Esim. Montako ratkaisua on yhtälöllä $x^3+2x=1$?

Ratk. $x^3+2x=1 \iff \underbrace{x^3+2x-1}_{=f(x)}=0$, f jatk. ja deriv. $\mathbb{R}$:ssä

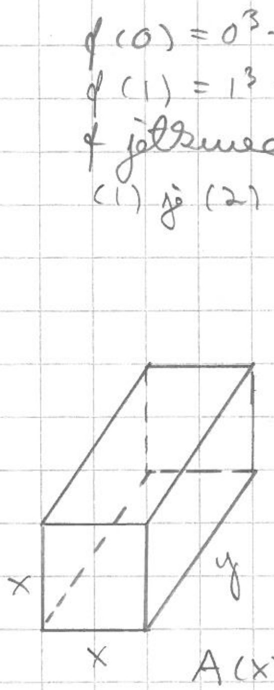
$f'(x)=3\underbrace{x^2}_{\geq 0}+2>0$ aina $\Rightarrow$ f on aidosti kasvava $\mathbb{R}$:ssä

$\Rightarrow$ f:llä on korkeintaan 1 0-kohta (1)

$f(0)=0^3+2\cdot 0-1=-1<0$
$f(1)=1^3+2\cdot 1-1=2>0$
f jatkuva $\mathbb{R}$:ssä
$\Rightarrow$ f:llä on ainakin 1 0-kohta (2)

(1) ja (2) $\Rightarrow$ f:llä on täsmälleen 1 0-kohta
$\Rightarrow$ yhtälöllä on <u>täsmälleen 1</u> ratkaisu eli juuri

10.4



rautalankaa kuluu: $8x+4y=3$ ← iso pinta-ala → käytetään kaikki rautalanka

$\iff 4y=3-8x \quad |:4 \iff y=\frac{3}{4}-2x$

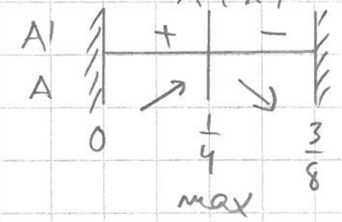
rajatilanteet: $\begin{cases} x=0 \\ y=\frac{3}{4}-2x=0 \iff x=\frac{3}{8} \end{cases}$

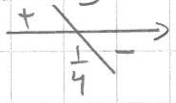
Varjostimen pinta-ala:

$A(x)=2x^2+4xy=2x^2+4x\left(\frac{3}{4}-2x\right)$
$=2x^2+3x-8x^2=-6x^2+3x$

A jatk. ja deriv. välillä $]0,\frac{3}{8}[$

$A'(x)=-12x+3=0 \iff x=\frac{1}{4}$ (m)





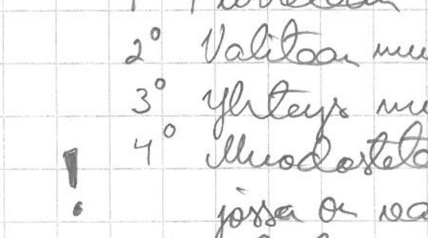
$y=\frac{3}{4}-2\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$ (m)

Vast. Päätyneliön sivu: $x=\frac{1}{4}$ m $=$ <u>25 cm</u>,
pituus: $y=\frac{1}{4}$ m $=$ <u>25 cm</u>

<u>Yleisesti</u> ääriarvosovellus

1° Piirretään kuva
2° Valitaan muuttujat (edellä: x ja y)
3° Yhteys muuttujien välillä ($8x+4y=3$)
! 4° Muodostetaan tehtävään liittyvä <u>tavoitefunktio</u> ($A(x)=-6x^2+3x$) jossa on vain 1 muuttuja ja sen määrittelyjoukko
5° Etsitään ääriarvo (derivoidaan, kulkukaavio)
6° Vastaus

10.7



aitaa: $3x+y=144$ ← pinta-ala mahd. iso → käytetään kaikki aita

$\iff y=144-3x$

rajatilanteet: $x=0$, $y=144-3x=0 \iff x=48$

Pinta-ala: $A(x)=xy=x(144-3x)=144x-3x^2$