

Määri. f on jatkuvaa joudossa $A \Leftrightarrow f$ on jatkuvaa joudossa $x \in A$.
 f on jatkuvaa kaikkialla $\Leftrightarrow f$ on jatkuvaa joudossa $\mathbb{R}$
 f on jatkuvaa $\Leftrightarrow f$ on jatkuvaa määrittelyjoukossa

luom. jatkuvia funktioita: polynomifunktio ($\mathbb{R}$), rationaalifunktio (nimittäjä $\neq 0$), juurfunktio, eksponenttifunktio, logaritmifunktio, trig. funktio, ...
 $\Rightarrow$ "melkein kaikki" funktioit ovat jatkuvia

3.14 $f(x) = \frac{2x^2 + 3x - 2}{2x^2 - 3x + 1}$, $x \neq \frac{1}{2}$, $x \neq 1$

a) f on jatkuva (rationaalifunktio)

b) f ei ole kaikkialla jatkuva ($f(\frac{1}{2})$ ja $f(1)$ ei ole määritelty)

3.7 a) väärin, yhtälö $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$ ei välttämättä totuuden

b) oikein, f on jatkuva kohdassa 5 $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 5} f(x) = f(5)$
 $\Rightarrow f(5)$ on määritelty

c) oikein, f on jatkuva kohdassa 2 $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$
 $\uparrow$
 $= -1$
 $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -1$

d) väärin, ehdosta $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$ ei voi päätellä mitään

$f(1)$. Siten ehdo $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$ ei välttämättä totuuden

3.17 $f(x) = \frac{x^2 + bx - 4}{x^2 - 16}$, $x \neq \pm 4$

a) f on jatkuva kohdassa -4 $\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -4} f(x) = f(-4)$

$$\lim_{x \rightarrow -4} f(x) = \lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + bx - 4}{x^2 - 16}$$

nimittäjä $\rightarrow 0 \Rightarrow$ jotta raja-arvo voisi olla olemassa myös
 osoittaja $\rightarrow 0$ (rajalla tilanne: $\frac{0}{0}$, jos olisi esim. $\frac{5}{0} = \pm \infty$
 $\rightarrow$ raja-arvoa ei olisi olemassa)

Siten $x = -4$: $(-4)^2 + b(-4) - 4 = 0 \Leftrightarrow 16 - 4b - 4 = 0 \Leftrightarrow b = 3$

$$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 - 16} \stackrel{\left(\frac{0}{0}\right)}{=} \lim_{x \rightarrow -4} \frac{(x+4)(x-1)}{(x-4)(x+4)} = \lim_{x \rightarrow -4} \frac{x-1}{x-4} = \frac{-4-1}{-4-4} = \frac{-5}{-8} = \frac{5}{8}$$