

13.19 a)  $P(\text{ei millä sivulla}) = \frac{1}{6} + \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} + (\frac{5}{6})^2 \cdot \frac{1}{6} \approx 0,363$   
 b)  $P(\text{Mikael -11-}) = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} + (\frac{5}{6})^2 \cdot \frac{1}{6} + (\frac{5}{6})^3 \cdot \frac{1}{6} \approx 0,302$

$E(X) = \sum x_i \cdot p_i = 0 \cdot 0,04025 + \dots + 3 \cdot 0,26325 = 1,94$

14.1 Keitetään moppoa 5 kertaa  
 a)  $P(2 \text{ kertaa "1"}) = \binom{5}{2} \cdot (\frac{1}{6})^2 \cdot (\frac{5}{6})^3 \approx 0,161$   
 b)  $P(3 \text{ kertaa "1"}) = \binom{5}{3} \cdot (\frac{1}{6})^3 \cdot (\frac{5}{6})^2 \approx 0,0322$

15.14 X: heittojen lkm  
 $E(X) = \sum x_i \cdot p_i = 1 \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{1}{4} + 3 \cdot \frac{1}{4} = \frac{7}{4} = 1,75$   
 $D(X) = \sqrt{\sum p_i (x_i - E(X))^2} = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot (1 - \frac{7}{4})^2 + \frac{1}{4} \cdot (2 - \frac{7}{4})^2 + \frac{1}{4} \cdot (3 - \frac{7}{4})^2} = \frac{\sqrt{11}}{4} \approx 0,83$

$x_i$	$p_i$
1	$\frac{1}{2}$
2	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$
3	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$
$\sum p_i = 1$	

14.3  $P(\text{virheellinen}) = 0,02$   
 $P(20:sta \text{ erintään } 2 \text{ virheellistä}) = P(0 \text{ tai } 1 \text{ tai } 2 \text{ virh.})$   
 $= 0,98^{20} + \binom{20}{1} \cdot 0,02^1 \cdot 0,98^{19} + \binom{20}{2} \cdot 0,02^2 \cdot 0,98^{18} \approx 0,993$

15.17 a)  $P(40 \text{ pistellä}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{5}{18} \approx 0,278$   
 b) X: pistemäärä  
 $E(X) = \sum x_i \cdot p_i = 5 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + 20 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + 30 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + 40 \cdot \frac{5}{18} = 25$

$x_i$	$p_i$
5	$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$
20	$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$
30	$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$
40	$\frac{5}{18}$
$\sum p_i = 1$	

14.7 141 lipua myyty, 138 mahtum,  $P(\text{ei mahtum}) = 0,05$   
 a)  $P(\text{tasan 1 ei mahtum}) = P(\text{tulee } 139) = \binom{141}{139} \cdot 0,95^{139} \cdot 0,05^2 \approx 0,0198$   
 b)  $P(\text{kaikki mahtumet}) = 1 - P(\text{tulee } 139 \text{ tai } 140 \text{ tai } 141)$   
 $= 1 - [\binom{141}{139} \cdot 0,95^{139} \cdot 0,05^2 + \binom{141}{140} \cdot 0,95^{140} \cdot 0,05^1 + 0,95^{141}] \approx 0,974$

16.1 X: silmäluvujen 5 ja 6 yhtenäinen 4 nojanheitolla  
 $X \sim \text{Bin}(4, \frac{1}{3})$   
 $P(X=2) = \frac{24}{81} \approx 0,2963$

$x_i$	$p_i$
0	$(\frac{2}{3})^4 = \frac{16}{81}$
1	$\binom{4}{1} (\frac{1}{3})^1 \cdot (\frac{2}{3})^3 = \frac{32}{81}$
2	$\binom{4}{2} (\frac{1}{3})^2 \cdot (\frac{2}{3})^2 = \frac{24}{81}$
3	$\binom{4}{3} (\frac{1}{3})^3 \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{81}$
4	$(\frac{1}{3})^4 = \frac{1}{81}$
$\sum p_i = 1$	

14.10  $P(\text{jotta määsää lounaan}) = P(9 \text{ heitolla ainakin } 2 \text{ "6"})$   
 $= 1 - P(9 \text{ heitolla } 0 \text{ "6" tai } 1 \text{ "6"})$   
 $= 1 - [(\frac{5}{6})^9 + \binom{9}{1} \cdot (\frac{1}{6})^1 \cdot (\frac{5}{6})^8] \approx 0,457$

14.15 a)  $P(10 \text{ vastusta } 2 \text{ vastusta}) = \binom{10}{2} \cdot (\frac{1}{5})^2 \cdot (\frac{4}{5})^8 \approx 0,302$   
 b)  $P(10:sta \text{ } 2 \text{ vastusta}) = \frac{\binom{8}{2} \cdot \binom{32}{8}}{\binom{40}{32}} \approx 0,347$   
 TAI:  $\frac{\binom{8}{2} \cdot \binom{32}{8}}{\binom{40}{10}} \approx 0,347$

16.2 X: oikeiden vastausten lkm,  $X \sim \text{Bin}(10, \frac{1}{2})$   
 a)  $E(X) = np = 10 \cdot \frac{1}{2} = 5$   
 b)  $P(X=5) = \binom{10}{5} (\frac{1}{2})^5 \cdot (\frac{1}{2})^5 = \frac{63}{256} \approx 0,246$   
 c)  $P(\text{kaikki loppu}) = P(X=7 \text{ tai } 8 \text{ tai } 9 \text{ tai } 10)$   
 $= \sum_{k=7}^{10} \binom{10}{k} (\frac{1}{2})^k \cdot (\frac{1}{2})^{10-k} = \frac{11}{64} \approx 0,172$

14.16  $P(\text{Miehe } : 10) = 0,75$   $P(\text{Vaimo } : 10) = 0,35$   
 $P(\text{Miehe ja Vaimo voittavat}) = P(M3 V2 \text{ tai } M3 V3 \text{ tai } M2 V3)$   
 $= 0,75^3 \cdot \binom{3}{2} \cdot 0,35^2 \cdot 0,65^1 + 0,75^3 \cdot 0,35^3 + \binom{3}{2} \cdot 0,75^2 \cdot 0,25^1 \cdot 0,35^3 \approx 0,140$

16.7  $P(\text{Kovi}) = p$   
 $P(4 \text{ heitolla } 2 \text{ kovia}) = \binom{4}{2} p^2 (1-p)^2 = 0,25$   
 $\Rightarrow 6 p^2 (1-p)^2 = 0,25 \cdot 1:6 \Rightarrow p^2 (1-p)^2 = \frac{1}{24} \sqrt{}$   
 $\Rightarrow p(1-p) = \frac{1}{\sqrt{24}}$ ,  $0 \leq p \leq 1$   
 $\Rightarrow -p^2 + p - \frac{1}{\sqrt{24}} = 0 \Rightarrow p = \begin{cases} 0,296 \\ 0,714 \end{cases}$  (mets. saareen)

15.2 X: "peloajan soitto" (tulot - menot)  

$x_i$	$p_i$
-3	$\frac{1}{6} = \frac{1}{3}$
0	$\frac{1}{2}$
7	$\frac{1}{6}$
$\sum p_i = 1$	

 a)  $E(X) = \sum x_i \cdot p_i = -3 \cdot \frac{1}{3} + 0 \cdot \frac{1}{2} + 7 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{6} \approx 0,17(e)$   
 b) soitolla n.  $\frac{1}{6} e \cdot 500 = 83,33e \approx 80e$

16.12 X: "oikein arvattujen vastausten lkm"  
 $X \sim \text{Bin}(50, \frac{1}{2})$   
 a)  $E(X) = np = 50 \cdot \frac{1}{2} = 25$   
 b)  $P(X=25) = \binom{50}{25} (\frac{1}{2})^{25} \cdot (\frac{1}{2})^{25} \approx 0,112$   
 c)  $P(\text{kaikki loppu}) = P(X \geq 42) = \sum_{k=42}^{50} \binom{50}{k} (\frac{1}{2})^k \cdot (\frac{1}{2})^{50-k} \approx 5,82 \cdot 10^{-7}$  (tai muoran karkimella tai googleralla)

15.3 X: "soitto" (tulot - menot)  

$x_i$	$p_i$
-5	$\frac{30^\circ + 60^\circ}{360^\circ} = \frac{5}{12}$
0	$\frac{60^\circ + 45^\circ}{360^\circ} = \frac{7}{24}$
5	$\frac{60^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{6}$
15	$\frac{45^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{8}$
$\sum p_i = 1$	

 a)  $E(X) = \sum x_i \cdot p_i = -5 \cdot \frac{5}{12} + 0 \cdot \frac{7}{24} + 5 \cdot \frac{1}{6} + 15 \cdot \frac{1}{8} = \frac{5}{8} \approx 0,625 \approx 0,65(e)$   
 b)  $50 \cdot 0,625e = 31,25e \approx 30e$

16.16 X: oikeakätisten lkm,  $X \sim \text{Bin}(40; 0,9)$   
 a)  $P(X \geq 0,9 \cdot 40 = 36) \approx 0,629$  (karkimella tai googleralla)  
 b)  $P(X \geq 0,8 \cdot 40 = 32) \approx 0,985$  googleralla  
 TAI: a)  $\sum_{k=36}^{40} \binom{40}{k} 0,9^k \cdot 0,1^{40-k}$ , b)  $\sum_{k=32}^{40} \binom{40}{k} 0,9^k \cdot 0,1^{40-k}$

15.8 a)  $P(\text{ainakin 1 meali}) = 1 - P(0 \text{ mealia}) = 0,35 \cdot 0,25 \cdot 0,46 = 0,39375 \approx 0,360$   
 b) X: mealien lkm  

$x_i$	$p_i$
0	$0,35 \cdot 0,25 \cdot 0,46 = 0,04025$
1	$0,65 \cdot 0,25 \cdot 0,46 + 0,35 \cdot 0,75 \cdot 0,46 + 0,35 \cdot 0,25 \cdot 0,54 = 0,24225$
2	$0,65 \cdot 0,75 \cdot 0,46 + 0,65 \cdot 0,25 \cdot 0,54 + 0,35 \cdot 0,75 \cdot 0,54 = 0,45375$
3	$0,65 \cdot 0,75 \cdot 0,54 = 0,26325$

K53. X: mustien pallojen lkm  
 2V 3M  
 a)  $E(X) = \sum x_i \cdot p_i = 0 \cdot \frac{1}{10} + 1 \cdot \frac{2}{5} + 2 \cdot \frac{3}{10} = \frac{12}{10} = 1,2$

$x_i$	$p_i$
0	$\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{20}$
1	$\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$
2	$\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{3}{10}$
$\sum p_i = 1$	