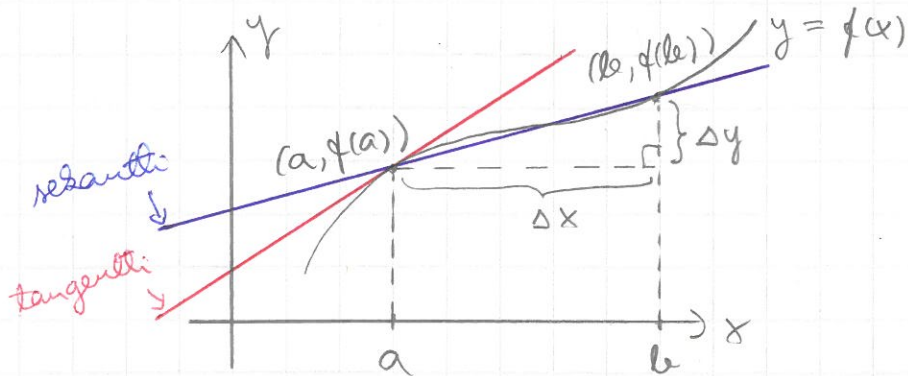


4. Derivaatan käsite



Funktion f keskimääräinen muutosnopeus välillä $[a, b]$

$$k_{ks} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

Keskellinen muutosnopeus eli derivaatta kohdassa a = tangentin kulmakerroin

$$\boxed{f'(a) = k_t} \quad \begin{array}{l} \text{DERIVAATTA} \\ = \text{TANGENTIN KULMA-} \\ \text{KERROIN} \end{array}$$

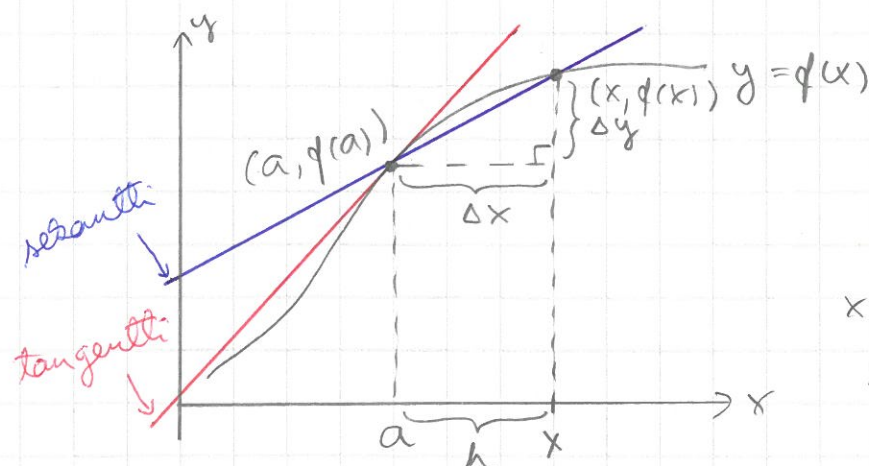
4.2 geogolera: tangentti on normaali $y=5$ (x -akselin suuntainen normaali)
 $\Rightarrow \underline{f'(1) = k_t = 0}$

4.12 $f(x) = \frac{1}{15}x^2 - 240x + 217000$ (miljoonaa ihmistä)

a) $k_{12} = 12 \Rightarrow 12$ miljoonaa ihmistä vuodessa

b) $k_{16} = 16 \Rightarrow 16$ — — — — —

5. Derivaatan määrittely



Sekaantin kulmakerroin:

$$k_{ks} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \quad \begin{array}{l} \text{EROTUS-} \\ \text{OSAMÄÄRÄ} \end{array}$$

x on lähellä a :tä $\Rightarrow$ sekaantti on lähellä tangenttia

$$\Rightarrow k_t = f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} \quad \begin{array}{l} \text{DERIVAATTA} \\ \text{KOHDASSA } a \end{array}$$

$$x - a = h \Rightarrow x = a + h$$

Mää. f on derivoitu kohdassa a : tangentti voidaan piirtää ja k_t on olemassa

f on derivoitu joukossa A : f on derivoitu kaikilla $x \in A$