

17. funktio on avaruudessa

Pythagoras:

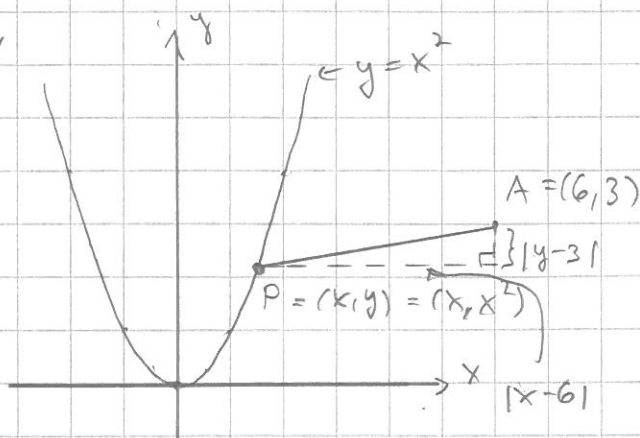
$$|PA| = \sqrt{(x-6)^2 + (y-3)^2}$$

$$= \sqrt{(x-6)^2 + (x^2-3)^2}$$

$$= f(x)$$

$\sqrt{x}$ on aidosti kasvava $\Rightarrow |PA|$
on pienin kun $f(x)$ on pienin
 f on jatkuvasti derivoitava $\mathbb{R}$:ssä

17.4



$$f'(x) = 2(x-6) \cdot 1 + 2(x^2-3) \cdot 2x = 0$$

$$= 2x - 12 + 4x^3 - 12x = 0$$

$$\Leftrightarrow 4x^3 - 10x - 12 = 0 \quad \Leftrightarrow x = 2 \text{ (laskin)}$$

f'	-	+
f	$\searrow$	$\nearrow$
	2	
	min	

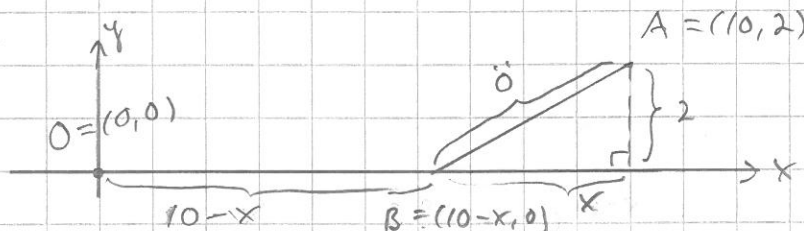
$$f'(0) = -12 < 0$$

$$f'(3) = 66 > 0$$

$$y = 2^2 = 4$$

$$\Rightarrow \text{Vast. } P = (2, 4)$$

17.5



matk. tiellä: $a \left(\frac{\text{m}}{100\text{m}} \right)$
- - - matkalla: $2a \text{ (-1-)}$

$$\text{Matk.} : (10-x)a + 0 \cdot 2a = (10-x)a + \sqrt{x^2+2^2} \cdot 2a$$

$$= \underbrace{a}_{>0} \cdot \underbrace{(10-x + 2\sqrt{x^2+4})}_{=f(x)}$$

vakio

Matk. on pienin kun $f(x)$ on pienin
 f jatk. j. deriv. välillä $[0, 10]$

$$f'(x) = -1 + 2 \cdot \frac{1}{2} (x^2+4)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2x = -1 + \frac{2x}{\sqrt{x^2+4}} = 0 \quad | \cdot \sqrt{x^2+4}$$

$$\Leftrightarrow -\sqrt{x^2+4} + 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x = \sqrt{x^2+4} \quad | ()^2 \text{ mää. puol. } \geq 0 \text{ kun } 0 \leq x \leq 10$$

$$\Leftrightarrow (2x)^2 = (\sqrt{x^2+4})^2$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 = x^2 + 4 \quad \Leftrightarrow 3x^2 = 4 \quad \Leftrightarrow x^2 = \frac{4}{3} \quad | \sqrt{\quad} \quad \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{\frac{4}{3}}$$

f'	-	+
f	$\searrow$	$\nearrow$
0	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	10
	min	

$$f'(1) = -0,11 < 0$$

$$f'(2) = 0,41 > 0$$

$$10 - \frac{2}{\sqrt{3}} = 8,845 \text{ (x100 m)}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$= 1,15$$

Vast. Ensin origosta n. 880 m tien varrella jätetään j. mitali maahan
matkan läpi kassamökillä