_1^1\text{H}$) lukumäärä on $2 \cdot 3,34266 \cdot 10^{25} \text{ kpl} = 6,68532 \cdot 10^{25}$.

Deuteriumatomeja ($\text{D} = {}_1^2\text{H}$) on $6,68532 \cdot 10^{25} \text{ kpl} / 6500 = 1,02851 \cdot 10^{22}$.

Yhteen fuusioreaktioon tarvitaan kaksi deuteriumatomia, joten reaktioita

voi tapahtua $\frac{1,02851 \cdot 10^{22}}{2} = 5,14255 \cdot 10^{21}$ ja niissä vapautuvan energia on

$$\begin{aligned} 5,14255 \cdot 10^{21} \cdot 4,03 \text{ MeV} &= 20,7245 \cdot 10^{27} \text{ eV} \\ &= 20,7245 \cdot 10^{27} \cdot 1,60218 \cdot 10^{-19} \text{ J} \\ &= 3,32043 \text{ GJ} \approx 3,3 \text{ GJ}. \end{aligned}$$

b) Bensiinin lämpöarvo poltettaessa on 43,5 MJ/kg. Bensiiniä tarvitaan

a-kohdan energiamäärän saamiseksi

$$\frac{3,32043 \text{ GJ}}{43,5 \cdot 10^6 \text{ J/kg}} = 76,3317 \text{ kg}.$$

Tällä bensiinimäärällä auto kulkee matkan

$$\frac{76,3317 \text{ kg}}{7,4 \text{ kg}} \cdot 100 \text{ km} \approx 1000 \text{ km}.$$

12-8. a) Ydinreaktori käyttää ydinpolttoainetta teholla

$$P_{\text{otto}} = \frac{P_{\text{sähkö}}}{\eta} = \frac{440 \text{ MW}}{0,30} = 1466,67 \text{ MW} = 1466,67 \text{ MJ/s}.$$

Vuorokauden aikana ydinreaktorin käyttämä energia on

$$E = P_{\text{otto}} t = 1466,67 \text{ MJ/s} \cdot 86400 \text{ s} = 1,26720 \cdot 10^{14} \text{ J} \approx 130 \text{ TJ}.$$

b) Vuorokauden aikana tapahtuvien fissioiden määrä on

$$\frac{1,26720 \cdot 10^{14} \text{ J}}{200 \text{ MeV}} = \frac{1,26720 \cdot 10^{14} \text{ J}}{0,160218 \cdot 10^{-18} \text{ J/eV}} \approx 4 \cdot 10^{24}.$$

12-9. Fuusioenergian etuja ovat:

- suurempi energiamäärä suhteessa polttoaineen määrään kuin nykyisin käytetyillä polttoaineilla
- kestävä energiamuoto, koska polttoaineen määrä käytännössä rajoittamaton
- ei synnytä hiilidioksidipäästöjä eikä siten lisää kasvihuoneilmiön voimistumista
- ei synnytä radioaktiivista jätettä
- ei tuota aineita, joita voitaisiin käyttää ydinasevarusteluun
- ei vaaraa ylikuumenemisesta ja sulamisesta
- polttoaine on halpaa ja kaikkien saatavissa.

TESTAA, OSAATKO S. 127

1. b 2. b, c 3. b 4. a, b 5. a, b 6. a, c 7. a, b 8. b, c 9. a 10. a, c

TEHTÄVIEN RATKAISUT

13-1.

	Hiukkassäteilyä.	Ionisoivaa säteilyä.	Hirsiseinä pysäyttää säteilyn.	Maan pinnalla havaittavan säteilyn merkittävä lähde on Aurinko.
Alfasäteily	×	×	×	
Gammasäteily		×		
Näkyvä valo			×	×

13-2. a) Voit havaita valon silmien näkösolujen hermojen avulla. Valon aiheuttama hermoärsytys havaitaan aivoissa. Infrapunasäteily tuntuu ihon pinnalla lämmön tunteena.

b) Esimerkiksi kehossasi, kuten kaikkien ihmisten kehossa, on erilaisia radioaktiivisia isotooppeja. Toiset lähettävät alfasäteilyä ja toiset beetasäteilyä. Samalla syntyy sähkömagneettista gammasäteilyä. Esimerkiksi alfa-, beeta- ja gammasäteily ovat kolme säteilylajia, jotka kohdistuvat sinuun tällä hetkellä.

13-3. a) Ulkoinen säteily tulee pääasiassa luonnon taustasäteilystä. Radon aiheuttaa joillakin alueilla Suomessa noin puolet henkilön saamasta säteilyannoksesta. Suomen kallioperän yleisimmissä kivilajeissa, graniitissa ja gneississä, on radioaktiivista uraania ja toriumia: säteily aiheutuu pääasiassa U-238- ja Th-232- hajoamissarjojen radioaktiivisista isotoopeista.

b) Sisäinen säteily on ihmisen kohon sisältä tulevaa säteilyä. Ihmisen kehossa on useita radioaktiivisia aineita. Radioaktiiviset aineet, kuten kalium $^{40}_{19}\text{K}$, lyijy $^{210}_{82}\text{Pb}$, polonium $^{210}_{84}\text{Po}$ ja hiili $^{14}_6\text{C}$, kulkeutuvat kehoon

ruoan, juoman ja hengitysilman mukana. Elimistöön siirtyy myös uraanin isotooppeja ja hajoamisketjun tytärnuklideja, esimerkiksi radiumia.

c) Aineiden poistumiseen kehosta vaikuttaa niiden kiertokulku elimistössä. Poistumisnopeutta kehosta kuvataan biologisella puoliintumisajalla. Se on aika, jonka kuluessa puolet aineesta on erittynyt pois.

13-4. a) Efektiivinen annos kuvaa säteilyn vaikutusta ihmiseen. Se ilmaisee säteilyn aiheuttaman terveydellisen kokonaishaitan. Efektiivisen annoksen yksikkö on sievert (Sv).

b) Efektiivinen kokonaisannos riippuu myös niistä elimistä, joihin säteily kohdistuu. Efektiivisen annoksen suuruuteen vaikuttavat mm. säteilyn kokonaisenergia, säteilylaji, yksittäisten hiukkasten liike-energiat, gamma- ja röntgensäteilyn aallonpituus sekä säteilylle altistunut kehon osa.

13-5. a) Annosnopeus ilmaisee, kuinka suuren säteilyannoksen ihminen saa tietyssä ajassa. Annosnopeutta käytetään kuvaamaan, kuinka vaarallista on oleskelu tietyssä paikassa tietynlaisen säteilyn kohteena.

b) Alueellinen vaihtelu annosnopeuksissa johtuu kallio- ja maaperän uraanipitoisuuksien eroista. Lumi- ja jääkerros vaimentaa maaperästä tulevaa säteilyä.

13-6. Suomalaisten keskimääräinen säteilyannos vuodessa on noin 3,2 mSv ja siitä puolet on 1,6 mSv. Lentoaika olisi $\frac{1,6 \text{ mSv}}{5 \mu\text{Sv/h}} \approx 300 \text{ h}$. (Huomaa, lentoaika vastaisi noin kuuttatoista käyntiä Thaimaassa vuosittain.)

13-7. Seuraavassa on mainittu luettelonomaisesti tehtävässä käsiteltäviä asioita. Vastaus on laadittava käyttäen kokonaisia virkkeitä.

a) Ionisoivaksi säteilyksi kutsutaan säteilyä, joka törmätessään aineeseen pystyy irrottamaan elektroneja atomien elektronikuorilta eli atomit ionisoituvat.

-atomiytimien lähettämä alfa- ja beettahiukkassäteily sekä lyhytaaltainen sähkömagneettinen gammasäteily

-atomin elektroniverhon lähettämä lyhytaaltainen sähkömagneettinen röntgensäteily

b) Vastauksessa on käsiteltävä kolmea kohtaa seuraavista:

Sisäilman radon ($^{222}_{86}\text{Rn}$)

-syntyy uraanin hajoamisketjussa

-kaasu, puoliintumisaika 3,825 d, joten ehtii siirtyä maaperästä ilmakehään ja huonelimaan

-alfa-aktiivinen ja siksi vaarallinen hengitettynä, lisää keuhkosyövän riskiä suurina pitoisuuksina

-on monin paikoin otettava huomioon rakennusten ja porakaivojen suunnittelussa

Lääketieteellinen käyttö (tutkimuksissa (eli diagnostiikassa) ja hoidossa)

-röntgensäteily ja gammasäteily läpivalaisukuvauksissa ja sädehoidossa (syöpä)

-radioisotooppien käyttö sisäisenä lähteenä tutkimuksissa (verisuonten tukkeumat)

-radioisotooppien käyttö sisäisenä lähteenä sädehoidossa (syöpäsolujen tuhoaminen)

Ulkoinen säteily maaperästä

-radioaktiivisten aineiden hajoamisketjut (sarjat) maaperässä (luonnon pitkäikäiset isotoopit)

-maaperästä tuleva hajoamisketjuissa syntyvä gammasäteily ja säteilyn lähteet, esim. uraani, torium, radon

-kiviperäisten aineiden käyttö rakennusmateriaaleina ja tästä aiheutuva säteily sisätiloissa

Ulkoinen säteily avaruudesta

-kosminen säteily Auringosta eli aurinkotuuli (esim. protonit ja elektronit)

-kosminen säteily ulkoavaruudesta (enimmäkseen suurenergistä hiukkassäteilyä)

-kosmisen säteilyn aiheuttama sekundäärisäteily ilmakehässä (protonit, elektronit, myonit, gammasäteily)

Luonnon radioaktiiviset aineet kehossa

-uraanisarjan monet radioaktiiviset isotoopit veteen liuenneina, esim. uraani, radon, torium

-kalium-40 ja hiili-14 ravinnon mukana

Tšernobyl

-erityisesti petokaloissa ja sienissä on edelleen laskeuman mukana tullutta isotooppia Cs-137, muita isotooppeja ei ole luonnossa enää merkittäviä määriä

13-8. Säteilyltä suojautumisen tärkeimmät periaatteet ovat seuraavat:

1. Säteilylle altistumisaika tulee olla mahdollisimman lyhyt.

2. Säteilylähteitä tulee käyttää ja säilyttää niin, että niiden etäisyys ihmisiin on mahdollisimman suuri.
3. Säteilylähteen ja ihmisten väliin on asetettava riittävä säteilysuoja, esimerkiksi lyijylevyjä vaimentamaan gammasäteilyä riittävästi.
4. Radioaktiivinen saastuminen on estettävä. Saastumisella tarkoitetaan esimerkiksi radioaktiivisia nesteroiskeita tai huoneilmaan vapautuneita kaasuja.

13-9. Heikennyskerroin on $\mu = 46 \text{ 1/m}$ ja lyijylevyn paksuus $x = 0,0060 \text{ m}$.
Heikennyslain mukaisesti saadaan

$$I = I_0 e^{-\mu x} = I_0 e^{-46 \frac{1}{\text{m}} \cdot 0,0060 \text{ m}} = 0,76 I_0.$$

Lyijylevyn lävitse menee 76 % gammasäteilyä.

13-10. a) Gammasäteilyn intensiteetti pienenee heikennyslain $I = I_0 e^{-\mu x}$ mukaisesti puoleen eli $\frac{I_0}{2} = I_0 e^{-\mu x}$. Otetaan yhtälöstä $\frac{1}{2} = e^{-\mu x}$ puolittain

logaritmi, jolloin saadaan yhtälö $\ln \frac{1}{2} = -\mu x \ln e$. Gammasäteilyn

puoliintumispaksuus vedessä on 0,23 m, joten heikennyskerroimeksi

$$\text{saadaan } \mu = \frac{\ln \frac{1}{2}}{-x} = \frac{\ln \frac{1}{2}}{-0,23 \text{ m}} \approx 3,01368 \frac{1}{\text{m}}.$$

Heikennyskerroin on 3,0 1/m.

b) Gammasäteilyn intensiteetiksi 2,0 m paksun vesikerroksen läpäisyn jälkeen saadaan

$$I = I_0 e^{-\mu x} = I_0 e^{-3,01368 \frac{1}{\text{m}} \cdot 2,0 \text{ m}} \approx 0,0024 I_0.$$

Vesikerroksen lävitse menee 0,24 % gammasäteilystä.

13-11. Oikein 1) noin 1/3.

Olkoon alkuperäinen säteilyn määrä I_0 . Yhtälöstä $I = I_0 e^{-\mu x}$ saadaan heikennyskertoimeksi

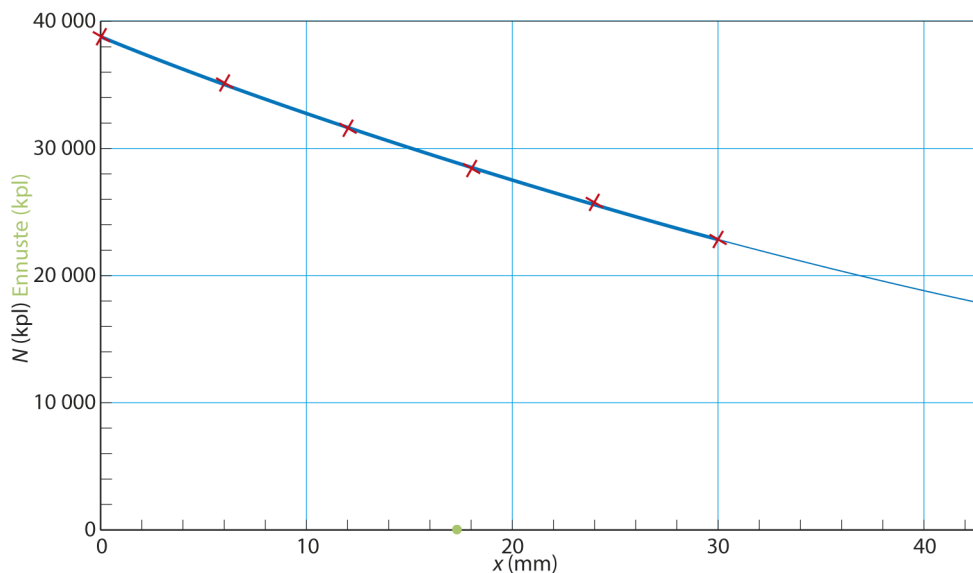
$$\mu = \frac{-\ln \frac{I}{I_0}}{x} = \frac{-\ln \frac{0,5 I_0}{I_0}}{0,050 \text{ m}} = \frac{-\ln 0,5}{0,050 \text{ m}} = 13,8629 \frac{1}{\text{m}}.$$

8,0 cm paksuinen kudokerros päästää läpi gammasäteilystä määrän

$$I = I_0 e^{-\mu x} = I_0 e^{-13,8629 \frac{1}{\text{m}} \cdot 0,080 \text{ m}} \approx 0,33 I_0.$$

Säteily vaimenee siis noin kolmasosaan.

13-12. Koska mittauksissa käytetty aikajakso on vakiopituinen, pulssimäärät ovat vertailukelpoisia.



Koska alkuperäinen pulssien määrä oli 38791, voidaan puoliintumispaksuus lukea kuvaajasta ekstrapoloimalla kohtaan

$$N = \frac{38791}{2} \approx 19396. \text{ Alumiinikerroksen paksuus on noin 4,0 cm.}$$

13-13. Heikennyslain mukaan intensiteetti etäisyydellä x on $I = I_0 e^{-\mu x}$. Yhtälö

$$\text{saadaan muotoon } \frac{I}{I_0} = e^{-\mu x}.$$

Kun yhtälön molemmilta puolilta otetaan luonnolliset logaritmit,

$$\text{saadaan } \ln \frac{I}{I_0} = \ln e^{-\mu x} \text{ ja edelleen}$$

$$\ln \frac{I}{I_0} = -\mu x: \text{ tämä yhtälö voidaan kirjoittaa muotoon } \ln \frac{I_0}{I} = \mu x.$$

Jotta yhtälön $\ln \frac{I_0}{I} = \mu x$ kuvaaja on suora, mittaustulokset pitää

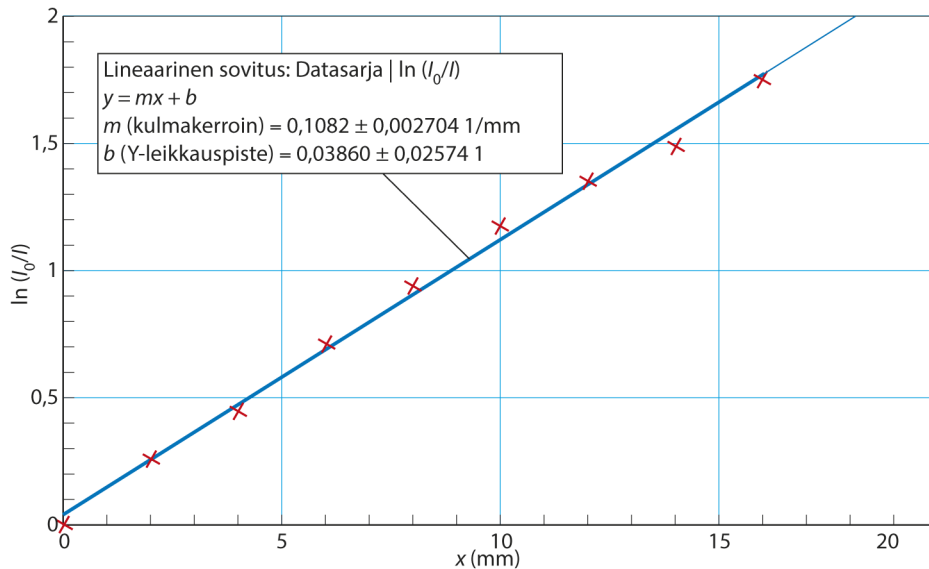
esitetään $x, \ln \frac{I_0}{I}$ -koordinaatistossa ja tällöin suoran fysikaalisesta

kulmakertoimesta saadaan heikennyskerroin μ . Lasketaan taulukkoon

suhteet $\ln \frac{I_0}{I}$ ja esitetään mittaustulokset $x, \ln \frac{I_0}{I}$ -koordinaatistossa.

x (mm)	Pulssit (kpl)	$\ln \frac{I_0}{I}$
0	1205	0
2	935	0,2537
4	769	0,4491
6	590	0,7141
8	468	0,9458
10	371	1,1780
12	311	1,3544
14	271	1,4921
16	210	1,7471

Mittaustulokset $x, \ln \frac{I_0}{I}$ -koordinaatistossa.



Mittaushjelman mukaan heikennyskerroin on

$$\mu = 0,1082 \text{ 1/mm} \approx 110 \text{ 1/m}.$$

13-14. a) Radonin hajoamisytälö on ${}^{222}_{86}\text{Rn} \rightarrow {}^{218}_{84}\text{Po} + {}^4_2\text{He}$.

b) Radon on ongelma tietyillä alueilla Suomessa erityisesti omakotitalojen sisäilmassa, jos maaperästä vapautuva radon pääsee huonosti eristetyin alapohjan läpi talon sisäilmaan. Radonia kulkeutuu helposti huoneilmaan rakennusten perustusten pienten rakojen kautta, ellei kulkeutumista ole estetty. Tällöin esimerkiksi keuhkosyövän riski kasvaa. Hengitysilman radonin aiheuttaman säteilyannoksen osuus on Suomessa noin puolet väestön vuotuisesta säteilyn kokonaisannoksesta. Radonin haittoja osataan torjua rakennusteknisin keinoin. Vaihtelevia määriä radonia ja muita ${}^{238}_{92}\text{U}$:n hajoamisketjun radioaktiivisia tuotteita on myös porakaivojen vesissä.

c) Väite pitää paikkansa. Suomalaisen keskimääräinen säteilyannos on noin 3,2 mSv vuodessa. Noin puolet tästä annoksesta aiheutuu sisäilman radonista.

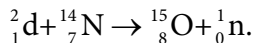
d) Kuvan musta purkki on asuntojen radonmittauksen tarkoitettu mittauspurkki.

TEHTÄVIEN RATKAISUT

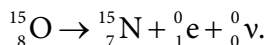
- 14-1.** a) Väärin. X-ray tarkoittaa röntgensäteilyä.
b) Väärin. Röntgenkuvantamisessa käytetään ionisoivaa säteilyä, joka voi olla terveyshaittoja.
c) Oikein.
d) Väärin. PET-kuvantamisessa käytetään β^+ -aktiivisia isotooppeja.
e) Oikein.
f) Oikein.
- 14-2.** a) Röntgensäteilyn fotonit vuorovaikuttavat aineen atomien kanssa. Ne esimerkiksi törmäävät atomiin löysästi sitoutuneiden elektronien kanssa ja luovuttavat niille osan energiastaan. Toisiaan seuraavien törmäysten jälkeen foton on saattanut menettää kaiken energiansa eli se on absorboitunut aineeseen. Röntgensäteilyn vaimeneminen ilmenee pääasiassa aineen sisäenergian lisääntymisenä, ts. aineen lämpenemisenä.
- b) Kirjaimilla merkittävissä kohdissa röntgensäteilyn energia tulee riittävän suureksi irrottamaan elektronin atomin alimmalta (K) ja tätä lähimmiltä ($L_{1,2,3}$) energiakuorilta. Koska silloin atomille tulee uusi tapa absorboida säteilyä, säteilyn vaimeneminen kasvaa.
- 14-3.** a) Sähkömagneettisen säteilyn energia on $E = hf$, josta saadaan taajuuudeksi

$$f = \frac{E}{h} = \frac{1 \cdot 10^{-7} \text{ eV}}{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs}} \approx 20 \text{ MHz.}$$

- 14-4.** a) Happi-15-isotooppia tuotetaan pommittamalla deuteriumilla typpikohtia. Reaktioyhtälö on



- b) Happi-15 on β^+ -aktiivinen, ja sen hajoamisen reaktioyhtälö on



- c) Taulukkokirjan mukaan β^+ -aktiivisen fluori-18-isotoopin puoliintumisaika on 1,87 h, hiili-11-isotoopin 20,38 min ja happi-15-isotoopin 2,03 min. Fluori-isotooppi ehtii hajota hiukkaskiihdytinlaboratoriosta sairaalaan kuljetuksen aikana vähemmän kuin muut isotoopit, joten sen käyttäminen ei vaadi yhtä tarkkaa aikatauluttamista kuin mainittujen muiden isotooppien käyttäminen. Lyhytikäiset isotoopit vaativat, että sairaalassa on isotooppien valmistamista varten oma kiihdytin.

- 14-5.** $A = 250 \text{ MBq}$, $t = 45 \text{ min}$ $T_{1/2} = 109,77 \text{ min}$

- a) Reaktioyhtälö on ${}^{18}_9\text{F} \rightarrow {}^{18}_8\text{O} + \text{e}^+ + \nu$.

- b) Näytteen aktiivisuus 45 minuutin kuluttua sen valmistamisesta on $A =$

$$A_0 e^{-\lambda t}, \text{ jossa hajoamisvakio on } \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}.$$

Aktiivisuus heti valmistamisen jälkeen on

$$A_0 = \frac{A}{e^{-\lambda t}} = \frac{A}{e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t}} = \frac{250 \text{ MBq}}{e^{-\frac{\ln 2}{109,77 \text{ min}} \cdot 45 \text{ min}}} \approx 330 \text{ MBq}$$

c) Näytteen aktiivisuus laskee nopeasti, koska fluori-18 -isotoopin puoliintumisaika on lyhyt. Siksi näyte on annettava potilaalle nopeasti, jotta näytteen aktiivisuus on haluttu kuvauksen onnistumiseksi.

Tunnin luokkaa oleva puoliintumisaika on sopiva, koska silloin merkkiaineen aktiivisuus ei ehdi pienentyä suuresti kuljetuksen aikana eikä radioaktiivista isotooppia tarvitse valmistaa suurta määrää. Toisaalta tutkimukseen kuluva aika on suuruusluokkaa tunti, joten merkkiaineen aktiivisuus ei ehdi muuttua merkittävästi tutkimuksen aikana. Jos puoliintumisaika olisi huomattavasti tuntia suurempi, potilas olisi alttiina radioaktiiviselle säteilylle vielä pitkään tutkimuksen jälkeen, joka lisäisi hänen saamaansa kokonaisannosta ja voisi olla hänelle haitallista.

Fluoriydin hajoaa emittoimalla positronin, joka etenee kudoksessa vain lyhyen matkan. Kun positroni kohtaa antihiukkasensa elektronin, positroni ja elektroni annihiloituvat. Tällöin syntyy kaksi gammakvanttia ja PET-kuvauksessa havaitaan gammasäteilyä. Se läpäisee hyvin kudosta.

TESTAA, OSAATKO S. 147

4. b 5. a, c 6. c 7. b, c 8. b 9. a, b 10. c

TEHTÄVIEN RATKAISUT

15-1. a) Oikein.

b) Väärin. Uraani on syntynyt tähtien räjähdyksissä.

c) Oikein.

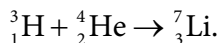
d) Oikein.

e) Väärin. Transuraanisia alkuaineita saadaan aikaan hiukkaskiihdyttimillä.

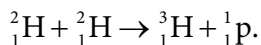
f) Oikein.

15-2. Ihmisen yleisimmät alkuaineet ovat happi, hiili, vety ja typpi. Vetyä lukuun ottamatta nämä kaikki ovat syntyneet tähdissä ja tähtiräjähdyksissä tapahtuneissa ydinreaktioissa ja levinneet avaruuteen tähtien räjähdysten seurauksena.

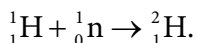
15-3. Litium syntyy tritiumin fuusioituessa helium-4:n kanssa:



Helium-4 on syntynyt tätä ennen vedystä fuusioitumalla. Tritium on syntynyt kahden deuterium-ytimen fuusioituessa:



Deuterium on puolestaan syntynyt vedystä neutronisieppauksella:



15-4. Nova syntyy kaksoistähdessä, jossa toinen osapuoli on valkoinen kääpiötähti ja toinen jättiläistähti. Jättiläistähdessä virtaa kaasua (vetyä) valkoisen kääpiön pinnalle ja muodostaa siihen ”ilmakehän”. Valkoisen kääpiön lähettämä säteily kuumentaa kaasun niin korkeaan lämpötilaan, että kaasussa alkaa tapahtua fuusioita.

15-5. Esseessä mainittavia asioita:

- Kevyiden alkuaineiden syntyminen alkuräjähdyksessä
- Tähdissä tapahtuvat fuusiot ja raudan ja sitä kevyempien alkuaineiden tuotto
- Supernovaräjähdykset ja tähtien törmäyksessä, joissa syntyvät rautaa raskaammat alkuaineet
- kiihdyttimillä voidaan valmistaa urania raskaampia alkuaineita, joita ei esiinny luonnossa.

15-6. a) Varhaisessa maailmankaikkeudessa syntyi vetyä, heliumia ja litiumia.

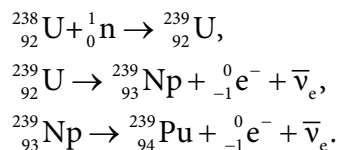
b) Järjestysluvultaan parilliset ytimet ovat syntyneet yleensä edeltävästä parillisesta ytimestä fuusioitumalla heliumin kanssa jolloin järjestysluku Z on kasvanut kahdella.

c) Rautaa ja nikkeliä raskaampien ydinten tuottaminen vaatii energiaa, koska niiden sidosenergia on aina pienempi kuin niitä järjestysluvussa edeltävien ydinten sidosenergia. Rautaa ja nikkeliä kevyempien alkuaineiden muodostuessa vapautuu energiaa, joten ne muodostuvat helpommin.

d) Hiili syntyy kolmen helium-4-isotooppien fuusiossa. Kahden helium-4-isotoopin fuusioituessa syntyy massalukua 8 olevia isotooppeja, kuten ${}^8_3\text{Li}$ (protonin muuttuessa beetahajoamisessa neutroniksi), ${}^8_4\text{Be}$ ja ${}^8_5\text{B}$

(neutronin muuttuessa beetahajoamisessa protoniksi). Taulukkokirjasta todetaan, että mikään näistä isotoopeista ei ole pysyvä. Litiumin, berylliumin ja boorin pysyvät isotoopit ${}^6_3\text{Li}$ ja ${}^7_3\text{Li}$, ${}^9_4\text{Be}$ sekä ${}^{10}_5\text{B}$ ja ${}^{11}_5\text{B}$ syntyvät harvinaisempien reaktioiden tuloksena, minkä takia niitä on huomattavasti vähemmän kuin hiiltä.

15-7. Reaktioyhtälö on



Taulukkokirjan mukaan neptuniumin puoliintumisaika plutoniumiksi on 2,355 d, joten reaktioiden tulee jatkua verrattain kauan ennen kuin uraanista on syntynyt merkittäviä määriä plutoniumia.

TEHTÄVIEN RATKAISUT

- 16-1.** a) Väärin. Kosminen taustasäteily on peräisin kaikkialta avaruudesta.
b) Väärin. Maailmakaikkeus syntyi noin 13,8 miljardia vuotta sitten.
c) Oikein.
d) Oikein.
e) Oikein.
f) Väärin. Avaruuden pimeys johtuu siitä, että avaruudessa on valonlähteitä eli tähtiä ja galakseja suhteellisen harvassa. Lisäksi koska maailmankaikkeus laajenee, kaukana olevien kohteiden näennäinen kirkkaus on pienentynyt alle ihmisen näkökyvyn.
- 16-2.** a) Galaksien loittoneminen pääteltiin galaksien lähettämän valon punasiirtymästä.
b) Tähtien nopeudet galakseissa eivät pienene radan säteen kasvaessa sillä tavalla kuin niiden tulisi pienetä, jos niiden liikkeisiin vaikuttaisi ainoastaan galaksien näkyvän aineen aiheuttama gravitaatio. Sama pätee galaksien liikkeisiin galaksiryhmissä.
c) Kaukaisista galakseista tehtyjen havaintojen mukaan maailmankaikkeuden laajeneminen on kiihtyvää. Havainto voidaan selittää pimeän energian avulla.
- 16-3.** Hubblen lain mukaan loittonemisnopeuden v ja galaksin etäisyyden d välillä on yhtälö $v = H_0 \cdot d$,

jossa $H_0 = 22 \frac{\text{km}}{\text{s} \cdot \text{Mly}}$ on Hubblen vakio.

Loittonemisnopeudeksi saadaan

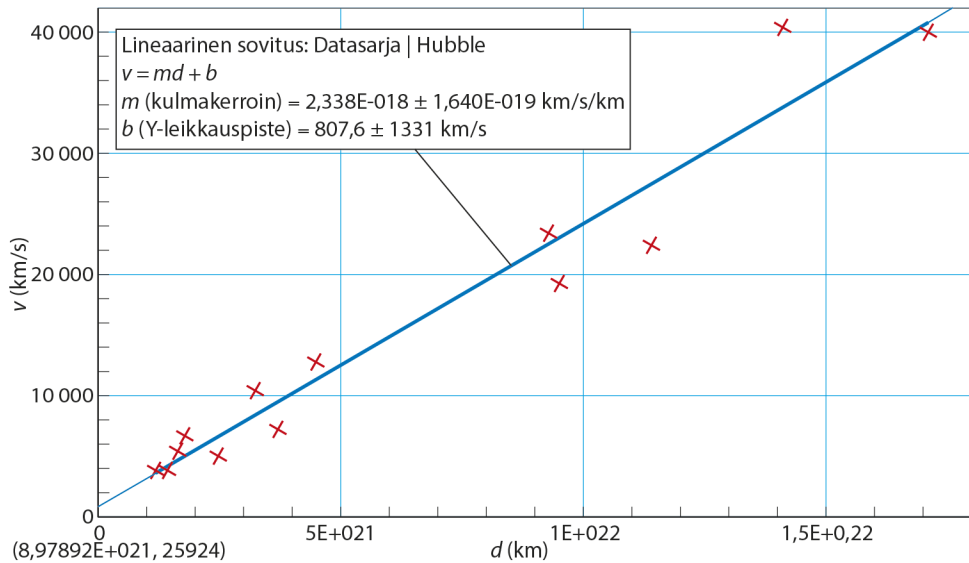
$$v = H_0 \cdot d = 22 \frac{\text{km}}{\text{s} \cdot \text{Mly}} \cdot 1,1 \cdot 10^9 \text{ ly} \approx 24\,000 \frac{\text{km}}{\text{s}}.$$

16-4. Mittaustulokset ovat

d (km)	v (km/s)
$1,17 \cdot 10^{21}$	3810
$1,42 \cdot 10^{21}$	3860
$1,64 \cdot 10^{21}$	5430
$2,47 \cdot 10^{21}$	4960
$1,79 \cdot 10^{21}$	6657
$3,71 \cdot 10^{21}$	7200
$3,24 \cdot 10^{21}$	10400
$4,48 \cdot 10^{21}$	12800
$9,27 \cdot 10^{21}$	23400
$1,14 \cdot 10^{22}$	22400
$9,49 \cdot 10^{21}$	19200
$1,41 \cdot 10^{22}$	40400
$1,71 \cdot 10^{22}$	40000

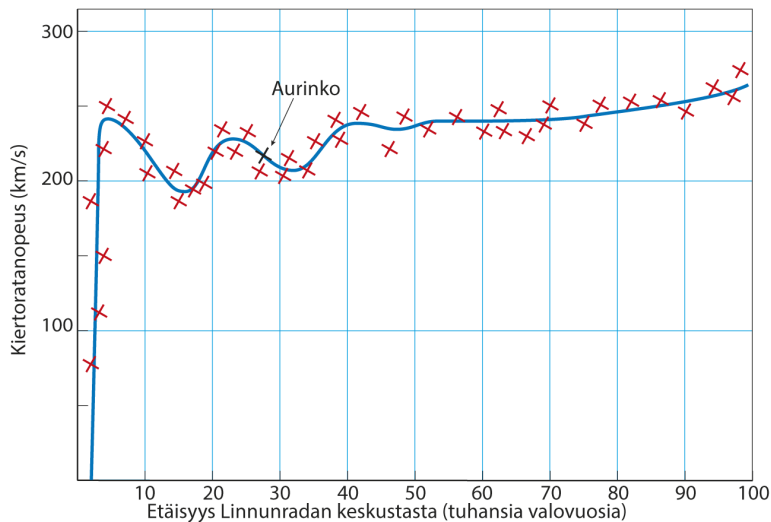
Mittauspisteet vietiin mittausohjelmalla d, v -koordinaatistoon, ja niihin tehtiin lineaarinen sovitus. Hubblen lain mukaan on $v = H_0 \cdot d$, joten Hubblen vakio on sovitusuoran kulmakerroin. Mittausohjelman mukaan kulmakerroin on $2,338 \cdot 10^{-18} \frac{\text{km/s}}{\text{km}}$. Koska $1 \text{ ly} = 9,460\,55 \cdot 10^{12} \text{ km}$, saadaan Hubblen vakiolle arvo

$$H_0 = 2,338 \cdot 10^{-18} \frac{\text{km/s}}{\text{km}} = 2,338 \cdot 10^{-18} \frac{\text{km/s}}{\text{ly}/9,460\,55 \cdot 10^{12}} \approx 22,1 \frac{\text{km/s}}{\text{Mly}}.$$



16-5. Esseessä mainittavia asioita ovat esimerkiksi:

- tähtien rotaatiokäyrät
- galaksien liike galaksiryhmissä
- gravitaatiolinssi-ilmiö
- pimeän aineen hiukkaset eli WIMPit
- WIMPin etsintä hiukkaskiihdyttimissä
- avaruudesta tulevien WIMPien etsintä laboratoriossa
- WIMPin kerääntyminen Aurinkoon ja niiden annihilaatiot siellä; annihilaatiotuotteiden havaitseminen.



- 16-6. a)** Linnunradan keskusosan säde on noin 10 000 ly. Se on noin kymmenesosa koko näkyvän galaksin säteestä.
- b)** Auringon etäisyys Linnunradan keskustasta on noin 26 000 ly. Kuvan perusteella Auringon ratanopeus on noin 220 km/s.
- c)** Tähtien ratanopeuksien tulisi olla sitä pienempiä, mitä etäämpänä tähti liikkuu galaksin keskustasta, johon galaksin massan oletetaan säteilyn kirkkauden perusteella olevan keskittynyt. Aurinkokunnassa vastaavasti planeettojen nopeudet ovat sitä pienempiä, mitä suurempi planeetan kiertoradan säde on. Kuvan mukaan tähtien ratanopeudet eivät pienene etäisyyden kasvaessa vaan ne pysyvät likimain samansuuruisina. Tämä osoittaa, että galaksissa on pimeää ainetta, eli ainetta joka ei näy mutta jolla on gravitaatiovaikutus tähtiin.

- 16-7. a)** Taustasäteilyn intensiteettijakautuman maksimi on aallonpituuden 1,0 mm kohdalla. Yhtälöstä $\lambda_{\max} = \frac{2,89777 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}}{T}$ saadaan lämpötilan arvoksi

$$T = \frac{2,89777 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}}{\lambda_{\max}} = \frac{2,89777 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}}{1,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}} \approx 2,9 \text{ K}.$$

b) Kun taustasäteily syntyi, sen intensiteettijakautuman maksimia vastaava aallonpituus saadaan Wienin siirtymälaista

$$\lambda_{\max} = \frac{2,89777 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}}{T} \text{ eli}$$

$$\lambda_{\max} = \frac{2,89777 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}}{T} = \frac{2,89777 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}}{2900 \text{ K}} = 9,99231 \cdot 10^{-7} \text{ m}.$$

Koska säteilyn aallonpituus kasvaa (punasiirtyy) samassa suhteessa kuin avaruus laajenee, on avaruus laajentunut

$$\frac{\lambda_{\max}(2,7 \text{ K})}{\lambda_{\max}(2900 \text{ K})} = \frac{1,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{9,99231 \cdot 10^{-7} \text{ m}} \approx 1000 \text{ kertaiseksi.}$$

TESTAA, OSAATKO S. 167

1. b 2. a, b 3. a, b 4. c 5. b, c 6. a, b, c 7. a, c 8. a, c 9. c 10. a 11. a.