$$= \pi \Big/_{0}^{1} y - 2\cdot\left(\frac{1}{\frac{3}{2}} y^{\frac{3}{2}}\right) + \frac{1}{2}y^2$$

$$= \pi\left[\left(1 - \frac{4}{3}\cdot 1^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{2}\cdot 1^2\right) - 0\right] = \dots = \frac{\pi}{6}$$

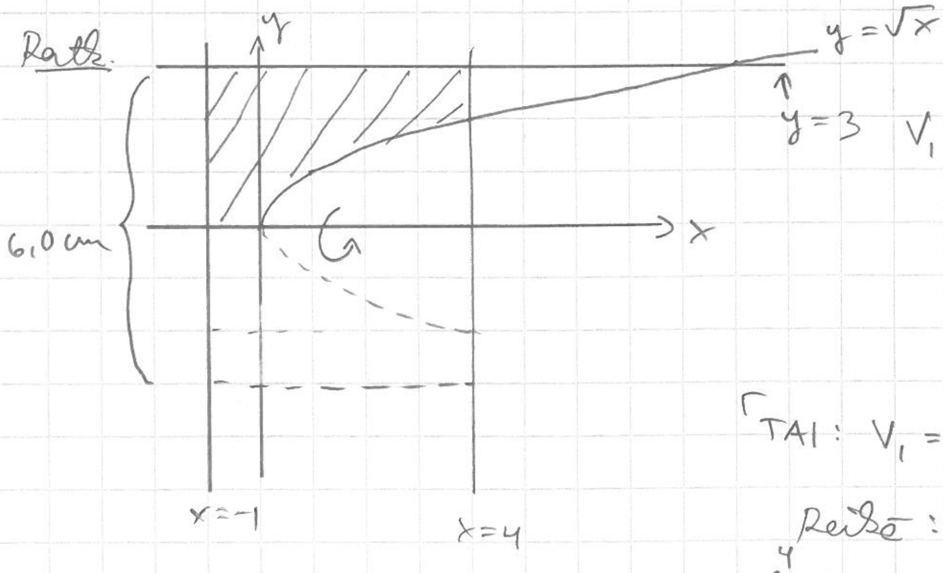
1° V_1 on isompi

$$\frac{V_1 - V_2}{V_2} = \frac{{}^{6)}\frac{\pi}{5} - {}^{5)}\frac{\pi}{6}}{\frac{\pi}{6}} = \frac{\frac{\pi}{30}}{\frac{\pi}{6}} = \frac{\cancel{\pi}}{30}\cdot\frac{6}{\cancel{\pi}} = \frac{1}{5} = 0{,}2 = \underline{20\,\%}$$

15. Kahden käyrän rajaama pyörähdyskappale

Esim. Lasinen maljakko syntyy kun käyrän $y = \sqrt{x}$, x-akselin ja suorien $x = -1$, $x = 4$ ja $y = 3$ rajoittama alue pyörähtää x-akselin ympäri. Laske maljakon massa kun sen halkaisija on 6,0 cm ja lasin tiheys on $3600\ \frac{kg}{m^3}$.

Ratk.



Iso kappale:

$$V_1 = \pi\int_{-1}^{4} y^2\,dx = \pi\int_{-1}^{4} 3^2\,dx$$

$$= \pi \Big/_{-1}^{4} 9x = \pi\left(9\cdot 4 - 9\cdot(-1)\right)$$

$$= 45\pi$$

TAI: $V_1 = \pi\cdot 3^2\cdot 5 = 45\pi$ (lieriö)

Reikä:

$$V_2 = \pi\int_0^4 y^2\,dx = \pi\int_0^4 (\sqrt{x})^2\,dx = \pi\int_0^4 x\,dx$$

$$= \pi\Big/_0^4 \frac{1}{2}x^2 = \pi\left(\frac{1}{2}\cdot 4^2 - \frac{1}{2}\cdot 0^2\right) = 8\pi$$

$$\Rightarrow V = V_1 - V_2 = 45\pi - 8\pi = 37\pi\ (cm^3)$$

$$\rho = \frac{m}{V}\ \Big|\cdot V \Leftrightarrow m = \rho V = 3600\ \frac{kg}{(100\,cm)^3}\cdot 37\pi\,cm^3 \approx 0{,}41846\,kg \approx \underline{420\,g}$$

15.6