$f(x) = g(x) \iff \underbrace{f(x) - g(x)}_{=h(x)} = 0$

$h(0) = \underbrace{f(0)}_{>0} - \underbrace{g(0)}_{<0} > 0$

$h(1) = \underbrace{f(1)}_{<0} - \underbrace{g(1)}_{>0} < 0$

h jatkuu välillä $[0,1]$

Bolzanon lause

$\Rightarrow$ h:lla on ainakin 1 0-kohta x

$\iff h(x) = f(x) - g(x) = 0$

$\iff f(x) = g(x)$ ainakin yhdellä $x \in]0,1[$

10.19 Väite: Funktiolla $f(x) = x^3 - 1$ on täsmälleen 1 kiintopiste

ts. $f(x) = x$ täsmälleen yhdellä luvulla x

Tod. $f(x) = x \iff x^3 - 1 = x \iff \underbrace{x^3 - x - 1}_{=g(x)} = 0$

g jatk. ja deriv. $\mathbb{R}$:ssä

$g'(x) = 3x^2 - 1 = 0 \iff 3x^2 = 1 \quad |:3 \iff x^2 = \frac{1}{3} \quad |\sqrt{}$

$\iff x = \pm\sqrt{\frac{1}{3}} = \pm\frac{1}{\sqrt{3}} \doteq \pm 0{,}58$

		$-\frac{1}{\sqrt{3}}$		$\frac{1}{\sqrt{3}}$	
g'	$+$		$-$		$+$
g	$\nearrow$	max	$\searrow$	min	$\nearrow$

$+ \quad - \quad +$; $-\frac{1}{\sqrt{3}} \quad \frac{1}{\sqrt{3}}$

$g\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \doteq -0{,}62 < 0$

$g(2) = 2^3 - 2 - 1 = 5 > 0$

g jatkuu $\mathbb{R}$:ssä

g:n kulkukaavio

$\Rightarrow$ g:llä on täsmälleen 1 0-kohta

$\Rightarrow$ f:llä — " — kiintopiste

$\Rightarrow$ väite

11. Tulon ja osamäärän derivaatta

$$\boxed{\begin{aligned} &D\,(f(x)\cdot g(x)) = f'(x)\,g(x) + f(x)\cdot g'(x) && \text{TULON DERIVAATTA} \\ &D\,\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(x)\cdot g(x) - f(x)\cdot g'(x)}{(g(x))^2}, \quad g(x) \neq 0 && \text{OSAMÄÄRÄN DERIVAATTA} \end{aligned}}$$

11.2 $h(x) = \frac{1}{5}x^6 \cdot (5x - 2x^4)$

$h'(x) = \frac{6}{5}x^5(5x - 2x^4) + \frac{1}{5}x^6(5 - 8x^3)$

$h'(-1) = \frac{6}{5}(-1)^5(5\cdot(-1) - 2\cdot(-1)^4) + \frac{1}{5}\cdot(-1)^6\,(5 - 8\cdot(-1)^3)$

$= \frac{6}{5}\cdot(-1)\,(-5 - 2) + \frac{1}{5}\,(5 + 8) = \frac{6}{5}\cdot 7 + \frac{13}{5} = \underline{11}$