

### 3. Integraalifunktion määrittelmä

$$f(x) = 2x + 1$$

$$F(x) = x^2 + x$$

$$F'(x) = D(x^2 + x) = 2x + 1 = f(x) \Rightarrow F \text{ on } f\text{:n integraalifunktio.}$$

Muut funktiot:

$$G(x) = x^2 + x + 3$$

$$H(x) = x^2 + x - 7$$

⋮

olet  $f$ :n integraalifunktioita, silloin  $G'(x) = H'(x) = \dots = f(x)$

Lause Olkoon  $F$  funktion  $f$  integraalifunktio (ts.  $F'(x) = f(x)$ ).  
Tällöin  $f$ :n kaikki integraalifunktiot ovat muotoa  $F + C$ ,  
missä  $C$  on integroimisvakio ( $C \in \mathbb{R}$ )

Esim. Määritä funktion  $f(x) = 6x^2 - 2x + 1$  se integraalifunktio  $F$ ,  
jolle  $F(1) = 0$ .

Ratk.  $f(x) = 6x^2 - 2x + 1$

$$F(x) = 2x^3 - x^2 + x + C$$

alkuehto:  $F(1) = 2 \cdot 1^3 - 1^2 + 1 + C = 2 + C = 0 \Leftrightarrow C = -2$

Vast.  $F(x) = 2x^3 - x^2 + x - 2$

Merkit.  $\int f(x) dx = F(x) + C \Leftrightarrow F'(x) = f(x)$

Esim. Onko  $f(x) = x + \sin x \cdot \cos x$  funktion  $g(x) = 2 \cos^2 x$   
integraalifunktio?

Ratk.  $f'(x) = g(x)$ ?

$$f'(x) = 1 + \cos x \cdot \cos x + \sin x \cdot (-\sin x)$$

$$= 1 + \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$= (\sin^2 x + \cos^2 x) + \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$= 2 \cos^2 x = g(x) \Rightarrow \underline{\text{on}}$$

$$D(f \cdot g) = f'g + fg'$$

$$D \sin x = \cos x$$

$$D \cos x = -\sin x$$