

2° Rajo-arvon $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ laskeminen

i) lasketaan $f(a)$ jos mahdollista

ii) jos ei mahdollista (esim. tilanne $\frac{0}{0}$), muutetaan (sijoitetaan, lauseutetaan, ...) $f(x)$ muotoon johon voidaan sijoittaa $x = a$

Esim. a) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + 12x + 12}{6x + 12} \left(\frac{0}{0}\right) = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\frac{1}{3}(x^2 + 4x + 4)}{\frac{1}{2}(x+2)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)^2}{2(x+2)}$

$$= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{2} = \frac{-2+2}{2} = \frac{0}{2} = 0$$

b) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + x - 6}{x^2 + 3x} \left(\frac{0}{0}\right) = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{1 \cdot (x-2)(x+3)}{x(x+3)} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x-2}{x} = \frac{-3-2}{-3} = \frac{-5}{-3} = \frac{5}{3}$

$$\Gamma x^2 + x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = \begin{cases} 2 \\ -3 \end{cases}$$

2.6 a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 1} \left(\frac{0}{0}\right) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)^2}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{x-1} = \frac{-1+1}{-1-1} = \frac{0}{-2} = 0$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{2 - 2x} \left(\frac{0}{0}\right) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2)^2 - 1^2}{2(1-x)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2-1)(x^2+1)}{2(1-x)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)(x^2+1)}{-2(x-1)}$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+1)(x^2+1)}{-2} = \frac{(1+1)(1^2+1)}{-2} = \frac{2 \cdot 2}{-2} = \frac{4}{-2} = -2$$

2.20 a) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + x + a}{x+2}$ on olemassa

Koska nimittäjä $x+2 \rightarrow 0$ kun $x \rightarrow -2$, myös osoittaja $2x^2 + x + a \rightarrow 0$ kun $x \rightarrow -2$ (rajalla oltava tilanne $\frac{0}{0}$, jos olisi esim. tilanne $\frac{5}{0} = \pm\infty$ eikä rajo-arvoa olisi olemassa)

Siis $x = -2: 2 \cdot (-2)^2 - 2 + a = 0 \Leftrightarrow 8 - 2 + a = 0 \Leftrightarrow a = -6$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + x - 6}{x+2} \left(\frac{0}{0}\right) = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2 \cdot (x-2)(x-\frac{3}{2})}{x+2} = \lim_{x \rightarrow -2} (2x-3) = 2 \cdot (-2) - 3 = -7$$

$$\Gamma 2x^2 + x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = \begin{cases} -2 \\ \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\Gamma \Delta 1: 2x^2 + x - 6 = (x+2)(2x-3) \rfloor$$