

Pohdittavaa: Minkä funktion derivaattafunktio on

a)  $3x^2$ , b)  $2x$ ?

Pohdittavaa: Minkä funktion derivaattafunktio on

a)  $3x^2$ , b)  $2x$ ?

	Derivaatta	Funktio
a)	$3x^2$	

Pohdittavaa: Minkä funktion derivaattafunktio on

a)  $3x^2$ , b)  $2x$ ?

	Derivaatta	Funktio
a)	$3x^2$	$x^3$

Pohdittavaa: Minkä funktion derivaattafunktio on

a)  $3x^2$ , b)  $2x$ ?

	Derivaatta	Funktio
a)	$3x^2$	$x^3$
b)	$2x$	

Pohdittavaa: Minkä funktion derivaattafunktio on

a)  $3x^2$ , b)  $2x$ ?

	Derivaatta	Funktio
a)	$3x^2$	$x^3$
b)	$2x$	$x^2$ tai $x^2 + C$ , $C \in \mathbb{R}$

## Määritelmä

Funktio  $F$  on funktion  $f$  **integraalifunktio**, jos

$$F'(x) = f(x)$$

jokaisessa  $f$ :n määrittelyjoukon pisteessä  $x$  (lyhyesti: kaikilla  $x$ ).

## Määritelmä

Funktio  $F$  on funktion  $f$  **integraalifunktio**, jos

$$F'(x) = f(x)$$

jokaisessa  $f$ :n määrittelyjoukon pisteessä  $x$  (lyhyesti: kaikilla  $x$ ).

E1) Onko  $F(x) = \frac{1}{5}x^5 + 8$  funktion  $f(x) = x^4$  integraalifunktio?

## Määritelmä

Funktio  $F$  on funktion  $f$  **integraalifunktio**, jos

$$F'(x) = f(x)$$

jokaisessa  $f$ :n määrittelyjoukon pisteessä  $x$  (lyhyesti: kaikilla  $x$ ).

E1) Onko  $F(x) = \frac{1}{5}x^5 + 8$  funktion  $f(x) = x^4$  integraalifunktio?

$$F'(x) = \frac{1}{5} \cdot 5x^4 = x^4 = f(x)$$

V:

## Määritelmä

Funktio  $F$  on funktion  $f$  **integraalifunktio**, jos

$$F'(x) = f(x)$$

jokaisessa  $f$ :n määrittelyjoukon pisteessä  $x$  (lyhyesti: kaikilla  $x$ ).

E1) Onko  $F(x) = \frac{1}{5}x^5 + 8$  funktion  $f(x) = x^4$  integraalifunktio?

$$F'(x) = \frac{1}{5} \cdot 5x^4 = x^4 = f(x)$$

V: On

# Integraalifunktio

Palataan alun pohdintatehtävään:

Derivaatta	Funktio	
$2x$	$x^2 + C,$	$C \in \mathbb{R}$

# Integraalifunktio

Palataan alun pohdintatehtävään:

Derivaatta	Funktio	
$2x$	$x^2 + C,$	$C \in \mathbb{R}$
$f(x)$	$F(x) + C$	

# Integraalifunktio

Palataan alun pohdintatehtävään:

Derivaatta	Funktio
$2x$	$x^2 + C, \quad C \in \mathbb{R}$
$f(x)$	$F(x) + C$

## Lause

Jos  $f$ :n määrittelyjoukko on väli ja  $F$  on eräs funktion  $f$  integraalifunktio, niin tällöin kaikki  $f$ :n integraalifunktiot ovat muotoa

$$F(x) + C, \quad C \in \mathbb{R}.$$

(Perustelut kirjan kappaleessa)

# Integraalifunktio

E2) Määritä funktion  $f(x) = -4x + 1$

a) kaikki integraalifunktiot,

b) se integraalifunktio  $F$ , jolle  $F(2) = 0$ .

# Integraalifunktio

E2) Määritä funktion  $f(x) = -4x + 1$

a) kaikki integraalifunktiot,

b) se integraalifunktio  $F$ , jolle  $F(2) = 0$ .

Ratk. a)

$$F'(x) = f(x)$$

$$F'(x) = -4x + 1,$$

joten

$$F(x) =$$

# Integraalifunktio

E2) Määritä funktion  $f(x) = -4x + 1$

a) kaikki integraalifunktiot,

b) se integraalifunktio  $F$ , jolle  $F(2) = 0$ .

Ratk. a)

$$F'(x) = f(x)$$

$$F'(x) = -4x + 1,$$

joten

$$F(x) = -2x^2 + x$$

# Integraalifunktio

E2) Määritä funktion  $f(x) = -4x + 1$

a) kaikki integraalifunktiot,

b) se integraalifunktio  $F$ , jolle  $F(2) = 0$ .

Ratk. a)

$$F'(x) = f(x)$$

$$F'(x) = -4x + 1,$$

joten

$$F(x) = -2x^2 + x + C, \quad C \in \mathbb{R}$$

# Integraalifunktio

E2) Määritä funktion  $f(x) = -4x + 1$

a) kaikki integraalifunktiot,

b) se integraalifunktio  $F$ , jolle  $F(2) = 0$ .

Ratk. a)

$$F'(x) = f(x)$$

$$F'(x) = -4x + 1,$$

joten

$$F(x) = -2x^2 + x + C, \quad C \in \mathbb{R}$$

**Huom!** Tarkastus derivoimalla! (Siis että  $F'(x) = f(x)$ )

# Integraalifunktio

E2) Määritä funktion  $f(x) = -4x + 1$

a) kaikki integraalifunktiot,

b) se integraalifunktio  $F$ , jolle  $F(2) = 0$ .

Ratk. a)

$$F'(x) = f(x)$$

$$F'(x) = -4x + 1,$$

joten

$$F(x) = -2x^2 + x + C, \quad C \in \mathbb{R}$$

**Huom!** Tarkastus derivoimalla! (Siis että  $F'(x) = f(x)$ )

b)  $F(2) = -2 \cdot 2^2 + 2 + C$

# Integraalifunktio

E2) Määritä funktion  $f(x) = -4x + 1$

a) kaikki integraalifunktiot,

b) se integraalifunktio  $F$ , jolle  $F(2) = 0$ .

Ratk. a)

$$F'(x) = f(x)$$

$$F'(x) = -4x + 1,$$

joten

$$F(x) = -2x^2 + x + C, \quad C \in \mathbb{R}$$

**Huom!** Tarkastus derivoimalla! (Siis että  $F'(x) = f(x)$ )

b)  $F(2) = -2 \cdot 2^2 + 2 + C = 0$

# Integraalifunktio

E2) Määritä funktion  $f(x) = -4x + 1$

a) kaikki integraalifunktiot,

b) se integraalifunktio  $F$ , jolle  $F(2) = 0$ .

Ratk. a)

$$F'(x) = f(x)$$

$$F'(x) = -4x + 1,$$

joten

$$F(x) = -2x^2 + x + C, \quad C \in \mathbb{R}$$

**Huom!** Tarkastus derivoimalla! (Siis että  $F'(x) = f(x)$ )

$$\text{b) } F(2) = -2 \cdot 2^2 + 2 + C = 0$$

$$-8 + 2 + C = 0$$

# Integraalifunktio

E2) Määritä funktion  $f(x) = -4x + 1$

a) kaikki integraalifunktiot,

b) se integraalifunktio  $F$ , jolle  $F(2) = 0$ .

Ratk. a)

$$F'(x) = f(x)$$

$$F'(x) = -4x + 1,$$

joten

$$F(x) = -2x^2 + x + C, \quad C \in \mathbb{R}$$

**Huom!** Tarkastus derivoimalla! (Siis että  $F'(x) = f(x)$ )

$$\text{b) } F(2) = -2 \cdot 2^2 + 2 + C = 0$$

$$-8 + 2 + C = 0$$

$$C = 6$$

# Integraalifunktio

E2) Määritä funktion  $f(x) = -4x + 1$

a) kaikki integraalifunktiot,

b) se integraalifunktio  $F$ , jolle  $F(2) = 0$ .

Ratk. a)

$$F'(x) = f(x)$$

$$F'(x) = -4x + 1,$$

joten

$$F(x) = -2x^2 + x + C, \quad C \in \mathbb{R}$$

**Huom!** Tarkastus derivoimalla! (Siis että  $F'(x) = f(x)$ )

$$\text{b) } F(2) = -2 \cdot 2^2 + 2 + C = 0$$

$$-8 + 2 + C = 0$$

$$C = 6 \quad \text{Siis } F(x) =$$

# Integraalifunktio

E2) Määritä funktion  $f(x) = -4x + 1$

a) kaikki integraalifunktiot,

b) se integraalifunktio  $F$ , jolle  $F(2) = 0$ .

Ratk. a)

$$F'(x) = f(x)$$

$$F'(x) = -4x + 1,$$

joten

$$F(x) = -2x^2 + x + C, \quad C \in \mathbb{R}$$

**Huom!** Tarkastus derivoimalla! (Siis että  $F'(x) = f(x)$ )

$$\text{b) } F(2) = -2 \cdot 2^2 + 2 + C = 0$$

$$-8 + 2 + C = 0$$

$$C = 6 \quad \text{Siis } F(x) = -2x^2 + x + 6.$$

Tehtäviä: s. 25 – 26, teht. 24 – 27 ja 32 (ks. Esim. 3 s.23)

Tehtäviä: s. 25 – 26, teht. 24 – 27 ja 32 (ks. Esim. 3 s.23)  
Kotiin teht. 35 – 38, 40