

1. Laske.

a) $\int_1^e \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right) \left(\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} \right) dx$

b) $\int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{1-x}{x^3} dx$

2. Määritä funktion $f(x) = 2x^2 - x - 1$ integraalifunktio, jolla on minimiarvo 3.

3. Funktion $\sin 2x$ kuvaaja rajaa välillä $[0, \frac{2\pi}{3}]$ yhdessä x -akselin kanssa kaksiosaisen alueen. Määritä alueen pinta-ala.

4. Käyrän $y = \sqrt{x}$ välillä $0 \leq x \leq 1$ oleva osa pyörähtää suoran $y = a$ ympäri. Millä a :n arvolla pyörähdyskappaleen tilavuus on pienin?

5. Valurautaisen muuripadan korkeus on 60 cm, ja padan ympyrän muotoisen suuaukon halkaisija on 100 cm. Jokainen padan pystysuoran symmetria-akselin kautta kulkeva taso leikkaa padan sisäpintaa pitkin paraabelin kaarta. Kuinka paljon vedempintä on suuaukon alapuolella, kun padassa on 100 litraa vettä?

6. Laske käyrien $y = \sqrt{1-x^2}$ ja $y = \sqrt{1-x}$ rajaaman alueen pinta-ala.

1. Funktiolla $f(x) = 3x^2 + ax$ on integraalifunktio, jonka nollakohdat ovat -2 ja 1 . Määritä vakio a ja kyseinen integraalifunktio.

2. Laske käyrän $y = x^2 - 3$ ja suoran $x - y - 1 = 0$ rajaaman alueen ala.

3. Aurinkovoiteen menekkiä kuvaa funktio

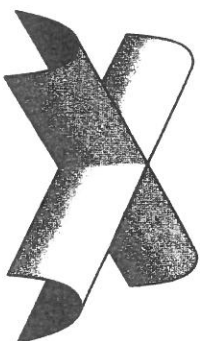
$m(x) = -5x^2 + 60x$, $0 \leq x \leq 9$, missä x on vuoden alusta kulunut aika kuukausina ja m menekki (kg/kk). Laske a) vuoden ensimmäisten kolmen kuukauden myynnin määrä b) kesäkuukausien myynnin määrä.

4. Käyrän $y = \frac{1}{x^2}$ välillä $a \leq x \leq 1$, missä

$0 < a < 1$, oleva osa pyörähtää y -akselin ympäri. Määritä sellainen a :n arvo, että rajautuvan pyörähdyskappaleen tilavuus on 3π .

5. Käyrät $y = \cos x$ ja $y = \cos 2x$ rajaavat välillä $[0, \frac{4\pi}{3}]$ kaksiosaisen alueen. Laske alueen pinta-ala.

6. Rakennus muodostuu kahdesta toisensa kohtisuorasti leikkaavasta osasta, joiden molempien pituus on 20 metriä. Molempien osien leveys ja korkeus on 8 metriä, ja niiden pituussuuntaa vastaan kohtisuorat poikkileikkaukset ovat paraabelin muotoisia. Laske rakennuksen tilavuus. Anna vastaus kymmenen kuutiometrin tarkkuudella.



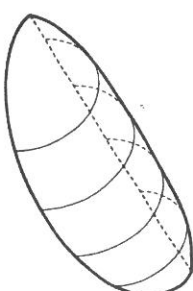
1. Millä vakion a arvoilla on

$\int_2^4 \left(\frac{1}{x^2} + a \right) dx = 20$?

2. Määritä sellaiset vakioiden a ja b arvot, että funktio $(ax + b)e^{-x}$ on funktion $(3x + 5)e^{-x}$ integraalifunktio.

3. Laske $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos x + \sin x)^2 dx$.

4. Kappaleen pohja on puolilympyrä, jonka säde on 4. Pohjaympyrän halkaisijaa vastaan kohtisuorat kappaleen poikkileikkaukset ovat kaikki puolilympyriä. Määritä kappaleen tilavuus.



5. Laske käyrän $\sqrt{|x|} + \sqrt{|y|} = 1$ rajaaman alueen pinta-ala.

6. Kolmannen asteen polynomifunktion f derivaattafunktion ainoa nollakohda on 2. Funktiosta f tiedetään myös, että $f(1) = 0$ ja $f''(0) = 4$. Määritä funktion f arvo $f(-1)$.