

Yleisesti Rajo-arvo $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b \Leftrightarrow f(x)$ on lähellä-lukua b kun x on lähellä lukua a

Vasemmanpuoleinen rajo-arvo $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = b : x$ on lähellä lukua a ja $x < a$

Oikean ——— $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = b : x$ on lähellä lukua a ja $x > a$

2. Rajo-arvon laskeminen

Esim. a) $\lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 + 2) = 3 \cdot 1^2 + 2 = 5$ $\lceil \text{T41: } 3x^2 + 2 \xrightarrow{x \rightarrow 1} 3 \cdot 1^2 + 2 = 5 \rceil$

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x}{x-2} = ?$ kun x on lähellä lukua 2 , on $3x$ lähellä lukua $3 \cdot 2 = 6$ ja $x-2$ on lähellä lukua $2-2 = 0$

$\Rightarrow$ rajalle tilanne: $\frac{6}{0} = \pm \infty \Rightarrow$ rajo-arvoa ei ole olemassa

$$\left[\begin{array}{l} \frac{6}{0} = \infty \\ \uparrow \\ +0,000\dots1 \end{array} \quad , \quad \begin{array}{l} \frac{6}{0} = -\infty \\ \uparrow \\ -0,000\dots1 \end{array} \right]$$

c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x^2-2x}$, rajalle tilanne: $\frac{2^2-4}{2^2-2 \cdot 2} = \frac{0}{0} \leftarrow$ tosi lähellä $0 = \infty$
 $0 \leftarrow$ äärettömän lähellä $0 = \infty$

$$\frac{0,0001}{0,0001} = 10 \quad , \quad \frac{0,0001}{0,001} = 0,1$$

$$\frac{0,000001}{-0,000000000001} = -10000, \dots$$

$\Rightarrow$ epämääräinen muoto, ei voida päätellä mitään

Säännötään lausekelta

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x^2-2x} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{x(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{x} = \frac{2+2}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

Yleisesti 1° Rajo-arvon $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ olemassaolo kun $g(a) = 0$

i) $f(a) = 0$ (rajalle tilanne $\frac{0}{0}$) $\rightarrow$ ei voida päätellä rajo-arvoa olemassaolosta mitään

ii) $f(a) \neq 0$ (rajalle tilanne $\frac{b}{0}$, $b \neq 0$) $\rightarrow$ rajo-arvoa ei ole olemassa