

$$= \pi \int_0^1 \frac{1}{5} (x-1)^5 = \frac{\pi}{5} [(1-1)^5 - (0-1)^5] = \frac{\pi}{5} (0 - (-1)) = \frac{\pi}{5}$$

b) $x=0: y=(0-1)^2=1$ $y=(x-1)^2 \sqrt{\quad} \Rightarrow \pm\sqrt{y} = x-1 \Leftrightarrow x = 1 \pm \sqrt{y}$ $x \leq 1$

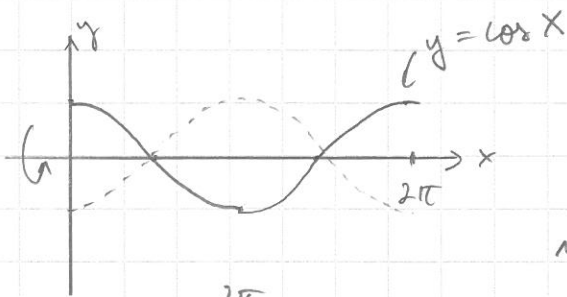
$$V_2 = \pi \int_0^1 x^2 dy = \pi \int_0^1 (1 - \sqrt{y})^2 dy = \pi \int_0^1 (1 - 2\sqrt{y} + y) dy$$

$$= \pi \int_0^1 (y - 2 \cdot \frac{1}{3} y^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{2} y^2) = \pi \left[(1 - \frac{4}{3} \cdot 1^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{2} \cdot 1^2) - 0 \right]$$

$$= \pi \left(1 - \frac{4}{3} + \frac{1}{2} \right) = \pi \frac{6-8+3}{6} = \frac{\pi}{6}$$

$\Rightarrow V_1$ on $\frac{\frac{\pi}{5} - \frac{\pi}{6}}{\frac{\pi}{6}} = 0,2 = 20\%$ isonni

14.12



$$V = \pi \int_0^{2\pi} y^2 dx = \pi \int_0^{2\pi} \cos^2 x dx$$

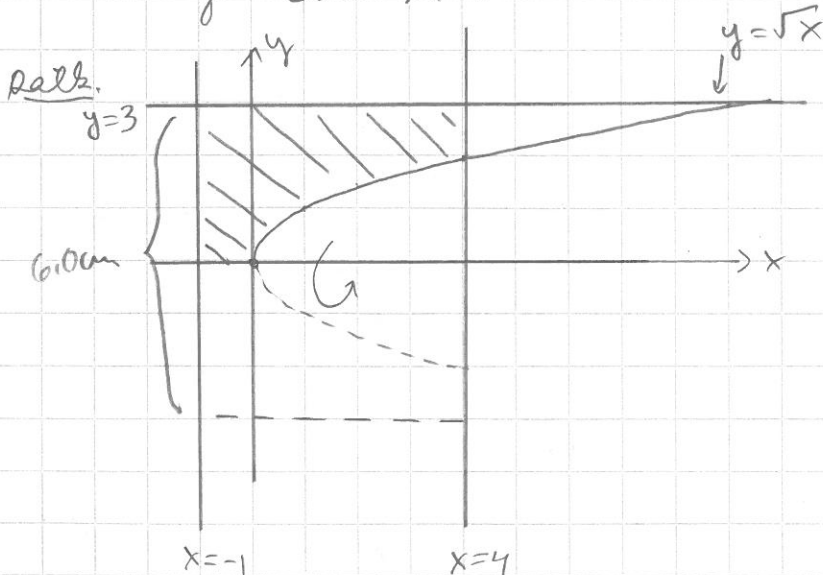
$$= \pi \int_0^{2\pi} \left(\frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{2} \right) dx$$

$$= \pi \left[\frac{1}{4} \sin 2x + \frac{1}{2} x \right]_0^{2\pi} = \pi \left[\left(\frac{1}{4} \sin 4\pi + \pi \right) - \left(\frac{1}{4} \sin 0 + 0 \right) \right]$$

$$= \pi^2$$

15. Kaliden käyrän rajoama pyörähdyskappale

Esim. Laske mallin muotoon kappaleen tilavuus, kun käyrän $y = \sqrt{x}$, x -akselin ja suorien $x = -1$, $x = 4$ ja $y = 3$ rajoittama alue pyörähtää x -akselin ympäri.
 Laske mallin massa, kun sen pohjan halkaisija on 6,0 cm ja lasin tiheys $3600 \frac{kg}{m^3}$.



1ro kappale:

$$V_1 = \pi \int_{-1}^4 y^2 dx = \pi \int_{-1}^4 3^2 dx$$

$$= \pi \int_{-1}^4 9 dx = \pi (9 \cdot 4 - 9 \cdot (-1))$$

$$= 45\pi$$

Γ AI: $V_1 = \pi \cdot 3^2 \cdot 5 = 45\pi$
 (massa ympyrälehtiä)