

23.23.

Väite  $x^x - e^{x-1} \geq 0$  kun  $x \geq 1$

Toed.  $x^x - e^{x-1} \geq 0 \Leftrightarrow x^x \geq e^{x-1} \quad | \ln$

$$\Leftrightarrow \ln x^x \geq \ln e^{x-1}$$

$$\Leftrightarrow x \ln x \geq x-1$$

$$\Leftrightarrow x \ln x - x + 1 \geq 0$$

$f(x)$ ,  $f$  jälk. jö deriiv. kun  $x \geq 1$

$$f'(x) = 1 \cdot \ln x + x \cdot \frac{1}{x} - 1 = \ln x + 1 - 1 = \ln x = 0 \quad | e^{\cdot}$$

$$\Leftrightarrow e^{\ln x} = e^0 \quad \Leftrightarrow x = e^0 = 1$$

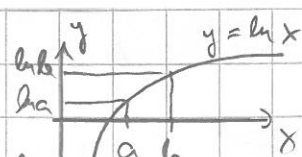
$$f'(1) = \ln e = 1 > 0$$

pienin arvo:  $f(1) = 1 \cdot \ln 1 - 1 + 1 = 0$

$\Rightarrow f(x) \geq 0$  aina kun  $x \geq 1 \Rightarrow$  väite  
= pätee kun  $x \geq 1$

$\ln x$  on aidosti kasvava  $\rightarrow$  järjestys säilyy

$$\Leftrightarrow \ln a < \ln b$$



## 24. Sosollustieteitä

24.2  $33 \text{ cl} = 330 \text{ ml}$

$\Rightarrow$  alussa kofeiinia:  $330 \text{ ml} \cdot 32 \frac{\text{mg}}{100 \text{ ml}} = 105,6 \text{ mg}$

alussa:  $105,6$

1 h:n kuluttua:  $x \cdot 105,6$

2 - 1 - :  $x^2 \cdot 105,6$

6 - 1 - :  $x^6 \cdot 105,6 = \frac{1}{2} \cdot 105,6 \quad | : 105,6 \quad \Leftrightarrow x^6 = \frac{1}{2} \quad | \sqrt[6]{\cdot}$

$\Leftrightarrow x = \sqrt[6]{\frac{1}{2}} \quad (= 0,8909)$

a) 6 h:n kuluttua:  $\left(\sqrt[6]{\frac{1}{2}}\right)^6 \cdot 105,6 \text{ mg} = f(t)$

b)  $f'(t) = 105,6 \left(\sqrt[6]{\frac{1}{2}}\right)^t \ln \sqrt[6]{\frac{1}{2}} \quad \left(\frac{\text{mg}}{\text{h}}\right)$

klo 23.30:  $f'(4) \approx -7,685 \frac{\text{mg}}{\text{h}}$

$\Rightarrow$  pienenee nopeudella  $7,7 \frac{\text{mg}}{\text{h}}$

potenssifunktio

D  $x^3 = 3x^2$

D  $3^x = 3^x \ln 3$

eksponenttifunktio

24.5 janan pituus:  $f(x) = y_2 - y_1 = (x - \ln x) - \ln x = x - 2 \ln x$

ylampi alampi  $f$  jälk. jö deriiv. kun  $x > 0$

$$f'(x) = 1 - 2 \cdot \frac{1}{x} = 0 \quad | \cdot x \quad \Leftrightarrow x - 2 = 0 \quad \Leftrightarrow x = 2$$

$$f'(1) = 1 - 2 \cdot \frac{1}{1} = -1 < 0$$

$$f'(3) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3} > 0$$

pienin arvo:  $f(2) = 2 - 2 \ln 2 \quad (= 0,61)$

