

Yleistä Binomil muuttuja n kokeita

$$P(A) = p$$

X : tulosten A lkm

$$P(X=k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

Merk. $X \sim \text{Bin}(n, p)$ " X muodattaa binomijakauman parametrein n ja p "

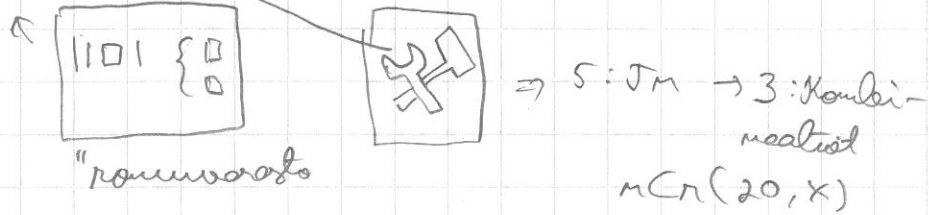
$$\Rightarrow \begin{cases} E(X) = np = \mu \\ D(X) = \sqrt{np(1-p)} = \sigma \end{cases}$$

Esim. Kuullun ymmärtämikokeessa on 20 kysymystä, jokaiselle 4 vaihtoehtoa. Olkoon X : oikein vastattujen vastauksien lkm
 a) Laske a) $P(X=5)$, b) $P(X \geq 15)$, c) $E(X)$

Ratk. Binomil

a) $P(X=5) = \binom{20}{5} \left(\frac{1}{4}\right)^5 \left(\frac{3}{4}\right)^{15} = 0,202$

b) $P(X \geq 15) = \binom{20}{15} \left(\frac{1}{4}\right)^{15} \left(\frac{3}{4}\right)^5 + \binom{20}{16} \left(\frac{1}{4}\right)^{16} \left(\frac{3}{4}\right)^4 + \binom{20}{17} \left(\frac{1}{4}\right)^{17} \left(\frac{3}{4}\right)^3 + \binom{20}{18} \left(\frac{1}{4}\right)^{18} \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \binom{20}{19} \left(\frac{1}{4}\right)^{19} \left(\frac{3}{4}\right)^1 + \left(\frac{1}{4}\right)^{20}$
 $= \sum_{x=15}^{20} \binom{20}{x} \left(\frac{1}{4}\right)^x \left(\frac{3}{4}\right)^{20-x} = 3,81 \cdot 10^{-6}$



c)

x_i	p_i
0	$\left(\frac{3}{4}\right)^{20}$
1	$\binom{20}{1} \left(\frac{1}{4}\right)^1 \left(\frac{3}{4}\right)^{19}$
2	$\binom{20}{2} \left(\frac{1}{4}\right)^2 \left(\frac{3}{4}\right)^{18}$
\vdots	\vdots
20	$\left(\frac{1}{4}\right)^{20}$

$\sum = 100\%$

$$E(X) = \sum x_i p_i = \dots = 5$$

$$\uparrow$$

$$\sum_{x=0}^{20} x \cdot \binom{20}{x} \left(\frac{1}{4}\right)^x \left(\frac{3}{4}\right)^{20-x}$$

TAI: Kysessä on binomilmuuttuja, $n=20$, $P(\text{oikein \%}) = p = \frac{1}{4}$
 $\Rightarrow X \sim \text{Bin}(20, \frac{1}{4}) \Rightarrow E(X) = n \cdot p = 20 \cdot \frac{1}{4} = 5$

Geogebra: (NÄYTÄ) \rightarrow TM-laskuri