Polynomifunktiot ovat jatkuvia ja derivoituvia R:ssä
$\Rightarrow$ tapaukset 1° ja 2°

F ON JATKUVA JA DERIVOITUVA
KOKO REAALILUKUJEN JOUKOSSA

9.12 $f(x) = x^4 - 8x^2 + 1$
$f'(x) = 4x^3 - 16x = 0 \iff 4x(x^2-4) = 0 \iff x = 0$ tai $x^2 - 4 = 0$
$\iff x = \pm 2$

		-2		0		2	
f'	−		+		−		+
f	↘	min	↗	max	↘	min	↗

$f'(-3) = -60 < 0$ $f'(-1) = 12 > 0$
$f'(1) = -12 < 0$ $f'(3) = 60 > 0$

$f(-2) = (-2)^4 - 8\cdot(-2)^2 + 1 = -15$
$f(2) = \ldots = -15$
$\Rightarrow$ pienin arvo : -15

$f(0) = 0^4 - 8\cdot 0^2 + 1 = 1$
esim. $f(3) = 3^4 - 8\cdot 3^2 + 1 = 10$
$\Rightarrow$ suurin arvo ei voi olla 1
$\Rightarrow$ suurinta arvoa ei ole

9.2 $f(x) = x^4 - 4x^3$, f jatkuva ja derivoituva R:ssä
$f'(x) = 4x^3 - 12x^2 = 0 \iff 4x^2(x-3) = 0$
$\iff x^2 = 0$ tai $x - 3 = 0 \iff x = 0$ tai $x = 3$

a)

	-2		0		3		4
f'		−		−		+	
f		↘		↘	min	↗	

$f'(-1) = 4\cdot(-1)^3 - 12\cdot(-1)^2 = -4 - 12 = -16 < 0$
$f'(1) = \ldots = -18 < 0$
$f'(3{,}5) = \ldots = 24{,}5 > 0$

pienin arvo : $f(3) = 3^4 - 4\cdot 3^3 = -27$
$f(-2) = (-2)^4 - 4\cdot(-2)^3 = 48$ suurin arvo
$f(4) = 4^4 - 4\cdot 4^3 = 0$

TAI: f on jatkuva ja derivoituva suljetulla välillä $[-2, 4]$
$\Rightarrow$ suurin ja pienin arvo löytyvät:
- päätekohdat: $f(-2) = 48$, $f(4) = 0$
- f':n 0-kohdat: $f(0) = 0$, $f(3) = -27$

$\Rightarrow$ suurin: 48
pienin: -27

b)

	-2		0		2
f'		−		−	
f		↘		↘	

suurin arvo: $f(-2) = 48$
pienin — " — : $f(2) = 2^4 - 4\cdot 2^3 = -16$

9.7 $f(x) = x^3 - \frac{33}{2}x^2 + 72x + a$, f jatk. ja deriv. R:ssä / välillä $[4, 10]$
$f'(x) = 3x^2 - 33x + 72 = 0 \iff x = 3$ tai $x = 8$

	4		8		10
f'		−		+	
f		↘	min	↗	

pienin arvo: $f(8) = 8^3 - \frac{33}{2}\cdot 8^2 + 72\cdot 8 + a = 32 + a = 8$
$\iff a = -24$