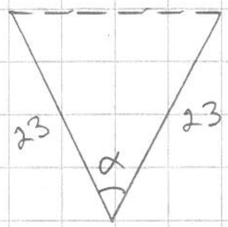
# 20. Sovellustehtäviä trig. funktioista

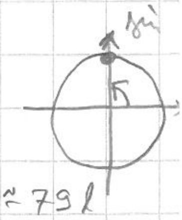
20.4



Kolmion pinta-ala:

$$A(\alpha) = \frac{1}{2}\cdot 23\cdot 23\cdot \underbrace{\sin\alpha}_{-1\le \vee \le 1}$$

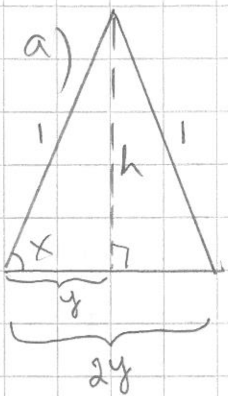
$A(\alpha)$ on suurin kun $\sin\alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 90^\circ$



Tällöin tilavuus on

$$V = A\cdot h = \frac{1}{2}\cdot 2{,}3\,\text{dm}\cdot 2{,}3\,\text{dm}\cdot 1\cdot 30\,\text{dm} = 79{,}35\,\text{dm}^3 \approx 79\,l$$

20.8 a)



$$\begin{cases} \sin x = \frac{h}{1} = h \\ \cos x = \frac{y}{1} = y \end{cases}$$

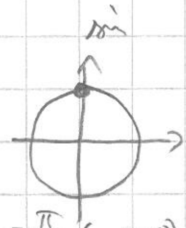
$y^2 + h^2 = 1^2 \Leftrightarrow y = (\pm)\sqrt{1-h^2}$

$A = yh = h\sqrt{1-h^2} = \sqrt{h^2(1-h^2)} = \underbrace{\sqrt{h^2-h^4}}_{f(h)}$, A suurin kun $f(h)$ suurin

Kolmion pinta-ala:

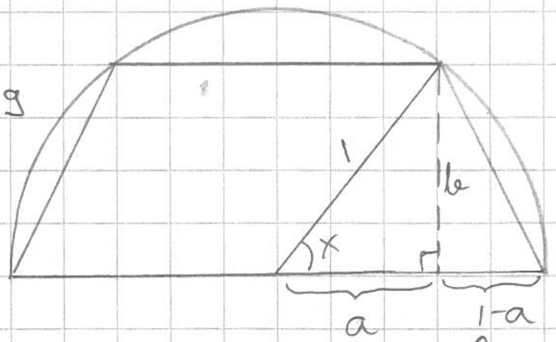
$$A(x) = \frac{1}{2}\cdot 2y\cdot h = yh = \cos x\sin x$$
$$= \frac{1}{2}\cdot\underbrace{2\sin x\cos x}_{\sin 2x} = \frac{1}{2}\underbrace{\sin 2x}_{-1\le\vee\le 1}$$

b) Suurin arvo: $\frac{1}{2}\cdot 1 = \frac{1}{2}$ kun $\sin 2x = 1$



$\Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2}(+n2\pi) \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4}\ (=45^\circ)$

20.9



$a^2 + b^2 = 1^2$ (Pythagoras)

$\Leftrightarrow b^2 = 1 - a^2 \quad (\sqrt{\ } \Leftrightarrow)\ b = (\pm)\sqrt{1-a^2}$

Puolisuunnikkaan pinta-ala:

$$A(a) = \underbrace{2a\cdot b}_{\text{suorakulmio}} + 2\cdot\frac{1}{2}\cdot(1-a)b = 2ab + (1-a)b = 2ab + b - ab$$
$$= ab + b = b(1+a)$$
$$= \sqrt{1-a^2}\,(1+a) = \sqrt{\underbrace{(1-a^2)(1+a)^2}_{f(a)}}$$

$1+a \ge 0$

$\sqrt{x}$ on aidosti kasvava $\Rightarrow$ $A(a)$ on suurin kun $f(a)$ on suurin

$f(a)$ on jatk. ja deriv. välillä $[0,1]$

$$\boxed{D(f\cdot g) = f'\cdot g + f\cdot g'}$$
$$\boxed{D(f(x))^n = n(f(x))^{n-1}\cdot f'(x)}$$

$f'(a) = -2a\cdot(1+a)^2 + (1-a^2)\cdot 2(1+a)^1\cdot 1 = 0$

$\Leftrightarrow (1+a)\left(-2a(1+a) + 2(1-a^2)\right) = 0$

$\Leftrightarrow (1+a)\cdot 2(-2a^2 - a + 1) = 0$

$\Leftrightarrow 1 + a = 0$ tai $-2a^2 - a + 1 = 0$

$\Leftrightarrow a = -1$ tai $a = \begin{cases} -1 \\ \frac{1}{2} \end{cases}$

Riittää laskea $f$:n arvot: