

TEHTÄVÄSARJOUA

41

1. Neljä ystävystä ovat kukin käyneet erikseen ostamassa matkalipun samaan junaan. Junassa on seiseman vaunua, jokaisessa yhtiä monta paikkaa. Oletetaan, että tietokone valitsee vaunun satunnaisesti. Millä todennäköisyydellä ystävyisten paikat ovat kaikki eri vaunuissa?

2. Kannattaako lyödä vetoa sen puolesta, että kun kahla nopaa heitetään neljä kertaa, niin ainakin kerran tulee pari (samat silmäluvut)?

43

3. Lottoriviin arvotaan seiseman numeroa lottonumeroista 1–39. Millä todennäköisyydellä lottorivin kaikki numerot ovat parittomia?

4. Erällä paikkakunnalla riehuu ruttoepidemia. Tartunnan saaneista henkilöistä 75 % sairastuu ja sairastuneista 40 % kuolee. Oletetaan että 4-henkisessä perheessä jokainen saa tartunnan.

a) Millä todennäköisyydellä kukaan perheen jäsenistä ei kuole ruttoon? b) Laske perheessä ruttoon kuolevien henkilöiden lukumäärän odotusarvo.

69

5. Kari pelaa uhkapeliä seuraavilla säännöillä. Kari arvaa jonkin korttipakan neljästä maasta ja vetää sen jälkeen pakasta kortin. Jos kortti on arvattu maata, Kari saa kortin arvon (1–13) osoittaman määrän pelimerkkejä. Jos kortti ei ole arvattu maata, Kari menettää kaksi pelimerkkiä. Mikä on Karin yhdellä kierroksella saaman voiton odotusarvo? Kannattaako Karin pelata peliä?

AS

6. 60 minuutin kasetille äänitietään kaksi 10 minuutin pituisia musiikkikappaletta niin, että kummankin kappaleen äänitys aloitetaan nauhan satunnaisesta kohdasta. Millä todennäköisyydellä molemmat kappaleet tulevat nauhalle kokonaisina menemättä lainkaan päällekkäin?

81

1. Erään maan asukkaista 52 % on ruskeasilmäisiä, 31 % sinisilmäisiä, 12 % harmaasilmäisiä ja 5 % vihreäsilmäisiä. Millä todennäköisyydellä kahdella satunnaisesti valitulla maan asukkaalla on samanväriset silmät?

82

2. Kumpi on todennäköisempi: että kuutta noppaa heitettäessä tulee ainakin yksi kuutonen vai että 12 noppaa heitettäessä tulee ainakin kaksi kuutosta?

3. Peräkkäisten kokonaislukujen $-3, -2, \dots, 2$, 3 joukosta arvotaan kaksi lukua a ja b . Millä todennäköisyydellä on

a) $(a + b)^2 = a^2 + b^2$
b) $(a - b)^2 = a^2 - b^2$?

4. Viesti lähetetään binäärimuodossa jononolla ja ykkösiä välityksenalalle, joka edelleen lähettää viestin varsinaiselle vastaanottajalle. Kummassakin läheysvaiheessa viesti saattaa välittyä virheellisesti: todennäköisyys, että viestiä lähettäessä nolla vaihtuu ykköseksi on 0,06, ja todennäköisyys, että ykkönen vaihtuu nollassi, on 0,04. Millä todennäköisyydellä viesti 00010101 menee oikeana perille?

5. Veikkauksen Keno-pelissä arvotaan 20 numeroa 70 numerosta. Pelaaja voi osallistua peliin eri pelitasoilla Keno-2 – Keno-10, jolloin tavoitteena on saada 2–10 numeroa oikein. Jokaisesta tasosta on mahdollista pelata järjestelmällisiä merkisemällä ruudukkoon enemmän kuin vähintään 5 numeroa. Pelaaja osallistuu Keno-5-peliin merkisemällä ruudukkoon seiseman numeroa. Millä todennäköisyydellä hän saa 5 oikein?

46

6. Palloluokan loppuurnauksessa kohtaavat joukkueet HIK ja HUPS. Mestariksi tulee joukkue, joka ensiksi voittaa neljä ottelua. Joukkueiden aikaisemmissa keskinäisistä otteluista HIK on voittanut 65 %. Laske tämän perusteella pelattavien otteluiden odotusarvo. Oletetaan, että otteluiden lopputulokset ovat keskenään riippumattomia.

61

1. Maapallon ilmakentään yläosiin saapuu vuositain noin 140 sellaista meteorittia, jotka ilmakentän törmäksensä räjähtävät yli puolen kilonniin voimalla. Millä todennäköisyydellä ainakin yksi meteoriteista törmää ilmakentän Suomen yläpuolella? Maapallon pinta-ala on noin 510 miljoonaa neliokilometriä ja Suomen 340 000 neliokilometriä.

83

x_i	f_i
0	15
1	19
2	10
3	10
4	0
5	2

Frekvenssitaulukosta oli tipahtanut yksi luku pois. Onneksi muistettiin, että keskiarvo on tasan 1,5. Mikä puuttuva luku on? Laske edelleen jakauman keskihajonta.

84

3. Puu, jonka korkeus on 12,0 metriä, on talon 16,0 metrin pituisen seinän keskikohdan kohdalla 7,0 metrin etäisyydellä seinästä. Jos myrsky tuuli katkaisee puun tyvestä, ja puu kaatuu satunnaiseen suuntaan, niin millä todennäköisyydellä puu osuu taloon?

4. Pakasia otetaan 5 kertaa. Millä todennäköisyydellä saadaan a) ainakin yksi hertta, b) ainakin yksi hertta tai ainakin yksi pata, c) ainakin yksi hertta ja ainakin yksi pata?

85

5. Arpaajaisissa on jäljellä 30 arpa, joista viisi voittoa. Tiina päättää ostaa arpoja yksittellen kunnes saa kaksi voittoa. Millä todennäköisyydellä Tiina joutuu ostamaan yli kymmenen arpa?

6. a) Todennäköisyydet, että tapahtuma A tapahtuu viisinkertaisessa toistokokeessa kolme kertaa ja että se tapahtuu yhden kerran, ovat yhtä suuret. Tapahtuma A ei ole varma eikä mahdollon. Mikä on tapahtuman A todennäköisyys yksittäisessä toistossa? Anna vastaukseksi todennäköisyyden tarkka arvo ja kolme desimaalinen likiarvo.

b) Välillä [1, 2] arvotaan viisi satunnaislukua. Osoita, että todennäköisyys, että kolmen arvotun luvun neliö on enintään 2, on yhtä suuri kuin todennäköisyys, että yhden arvotun luvun neliö on enintään 2.

91

1. Millä todennäköisyydellä perheen kaikki kuusi lasta ovat syntyneet eri kuukausina? Perheessä ei ole kaksoisia. Oletetaan (miehen todellisuuden vastaisesti), että kaikki kuukaudet ovat yhtä todennäköisiä syntymäkuukausia.

93

2. Koneen valmistamista tuotteista 8 % on lievästi värivirallisia ja 7 % pintavirallisia. Viisi esiintyvää toisistaan riippumatonta virheetöntä tuotetta myydään A-laaduna, tuotteet, joissa on yksi virhe. B-laaduna ja tuotteet, joissa on enemmän virheitä, säilytetään. A-laadun tuotteista saadaan voittoa 500 euroa voittoa ja B-laadun tuotteesta 100 euroa. Särjetyistä tuotteista tulee 10 000 euroa tappiota. Kuinka suuri on yhteistä tuotteesta saatavan voiton odotusarvo?

^{D4} 3. Yleisin miehille annettu etunimi 1920-luvulla oli Veikko. Tällöin nimen sai ensimmäiseksi etunimekseen 4 % syntyneistä pojista. Seurueessa on 25 henkilöä, joiden kaikkien isovanhemmat ovat syntyneet 20-luvulla. Seurueessa ei ole lähisukulaisia. Millä todennäköisyydellä vähintään kahdella seurueen jäsenistä on Veikko-niminen isoisä?

4. Suuri erä koneen valmistamia tuotteita pakattiin 12 kappaleen pakkauksiin. Myöhemmin osoittautui, että 75 %:ssa pakkauksista oli ainakin yksi viallinen tuote. Kuinka monta prosenttia koneen valmistamista tuotteista voidaan arvioida olevan viallisia?

^{D5} 5. Maljassa on 3 valkoista, 4 punaista ja 5 mustaa palloa. Maljasta nostetaan neljä palloa. Millä todennäköisyydellä nostettujen pallojen joukossa on jokaista väriä?

6. Kolme poikaa ja 4 tyttöä asettuvat jonoon.
a) Montako erilaista jonoa saadaan? b) Montako erilaista jonoa saadaan, jos vain tyttöjen ja poikien paikoilla on merkitystä mutta ei niiden keskinäisillä järjestyksillä? (Voidaan siis ajatella, että tytöt ovat keskenään identtisiä eikä heitä näin ollen voida erottaa toisistaan. Sama juttu on poikien kanssa.) c) Montako sellaista jonoa saadaan, jossa tytöt ovat peräkkäin? d) Montako sellaista jonoa saadaan, jossa kahta poikaa ei ole peräkkäin?

SARJA E1

1. Siemenpussin siemenistä 20 % on siemeniä, joiden itämistodennäköisyys on 0,90, ja loput siemeniä, joiden itämistodennäköisyys on 0,70. Millä todennäköisyydellä pussista umpimähkään otettu siemen itää?

E2

2. Kaikkien suomalaisten joukosta arvotaan 15-jäseninen toimikunta. Millä todennäköisyydellä toimikuntaan tulee miesenemmistö, mutta naisia on kuitenkin vähintään tasa-arvolain edellyttämä 40 %? Kaikista suomalaista 51 % on naisia.

E4

3. Laulukuoressa on 30 jäsentä. Kuorolaisten keskuudesta valitaan arvalla kuuden hengen ryhmä järjestämään pikkujoulua ja taas keväällä kuuden hengen ryhmä järjestämään kevätkuuhlaa. Millä todennäköisyydellä ryhmillä on ainakin yksi yhteinen jäsen?

4. Todennäköisyys, että erään tulppaanilajikkeeseen sipuli itää on 0,40. Kuinka monta sipulia on vähintään istutettava, jotta niistä ainakin kolme itäisi yli 99 % todennäköisyydellä?

C6

5. Ikäluokkaan 20–24 kuuluvista suomalaisista miehistä 5,2 % ja naisista 11,9 % on naimisissa. Koolla on ikäluokkaan kuuluvien joukosta arvottu ryhmä, jossa on kahdeksan miestä ja viisi naista. Millä todennäköisyydellä ryhmän jäsenistä vähintään kaksi on naimisissa?

E6

6. Heitetään kolmea noppaa. Mikä on suurimman silmäluvun odotusarvo?

A1. 0,350; A2. kannattaa; A3. 0,0050; A4. a) 0,240, b) 1,2; A5. kannattaa; A6. 0,444;
B1. 0,383; B2. 6 nopalla ainakin yksi "6"; B3. a) 0,265, b) 0,265; B4. 0,431; B5. 0,0175;
B6. 5,6;
C1. 0,0891; C2. 20 ja 1,17; C3. 0,271; C4. a) 0,778, b) 0,975, c) 0,582; C5. 0,449;
C6. a) 0,414;
D1. 0,223; D2. 386 e; D3. 0,594; D4. 11; D5. 0,545; D6. a) 5040, b) 35, c) 576, d) 1440;
E1. 0,74; E2. 0,335; E3. 0,773; E4. vähintään 18 sipulia; E5. 0,268; E6. 4,96