

4. a) $P(\text{lyhyempi palkka alle 1m}) = \frac{2 \cdot 1m}{10m} = \frac{1}{5} = 0,2$

b) $R = \frac{60cm}{2} = 30cm$, $r = R - 10cm = 20cm$ geometrisen lta

$P(\text{stanssityyppä reumasta enintään 10cm}) = \frac{A_1}{A_2} = \frac{A_R - A_r}{A_R}$
 $= \frac{\pi R^2 - \pi r^2}{\pi R^2} = \frac{30^2 - 20^2}{30^2} = \frac{5}{9} = 0,556$

4' 1. kurssin arvosana: x, 2. kurssin arvosana: y
 $y = 0,5193x + 3,1362$, korrelaatiokerroin: $r = 0,8782$ (geogolera)

5. a) $P(\text{pääsee A:sta B:hen}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot (\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}) + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = 0,5$
 b) $P(\text{pääsee ainakin 8 kertaa A:sta B:hen}) = P(\text{pääsee 8 tai 9 tai 10 kertaa})$
 $= \binom{10}{8} \cdot 0,5^8 \cdot 0,5^2 + \binom{10}{9} \cdot 0,5^9 \cdot 0,5^1 + 0,5^{10} \approx 0,0547$

5' 9 lehmää, 8 lammasta
 a) 1° eri ryhmät: $\binom{17}{4} = 2380$
 2° — — — — — : $\binom{9}{2} \binom{8}{2} = 36 \cdot 28 = 1008$
 b) eri joukot: $17! = 355.687.428.096.000 \approx 3,56 \cdot 10^{14}$
 c) Le, La, Le, La, ..., Le, La, Le
 eri joukot: $9 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 = 9! \cdot 8! = 14.631.321.600 \approx 1,46 \cdot 10^{10}$

6. 3V, 4P, 5M, nostetaan 3
 a) $P(\text{vain yksi värä}) = \frac{3}{12} \cdot \frac{2}{11} \cdot \frac{1}{10} + \frac{4}{12} \cdot \frac{3}{11} \cdot \frac{2}{10} + \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{11} \cdot \frac{3}{10} = \frac{3}{44} = 0,0682$
 b) $P(\text{kahta eri värä}) = \frac{3}{12} \cdot \frac{2}{11} \cdot \frac{4}{10} \cdot 3 + \frac{3}{12} \cdot \frac{2}{11} \cdot \frac{5}{10} \cdot 3 + \frac{4}{12} \cdot \frac{3}{11} \cdot \frac{3}{10} \cdot 3 + \frac{4}{12} \cdot \frac{3}{11} \cdot \frac{5}{10} \cdot 3$
 $+ \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{11} \cdot \frac{3}{10} \cdot 3 + \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{11} \cdot \frac{4}{10} \cdot 3 = \frac{29}{44} \approx 0,659$
 c) $P(\text{kolmea eri värä}) = \frac{3}{12} \cdot \frac{4}{11} \cdot \frac{5}{10} \cdot 3! = \frac{3}{11} = 0,273$
 TAI: a) $\frac{\binom{3}{3} + \binom{4}{3} + \binom{5}{3}}{\binom{12}{3} + \binom{12}{3} + \binom{12}{3}} = \frac{3}{44}$ b) $\frac{\binom{3}{2} \binom{9}{1} + \binom{4}{2} \binom{8}{1} + \binom{5}{2} \binom{7}{1}}{\binom{12}{3}} = \frac{29}{44}$ c) $\frac{\binom{3}{1} \binom{4}{1} \binom{5}{1}}{\binom{12}{3}} = \frac{3}{11}$

d) X : nostetuissa pallonissa olevien eri väräien lkm

x_i	p_i
1	$\frac{3}{44}$
2	$\frac{29}{44}$
3	$\frac{3}{11}$
	$\Sigma = 1$

$E\bar{X} = \sum x_i p_i = 1 \cdot \frac{3}{44} + 2 \cdot \frac{29}{44} + 3 \cdot \frac{3}{11} = \frac{92}{44} = 2,20$

6' $P(\text{poika}) = 0,512$, x : poikien lkm, y : tyttöjen lkm, toistokoe $n=230$
 a) $\bar{X} \sim \text{Bin}(230; 0,512)$, $E\bar{X} = np = 230 \cdot 0,512 = 117,76 \approx 118$
 $D\bar{X} = \sqrt{np(1-p)} = 7,58069 \approx 7,58$
 $\bar{Y} \sim \text{Bin}(230; 0,488)$, $E\bar{Y} = np = 230 \cdot 0,488 = 112,24 \approx 112$
 $D\bar{Y} = \sqrt{np(1-p)} = 7,58069 \approx 7,58$
 b) $P(\text{poikia on enemmistö}) = P(\bar{X} > 116) = \sum_{k=117}^{230} \binom{230}{k} 0,512^k \cdot 0,488^{230-k} \approx 0,1617$

7. osat: 36, yhteensä: 59, valitaan: 4
 a) $P(\text{täpärä tulkinen}) = \frac{36}{59} \cdot \frac{35}{58} \cdot \frac{34}{57} \cdot \frac{33}{56} = \frac{8415}{65018} \approx 0,129$ TAI: $\frac{\binom{36}{4}}{\binom{59}{4}} = \frac{8415}{65018}$
 b) harjoittelija osaa tehtävää
 $P(\text{täpärä tulkinen}) = \frac{\binom{M}{4}}{\binom{59}{4}}$ Koska ka tu on koskassa funktio, riittää käyttää rajoitilanne koskilevälle
 $\frac{\binom{52}{4}}{\binom{59}{4}} = 0,595$, $\frac{\binom{53}{4}}{\binom{59}{4}} = 0,643 \Rightarrow$ osattava vähintään 53 työtöhtävää

7' $P(\text{mieh naimisissa}) = 0,052$, $P(\text{nainen naimisissa}) = 0,119$, 8M, 5N
 $P(\text{vähintään 2 n naimisissa}) = 1 - P(0 \text{ tai } 1 \text{ naimisissa})$
 $= 1 - (0,948^8 \cdot 0,881^5 + \binom{8}{1} 0,052^1 \cdot 0,948^7 \cdot 0,881^5 + \binom{5}{1} 0,119^1 \cdot 0,881^4)$
 O.M., 1M.M., 0N.M., 0M.M., 1N.M.
 $\approx 0,268035979 \approx 0,268$

8. otetaan 5 korttia
 a) $P(\text{ainakin 1 kortti}) = 1 - P(0 \text{ korttia}) = 1 - \frac{39}{52} \cdot \frac{38}{51} \cdot \frac{37}{50} \cdot \frac{36}{49} \cdot \frac{35}{48}$
 $= \frac{7411}{9520} \approx 0,778$ TAI: $1 - \frac{\binom{39}{5}}{\binom{52}{5}} = \frac{7411}{9520}$
 b) $P(\text{ainakin 1 kortti tai ainakin 1 pata}) = 1 - P(\text{ei kortteja eikä patoja})$
 $= 1 - \frac{26}{52} \cdot \frac{25}{51} \cdot \frac{24}{50} \cdot \frac{23}{49} \cdot \frac{22}{48} = \frac{9743}{9936} \approx 0,979$ TAI: $1 - \frac{\binom{26}{5}}{\binom{52}{5}} = \frac{9743}{9936}$
 c) A: ainakin 1 kortti, B: ainakin 1 pata
 $P(A \text{ tai } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ ja } B)$
 $\Rightarrow P(A \text{ ja } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ tai } B) = 2 \cdot \frac{7411}{9520} - \frac{9743}{9936} = \frac{58201}{99960} \approx 0,582$

8' $P(\text{lentomatto omistun}) = 0,8$, $P(\text{automatto omistun}) = 0,7$ omistun
 a) $P(\text{ainakin 1 henkilö pääsee C:hen}) = P(\text{lento omistun ja ainakin 1 autom.})$
 $= P(\text{lento omistun}) \cdot (1 - P(\text{kaikki autot omistun}))$
 $= 0,8 \cdot (1 - 0,3^4) = 0,79352 \approx 0,794$
 b) $P(\text{kielty henkilö pääsee C:hen}) = P(\text{lento ja automatto omistun})$
 $= 0,8 \cdot 0,7 = 0,56$
 $P(\text{ainakin 1 henkilö pääsee C:hen}) = 1 - P(\text{kukaan ei pääse C:hen})$
 $= 1 - (1 - 0,56)^4 \approx 0,96251904 \approx 0,963$